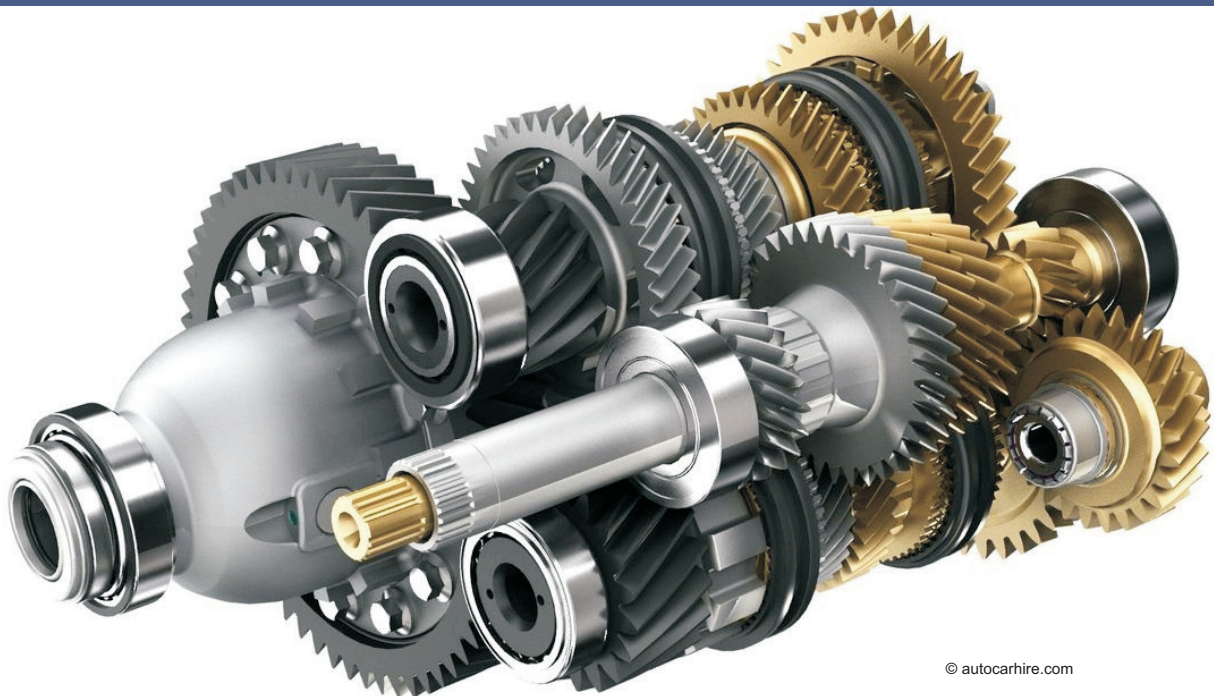


ELEMENTOS DE MÁQUINAS



© autocarhire.com

8ª Revisão

Rodrigo de Souza Vieira
Lauro Cesar Nicolazzi
André Ogliari
Jonny Carlos da Silva
Acires Dias

Apostila sobre Elementos de Máquinas

8ª Revisão

RODRIGO DE SOUZA VIEIRA
LAURO CESAR NICOLAZZI
ANDRÉ OGLIARI
JONNY CARLOS DA SILVA
ACIRES DIAS

Texto preliminar

Universidade Federal de Santa Catarina
2017

Texto preliminar

Sumário

Sumário	3
Lista de Figuras	10
Lista de Tabelas	18
Lista de Símbolos	21
1 Introdução	25
1.1 Projeto	25
1.2 Síntese e análise	25
1.3 Coeficiente de segurança	26
1.4 Estrutura da apostila	27
2 Eixos e árvores	29
2.1 Conceitos básicos	29
2.2 Elementos constituintes dos eixos	30
2.3 Materiais para construção de eixos e árvores	31
2.4 Recomendações de projeto	32
2.5 Projetando um eixo ou uma árvore	34
Processo de projeto de um eixo ou árvore	34
Natureza do carregamento	34
Análise do carregamento em um eixo	35
Verificações do pré-projeto	37
Análise de tensões em eixos e árvores	37
2.6 Exemplo completo para falha estática	40
Definição das forças nas correias e polias	40
Modelo estático equivalente	41
Dimensionamento do eixo	43
2.7 Problema de flexão alternante aplicado aos eixos	44
Resistência à fadiga do material	44
Fatores modificadores do limite de fadiga do material	46
2.8 Dimensionando eixos e árvores considerando efeitos de fadiga	52
Método de Sines	52
Método de Soderberg	52
Método de Goodman	57
Método ASME	58
2.9 Exemplo de projeto de uma árvore por Soderberg	59
Definição do problema	59
Definição dos carregamentos	59

Definição dos esforços	60
Definição da resistência do material	60
Cálculo do diâmetro	61
2.10 Exemplo de projeto de uma árvore por Goodman	63
Definição do problema	63
Definição dos carregamentos	63
Definição dos esforços	64
Definição da resistência do material	65
Cálculo do diâmetro	66
2.11 Exemplo de aplicação do efeito de concentração de tensões na análise de um eixo	67
Resolução letra (a)	67
Resolução letra (b)	68
2.12 Vibrações em eixos e árvores	69
Definição do problema	69
Condição de ressonância	70
Parâmetros de projeto	71
Exemplo de aplicação	72
2.13 Normas	73
2.14 Exercícios propostos	73
3 Ligação cubo-eixo	79
3.1 Princípios de ligação cubo/eixo e suas características gerais	79
Ligação por atrito	79
Ligações por forma	80
3.2 Ligações por ajuste prensado cilíndrico - dimensionamento	81
Determinação da pressão máxima em ligações por ajuste prensado	82
Determinação da pressão mínima em ligações por ajuste prensado	87
Exemplo da determinação das pressões em ligações por ajuste prensado	89
Determinação da sobremedida efetiva	90
3.3 Interferência de montagem	92
Tolerância de ajuste	92
Modos de falha considerando o efeito da temperatura	94
Revisão de tolerâncias e ajuste	95
Campo de tolerância	95
3.4 Exemplo de aplicação	97
Posição das zonas toleradas	97
Sistemas de ajuste	98
3.5 Ajustes prensados - obtenção	99
Ajuste por prensagem ou martelamento	100
Ajuste prensado por aquecimento/esfriamento	100
3.6 Exemplo de aplicação	101
Cálculo da P_{min} para transmitir o momento	101
Cálculo da P_{max} admissível para os materiais	102
Determinação da sobremedida	102
Efeito da rugosidade superficial	103
Determinação das interferências	103
Tolerância de ajuste	103
Normalização do ajuste	103
3.7 Ajuste prensado cônico	104
Determinação das interferências	105
Força axial de montagem	106
Conicidade recomendada	107

	Deslocamento axial	108
3.8	Anéis elásticos cônicos	108
3.9	União por forma - Chavetas	110
	Tipos de chavetas	110
	Deformações	112
	Tensões em chavetas	113
	Exemplo de aplicação	116
	Valores de altura e base das chavetas	116
3.10	União por forma - Eixos ranhurados	117
	Dimensionamento	118
3.11	Normas	120
3.12	Exercícios propostos	120
4	Mancais	123
4.1	Mancais de rolamento	123
	Origem dos rolamentos	123
	Materiais para Rolamentos	124
	Definições e aplicações de mancais de rolamento	124
	Tipos e classificação de mancais de rolamento	125
	Montagem de um mancal de esferas: etapas	129
	Padronização dos mancais de rolamento	130
	Selecionando um tipo de mancal de rolamento	133
	Dimensionamento dos mancais de rolamento	136
	Exemplo de aplicação	142
	Cargas nos rolamentos	144
	Exemplo de aplicação	144
	Montagem de rolamentos	145
	Considerações finais	145
4.2	Mancais de escorregamento	146
	Definições	146
	Lubrificação	146
	Lubrificantes	149
	Viscosidade	150
	Lei de Petroff	153
	Exemplo de aplicação	154
	Outros tipos de lubrificação	156
	Lubrificação hidrodinâmica	157
	Teoria hidrodinâmica	157
	Resolvendo problemas de mancais de escorregamento por Sommerfeld	161
	Perdas em mancais de deslizamento	165
	Projetando mancais hidrodinâmicos pelo método de Ocvirk	165
4.3	Procedimentos para projeto de mancais	167
4.4	Normas	167
4.5	Exercícios propostos	167
5	Acoplamentos	171
5.1	Introdução	171
5.2	Acoplamentos rígidos	171
5.3	Dimensionamento de acoplamentos fixos por flanges	172
5.4	Acoplamentos elásticos	173
5.5	Normas	174

6	Freios e embreagens	175
6.1	Introdução	175
6.2	Materiais construtivos	176
6.3	Freios e embreagens com sapatas internas: modelagem do problema	177
	Definição da pressão máxima	177
	Balanço de forças	179
6.4	Exemplo de aplicação do modelo para sapatas internas	183
	Determinação das forças atuantes	183
	Capacidade de frenagem	184
6.5	Freios de sapatas externas	186
6.6	Embreagens e freios de cintas	187
	Análise de forças	188
6.7	Embreagens axiais: modelagem do problema	189
	Desgaste Uniforme	190
	Pressão Constante	191
	Comparação entre os dois métodos	191
	Exemplo de aplicação do modelo axial	193
6.8	Freios a disco	194
	Desgaste uniforme	195
	Pressão constante	196
	Exemplo de aplicação do modelo de freio a disco	197
6.9	Falhas em freios e embreagens	198
	Fading	198
	Aquecimento do cubo	198
	Ruído	199
6.10	Modelagem baseada em energia para dimensionamento de freios	199
	Avaliação da energia de movimento a ser dissipada no freio	199
6.11	Exercícios propostos	200
7	Vedação Mecânica	203
7.1	Conceitos básicos	203
7.2	Tipos de vedadores	203
	Juntas	203
	Retentores	204
	Gaxetas	205
	Anéis (O'ring)	206
	Travas e vedantes químicos	207
8	Parafusos de potência e juntas parafusadas	209
8.1	Introdução: histórico e padronização	209
8.2	Análise de parafusos de potência	211
	Tipos de roscas	211
	Parafusos de potência - conceito	212
	Eficiência dos parafusos de potência	215
	Cálculo do torque considerando rosca trapezoidal	216
	Cálculo do Torque considerando o efeito do colar	217
	Valores dos coeficientes de atrito	218
	Tensões nos filetes da rosca	218
8.3	Caracterização de uniões por parafuso	219
	União por parafuso	219
	Caracterização geral de roscas	219
	Tipos de roscas	220

8.4	Vantagens e desvantagens das juntas parafusadas	223
8.5	Aplicações	224
8.6	Pré-carregamento	225
	Condições de cargas e deformações na junta	228
	Cálculo da rigidez dos parafusos	231
	Cálculo da rigidez das peças	232
	Segurança na junta	233
	Montagem: Torque	235
8.7	Tensões no parafuso em serviço e falha por fadiga	239
	Determinação das tensões alternadas e médias	240
	Critério de falha de Goodman e fator de segurança	240
	Considerações sobre resistência à fadiga	242
8.8	Seleção da porca	243
8.9	União com múltiplos parafusos	243
8.10	Exemplo completo	247
	Resolução	247
8.11	Normas	251
8.12	Exercícios propostos	251
9	Molas	255
9.1	Introdução	255
9.2	Princípios e funções de molas	255
9.3	Materiais para molas	256
	Resistência à tração	257
	Resistência ao cisalhamento	258
9.4	Características mecânicas das molas - exemplo	259
9.5	Elementos elásticos - principais características	260
9.6	Carregamento em molas helicoidais	261
9.7	Tensões em molas helicoidais	262
	Tensões devido ao momento torçor	262
	Tensões devido à força cortante	264
	Efeito da curvatura	265
	Orientações de projeto considerando fatores de correção e índice de mola	267
9.8	Caraterísticas de molas de compressão	268
	Comprimento da mola	268
	Espiras ativas	269
	Deflexão da mola	269
	Constante de mola	270
	Índice de esbeltez	270
	Deflexão crítica	271
	Tensões residuais	272
9.9	Dimensionamento de molas helicoidais de compressão	272
	Exemplo de aplicação	272
	Solução	272
9.10	Molas helicoidais de compressão sob carregamento variável no tempo	274
	Aplicando o critério de Goodman a molas de compressão	275
	Exemplo de aplicação do modelo de Goodman	278
	Solução	279
9.11	Análise de ressonância em molas helicoidais	280
9.12	Molas helicoidais de tração	281
9.13	Características de molas de tração	282
	Espiras totais e ativas	282

Constante de mola para molas de tração	282
Pré carga em molas de tração	282
Deflexão de molas de tração	283
Tensões em molas de tração	283
Coefficiente de segurança em molas de tração	284
9.14 Barras de torção	284
Barras de torção sob carregamento variável no tempo	285
Exemplo de aplicação de barra de torção com carregamento variável no tempo	286
Solução	286
9.15 Normas	287
9.16 Exercícios propostos	287
10 Dimensionamento de engrenagens	289
10.1 Introdução	289
Tipos de engrenagens	289
10.2 Nomenclatura adotada em engrenagens	291
10.3 Engrenamento	292
10.4 Interferência e recorte do pé do dente	294
10.5 Deslocamento de perfil	297
Condição para não haver recorte no dente	298
10.6 Tipos de engrenamentos	299
Engrenamento Zero	300
Engrenamento Vê Zero	300
Engrenamento Vê	302
Exemplo de cálculo de engrenagens para engrenamento Vê	305
10.7 Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais	307
Razão de Condução Transversal e Grau de Recobrimento Axial	312
Exemplo de engrenamento Vê em engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais	312
Engrenagens helicoidais cruzadas	314
10.8 Análise de forças nas engrenagens cilíndricas	314
10.9 Modos de falha de engrenagens	315
Fadiga superficial - Método MAAG	315
Fadiga superficial - Método AGMA	317
Fadiga superficial - Método ISO	318
Flexão no dente	323
10.10 Potência transmitida em engrenagens	335
10.11 Recomendações de projeto	335
Pré-dimensionamento baseado no colapso por fadiga superficial	336
Recomendações para o número de dentes	336
Recomendações para a relação de transmissão	337
Recomendação para a relação largura/diâmetro, $\Psi_d = b/d$	337
Recomendações para deslocamento de perfil	337
10.12 Materiais para construção de engrenagens	338
Materiais ferrosos	338
10.13 Normas	345
10.14 Exercícios propostos	345
11 Dimensionamento de correias e correntes	349
11.1 Introdução	349
11.2 Correias	349
Forças atuantes em uma correia plana	350
Comprimento da correia	353

Ângulo de abraçamento	355
Exemplo de problema de correia plana	355
Correias em V	356
Determinação de vida para correias	359
Exemplo de problema e correia em V	361
Correias sincronizadoras	364
Definição do comprimento e outras características das correias sincronizadoras . .	364
Tipos de correias sincronizadoras	365
11.3 Correntes	366
Lubrificação	368
Efeito poligonal	370
Definições geométricas das correntes	372
Passos para o projeto de uma transmissão por correntes de rolos	373
11.4 Normas	374
11.5 Exercícios propostos	374
Referências Bibliográficas	375
A Tolerâncias fundamentais ISO normalizadas	379
B Afastamentos para eixos	381
C Afastamentos para furos	383
D Elementos de máquinas normalizados	385
E Propriedades mecânicas dos materiais	391
F Dimensões normalizadas	395
G Fatores para projetos de engrenagens	397
H Deduções complementares	401
H.1 Dedução do Z_{min}	401
H.2 Cálculo do fator Y_F	402
H.3 Definição do fator de correção de tensão (Y_S)	405
H.4 Cálculo do valor médio da rigidez de malha por largura nominal unitária $c_{\gamma\alpha}$. .	405
H.5 Cálculo do fator de carga na face $K_{f\beta}$	406
I Gráficos de fatores de concentração	409
J Gráficos de Raimondi e Boyd	413
K Resposta dos exercícios propostos	419

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de eixo (aplicação em vagões de trem) Fonte: discoverlivesteam.com. .	29
2.2	Árvore de carregamento axial (barra de direção). Fonte: mizushima-press.co.jp .	30
2.3	Detalhes dos elementos típicos de um eixo/árvore.	30
2.4	Anel de retenção externo (a) e um eixo estriado (b).	31
2.5	Carregamento de flexão alternante devido à rotação.	35
2.6	Representação do eixo (a) e o modelo de viga do mesmo (b).	35
2.7	Aplicação do método das seções na viga no modelo do eixo de trem.	36
2.8	Definição dos esforços para o modelo simplificado do eixo de trem.	36
2.9	Diagrama de esforços.	36
2.10	Estado de tensões em uma árvore e o correspondente círculo de Mohr.	37
2.11	Árvore com polias.	40
2.12	Definição das forças nas polias.	41
2.13	Problema de viga no plano XY.	42
2.14	Aplicação do método das seções.	42
2.15	Diagrama de esforços.	43
2.16	Ensaio de flexão rotativa de Moore.	45
2.17	Diagrama $S-N$ para um dado aço.	45
2.18	Corpo de prova para o ensaio de flexão rotativa de Moore (dimensões em mm). .	45
2.19	Diagrama para definição de k_a em função do processo de fabricação e da tensão limite de ruptura σ_r . Fonte: [54].	47
2.20	Diagrama para fator de temperatura k_d segundo o trabalho de Brandes e Brook. .	49
2.21	Diagrama para definição de k_{ts} para um eixo com entalhe sob torção.	50
2.22	Fator de sensibilidade ao entalhe q para flexão.	51
2.23	Fator de sensibilidade ao entalhe q para torção.	51
2.24	Estado de tensões em uma árvore sob flex-torção.	53
2.25	Método de Soderberg, aplicando as equações de equilíbrio.	53
2.26	Diagrama de Soderberg.	54
2.27	Determinação do coeficiente de segurança.	55
2.28	Método de Goodman aplicado a tensões normais.	58
2.29	Esquema da árvore a ser dimensionada.	59
2.30	Momento fletor no plano XY.	60
2.31	Momento fletor no plano XZ.	60
2.32	Diagrama de esforços.	61
2.33	Desenho preliminar da árvore (unidades em mm).	63
2.34	Esquema da árvore.	63
2.35	Carregamento no plano XY.	65
2.36	Carregamento no plano XZ.	65
2.37	Eixo do exemplo de efeito de concentração de tensões. XZ.	67

2.38	Problema de eixo vibrando.	69
2.39	Fator de amplificação $\times \omega/\omega_n$	70
2.40	Definição do valor de k	71
2.41	Exemplo de cálculo de velocidade crítica.	72
2.42	Diagrama para o exercício 2.	73
2.43	Diagrama para o exercício 4.	74
2.44	Árvore para o exercício 5.	74
2.45	Eixo para o exercício 6.	75
2.46	Eixo para o exercício 7.	75
2.47	Árvore para o exercício 8.	76
2.48	Árvore para o exercício 9.	76
2.49	Árvore para o exercício 10.	76
2.50	Árvore para o exercício 12.	77
3.1	Exemplo de ligação por atrito obtida por ajuste prensado entre eixo e cubo. . .	80
3.2	Ligação por atrito através de anéis cônicos.	80
3.3	Exemplo de ligação por forma obtida com o uso de chavetas.	81
3.4	Exemplo de ligação por forma através de eixo ranhurado.	81
3.5	Interferência entre cubo e eixo no ajuste prensado.	82
3.6	Interferência entre cubo e eixo no ajuste prensado.	82
3.7	Modelo para cilindro com pressão interna. Fonte [19].	83
3.8	Estado de tensões em um tubo.	84
3.9	Distribuição das tensões.	84
3.10	Distribuição das tensões para $a = 0$	85
3.11	Distribuição das tensões no cubo.	85
3.12	Forças no ajuste prensado.	87
3.13	Exemplo.	89
3.14	Modelo simplificado.	89
3.15	Rugosidades e perda de sobremedida.	91
3.16	Interferências.	93
3.17	Definição das interferências.	93
3.18	Tolerâncias para furos.	96
3.19	Tolerâncias para eixos.	96
3.20	Demonstração das tolerâncias.	98
3.21	Sistema furo-base.	98
3.22	Exemplos de ajustes furo-base.	99
3.23	Sistema eixo base.	99
3.24	Montagem de ajuste prensado por martelamento.	100
3.25	Ajuste prensado cônico.	105
3.26	Ajuste prensado cônico - analogia.	105
3.27	Montagem do ajuste cônico.	106
3.28	Vista frontal do modelo.	106
3.29	Conicidade segundo a norma DIN 254.	107
3.30	Deslocamento axial.	108
3.31	Anéis elásticos cônicos.	108
3.32	Aplicação de anéis elásticos cônicos.	109
3.33	Exemplo de chaveta plana.	110
3.34	Tipos de chavetas segundo [11].	110
3.35	Tipos de chavetas segundo [36].(a) Chaveta paralelas, (b) Chaveta cônica, (c) Chaveta Woodruff.	111
3.36	Dimensões das chavetas Woodruff (DIN 6888).	112
3.37	Dimensões referentes a chaveta em um eixo.	112

3.38	Deformação na chaveta devido ao torque.	113
3.39	Pressão nos flancos da chaveta.	113
3.40	Tensão de cisalhamento na chaveta.	113
3.41	Tensão de compressão na chaveta.	114
3.42	Compressão no eixo devido ao carregamento.	115
3.43	Compressão no cubo.	115
3.44	Exemplo de uso de chaveta	116
3.45	Eixos ranhurados com dentes retos (a) e evolventais (b) [31]	117
3.46	Exemplo de eixo ranhurado com cubo.	118
3.47	Dimensionamento das ranhuras de um eixo ranhurado.	118
3.48	Fatores de concentração de tensão K_{ts} para eixos sob torção. Fonte [9]	119
4.1	Estudos de rolamentos de Da Vinci.	123
4.2	Suspensão dianteira com aplicação de rolamentos.	124
4.3	Nomenclatura de um mancal de rolamento de esferas (Fonte: [45]).	125
4.4	Principais tipos de rolamentos. (Fonte: [45]).	125
4.5	Classificação de mancais de rolamento (Fonte: http://www.lacarolamentos.com.br)	126
4.6	Principais topologias de rolamentos.	128
4.7	Etapas de montagem de um mancal de rolamento (Fonte: [29]).	130
4.8	Aplicações típicas de rolamentos segundo a NSK.	130
4.9	Padronização básica da AFBMA (Fonte: [45]).	131
4.10	Designação usual de rolamentos.	131
4.11	Alguns modelos padronizados da NSK.	131
4.12	Modelos de proteção dos rolamentos da NSK e nomenclatura adotada.	132
4.13	Capacidade de carga dinâmica dos rolamentos da NSK.	133
4.14	Seleção do cubo dos rolamentos.	134
4.15	Capacidade de carga dos diferentes tipos de rolamento.	134
4.16	Exemplo de desalinhamento de eixo.	135
4.17	Exemplos de disposição de mancais de rolamentos.	136
4.18	Definição da vida mediana	138
4.19	Exemplo de dimensionamento de rolamento.	142
4.20	Reações nos mancais.	143
4.21	Interface das superfícies.	146
4.22	Teoria de Bowden e Tabor.	147
4.23	Desgaste por adesão.	148
4.24	desgaste por abrasão.	148
4.25	Lubrificação de filme completo ou fluida.	149
4.26	Lubrificação limite.	150
4.27	Definição de viscosidade.	151
4.28	Valores de viscosidade de alguns fluidos. Fonte:[45].	152
4.29	Modelo de Petroff.	153
4.30	Pressão aproximada em um mancal de Petroff.	154
4.31	Experimento dos irmãos McKee.	155
4.32	Curva característica de lubrificação.	155
4.33	Lubrificação hidrostática.	156
4.34	Etapas da formação do filme de óleo na lubrificação hidrodinâmica	157
4.35	Experimento de Tower.	158
4.36	Modelo do mancal plano de Reynolds.	159
4.37	Modelo hidrodinâmico.	159
4.38	Distribuição de pressão em um mancal curto segundo Ocvirk. (Fonte: [36])	164
4.39	Relações analíticas e experimentais entre ε e O_N (Fonte: [36]).	166
4.40	Eixo para os exercícios 3 e 4.	168

4.41	Eixo para os exercícios 5 e 6.	168
4.42	Eixo para o exercício 7.	169
4.43	Árvore para o exercício 8.	169
4.44	Árvore para o exercício 10.	169
5.1	Exemplos de acoplamentos. Fonte: www.flenderbrasil.com	171
5.2	Acoplamento fixo típico. Fonte: www.hub-4.com	172
5.3	Dimensões de acoplamentos por flange segundo a norma DIN 760 (Fonte: [35]).	173
5.4	Dimensões de acoplamentos por flange segundo a norma DIN 116 (Fonte: [35]).	173
5.5	Exemplos de acoplamentos flexíveis fabricados pela Acodex.	174
5.6	Modelo esquemático de junta universal (Fonte: CATIA v5. Tutorial).	174
6.1	Tipos de embreagens e freios segundo princípio de funcionamento (Fonte: [36]).	176
6.2	Exemplo de freio a tambor com sapata interna.	177
6.3	Modelo para deslocamento da guarnição.	178
6.4	Ponto de maior pressão na guarnição para $\theta_2 < 90^\circ$	178
6.5	Ponto de maior pressão na guarnição para $\theta_2 > 90^\circ$	179
6.6	Balanco de forças para o giro do tambor no sentido horário.	180
6.7	Exemplo de cálculo para freio (Fonte: [46]).	183
6.8	Reações nas sapatas para o exemplo proposto (Fonte: [46]).	186
6.9	Freio de sapata externa (Fonte: [46]).	186
6.10	Freio de cintas. (Adaptado de [46])	188
6.11	Condição de equilíbrio na cinta (Fonte: [46]).	188
6.12	Tipos de embreagens e freios axiais (Fonte: [46]).	189
6.13	Desgaste uniforme em uma posição r (Fonte: [46]).	190
6.14	Gráfico das relações para pressão constante e desgaste uniforme r (Fonte: [46]).	192
6.15	Exemplo de freio a disco (Fonte: [46]).	194
6.16	Força de frenagem em um disco de freio (Fonte: [46]).	195
6.17	Freio a disco sólido e ventilado.	198
6.18	Freio para o exercício 02.	200
6.19	Freio/embreagem do problema 3.	201
7.1	Modelos de vedadores (Fonte: /www.jundved.com.br).	203
7.2	Retentores	205
7.3	Perfis de retentores	205
7.4	Perfis de retentores	206
7.5	Modelos de o'ring e suas dimensões principais	206
7.6	Aplicação de o'ring em vedação rotativa	206
7.7	Aplicação de o'ring em vedação por esmagamento	207
7.8	Adesão por trava química	207
8.1	Parafuso para elevação de água de Arquimedes.	209
8.2	Torno de Jacques Besson.	210
8.3	Rosca Trapezoidal.	211
8.4	Rosca dente de serra.	212
8.5	Rosca quadrada (Fonte: [46]).	212
8.6	Exemplo de aplicação de parafuso de potência (Fonte: [46]).	213
8.7	Parafuso de potência (Fonte: [46]).	213
8.8	Desenvolvimento do filete de rosca e diagrama de forças (Fonte: [46]).	214
8.9	Ângulos da rosca trapezoidal.	216
8.10	Efeitos do colar.	217
8.11	Localização do diâmetro médio do colar.	217

8.12	Análise da força nos filetes da rosca.	218
8.13	Terminologia de roscas e parafusos (Fonte: [46]).	220
8.14	Perfil da rosca Unificada (Fonte: [46]).	221
8.15	Exemplo de rosca unificada.	222
8.16	Detalhes da rosca métrica.	222
8.17	Séries básicas de roscas métricas.	223
8.18	Parafuso de centragem.	224
8.19	Parafuso de cabeça quadrada.	224
8.20	Parafuso com fenda simples.	224
8.21	Parafuso borboleta.	225
8.22	Parafuso para vedação.	225
8.23	Parafuso de ponta atuante	225
8.24	União por parafuso.	226
8.25	Área de resistência (Fonte: [11]).	227
8.26	Caracterização do diâmetro efetivo.	227
8.27	Erro do valor da área de resistência com a área nominal (utilizando d) e com a área do diâmetro de raiz (utilizando d_r).	228
8.28	Cargas e deformações nas juntas.	228
8.29	Cargas e deformações nas juntas na montagem.	229
8.30	Cargas e deformações nas juntas em serviço.	229
8.31	Curva de carga na junta parafusada.	229
8.32	Junta parafusada para avaliação da rigidez.	231
8.33	Representação das classes de parafusos SAE. (Fonte [45])	234
8.34	Representação das classes de parafusos métricas.	234
8.35	Cargas e tensões durante o aperto inicial do parafuso.	236
8.36	Torquímetro utilizado para dar aperto calibrado aos parafusos.	237
8.37	Características geométricas de uma porca normalizada (Norma ABNT-PB-44)	238
8.38	Estado de tensões de um parafuso.	239
8.39	Carregamento alternado em um parafuso.	240
8.40	Diagrama de Goodman.	241
8.41	Limite de fadiga modificado	241
8.42	Diagrama para análise da fadiga.	242
8.43	Carregamento excêntrico (a) e simétrico (b) cisalhante em junta parafusada.	243
8.44	Tensão cisalhante na junta devido ao carregamento excêntrico.	244
8.45	Carregamento simétrico (a) e excêntrico (b) de tração em junta parafusada.	245
8.46	Disposição dos parafusos e carga de flexão excêntrica.	245
8.47	Definição da carga em cada parafuso.	246
8.48	Manga de eixo a ser dimensionada.	247
8.49	Elevador para o problema 1 e 2.	252
8.50	Máquina para o exercício 3.	252
8.51	Peça para o exercício 4 e 5.	253
8.52	Pórtico para o exercício 8.	253
8.53	Peça para o exercício 11.	254
9.1	Classificação geral de molas.	256
9.2	Resistência à tração $\times$ espessura do fio.(Fonte: [36])	258
9.3	Curvas características de molas.	259
9.4	Exemplos de molas progressivas.	259
9.5	Exemplos de molas não lineares.	260
9.6	Exemplo e características de molas Belleville.	260
9.7	Trabalho realizado em diferentes configurações de elementos elásticos.	260
9.8	Forças atuantes na mola.	261

9.9	Representação de cargas atuantes na mola.	261
9.10	Mola helicoidal sob compressão.	262
9.11	Superposição das tensões de cisalhamento.	262
9.12	Hipóteses das seções paralelas.	263
9.13	Tensões devido à torção.	263
9.14	Tensões devido à força cortante.	264
9.15	Efeito da força cortante.	265
9.16	Barra reta submetida a torção.	265
9.17	Elemento infinitesimal de tensão para a barra da figura 9.16.	266
9.18	Efeito da curvatura.	266
9.19	Coeficientes para projeto de molas.	268
9.20	Comprimentos das molas de compressão (Fonte: [36]).	269
9.21	Tipos de extremidades das molas de compressão:(a)simples; (b) simples esmerilhadas; (c) esquadrejadas e (d) esquadrejada e esmerilhada.	269
9.22	Curvas típicas de flambagem (Fonte: [36]).	271
9.23	Diagrama de Goodman.	275
9.24	Variação do nível da tensão cisalhante em uma mola para $R = 0$	276
9.25	Diagrama de Goodman modificado.	277
9.26	Modelo geral de carregamento em um mola de compressão sob carga cíclica com pré carga.	277
9.27	Linha de carga da mola.	277
9.28	Típica mola de tração. Fonte: www.fgindustries.com	281
9.29	Dimensões de uma mola de tração. Adaptado de www.molas.com.br	282
9.30	Ponto de máxima tensão de flexão.	283
9.31	Ponto de máxima tensão de cisalhamento da mola.	283
9.32	Barra de torção em uma suspensão automotiva. (Fonte: 4x4abc.com)	284
9.33	Tensão cisalhante de uma barra de torção ao longo do tempo.	285
10.1	Tipos de engrenagens: (a) de dentes retos, (b) de dentes helicoidais, (c) helicoidal dupla, (d) cônica, (e) sem fim, (f) hipóide.	290
10.2	Linha de ação em destaque na figura.	294
10.3	Curva evolvente.	295
10.4	Geração de evolvente por usinagem por fresa módulo (a) e por cremalheira (b).	296
10.5	Engrenagens usinadas (a) e por plástico injetado (b).	296
10.6	Recorte no pé do dente.	297
10.7	Afastamento da ferramenta na geração de engrenagens.	297
10.8	Gráfico de referência para escolha de fatores de deslocamento. (Fonte:[24])	299
10.9	Engrenagem com deslocamento de perfil excessivo.	302
10.10	Largura dos dentes de uma engrenagem.	303
10.11	Engrenagem do exercício sem deslocamento de perfil (a) e com deslocamento (b).	306
10.12	Helicóide evolvente.	307
10.13	Relação entre os planos normal e transversal.	308
10.14	Relação entre a hélice de base e a hélice primitiva.	308
10.15	Relação entre ângulo de hélice e ângulo de pressão.	309
10.16	Passos da Engrenagem Helicoidal.	310
10.17	Engrenagens helicoidais cruzadas.	314
10.18	Forças atuantes na transmissão de engrenagem.	315
10.19	Forças unitárias de compressão atuando no contato entre dois cilindros.	316
10.20	Determinação geométrica de Z_H	318
10.21	Diâmetros para avaliação da massa reduzida da engrenagem. Fonte [27]	321
10.22	Regiões de ressonância das engrenagens. Fonte [27]	321
10.23	Valor de C_a dada a tensão limite de Hertz . Fonte [27]	322

10.24	Carregamento em um dente de engrenagem.	323
10.25	Tensões em um dente de engrenagem.	323
10.26	Tensões em um dente de engrenagem intermediária.	324
10.27	Diagrama de Goodman para o problema de engrenagem.	324
10.28	Diagrama de Goodman para o problema de engrenagem com o carregamento máximo.	325
10.29	Modelagem do dente pelo método de Lewis.	325
10.30	Gráfico do fator geométrico de resistência à flexão (J). Fonte [46].	327
10.31	Gráfico do fator dinâmico (K_v). Fonte [36].	328
10.32	Valores para o cálculo do fator de espessura de borda (K_B).	328
10.33	Valores do fator de ângulo de hélice [28].	330
10.34	Fator de espessura do aro para engrenagens de dentes externos e internos [28].	330
10.35	Valores do fator de vida em função do material e do número de ciclos.	332
10.36	Valores do fator de tamanho em função do módulo normal da engrenagem (m_n).	333
10.37	Valores do dente para o modelo ISO.	334
10.38	Padrões típicos de dureza. a) Cementação ou nitretação. b) e c) Aquecimento por indução. d) Aquecimento por chama. Fonte [14].	343
10.39	Engrenagens para o exercício 3 e 4.	346
10.40	Engrenagens para o exercício 6.	346
11.1	Tipos de correias: (a) Plana [Corbelt]; (b) Circular [Wuxi Jiunai]; (c) Em V [Hidramaco]; (d) Sincronizadora [Kallruberr].	350
11.2	Corpo livre e forças atuantes em uma correia.	351
11.3	Elemento infinitesimal da correia e forças atuantes.	353
11.4	Correia montada na configuração aberta.	354
11.5	Correia montada na configuração cruzada.	354
11.6	Exemplo de polia tensora externa e interna [Fonte: Correias Schneider].	354
11.7	Seção transversal de uma correia em V.	356
11.8	Seleção de correias do padrão clássico [1].	357
11.9	Seleção de correias do padrão estreito [1].	357
11.10	Dimensões das polias de acordo com a norma ISO 4183-1995 [26].	359
11.11	Representação das cargas em uma correia ao longo de um ciclo [53].	359
11.12	Gráfico de seleção de correia para o exemplo.	361
11.13	Detalhe de uma correia sincronizadora e suas polias.	364
11.14	Fatores geométricos de uma correia sincronizadora (Fonte [41]).	364
11.15	Perfil T de correias sincronizadoras (Fonte: [41]).	365
11.16	Perfil AT de correias sincronizadoras (Fonte: [41]).	366
11.17	Elementos de uma corrente de roletes (Fonte: http://www.rolspinho.pt).	367
11.18	Dimensões de uma corrente de roletes (Fonte: Correntes Duomo).	368
11.19	Tipos de lubrificação de correntes (Fonte: RENOLD [43]).	369
11.20	Tipos de lubrificação sugeridas pela Norma BS 228 (Fonte: [5]).	370
11.21	Efeito poligonal nas correntes (Fonte: [5]).	371
11.22	Variação da velocidade de acordo com o número de dentes do pinhão (Fonte: [5]).	372
11.23	Montagem de corrente com tensionador (Fonte: Maryland Matrics).	374
G.1	Módulos definidos pela norma DIN 780.	398
H.1	Dedução de Z_{min}	401
H.2	Determinação da corda normal do dente de uma engrenagem. Fonte [28].	402
H.3	Valores de referência para a equação H.9. Fonte [28]	403
H.4	Valores de referência para o fator de rigidez do corpo (C_R). Fonte [27]	406

I.1	Valor de k_t para carga axial em escalonamento. Fonte: [46]	409
I.2	Valor de k_{ts} para carga de torção em escalonamento. Fonte: [46]	409
I.3	Valor de k_t para carga de flexão em escalonamento. Fonte: [46]	410
I.4	Valor de k_{ts} para furo passante em árvore sob torção. Fonte: [46]	410
I.5	Valor de k_t para furo passante em árvore ou eixo sob flexão. Fonte: [46]	410
I.6	Valor de k_t para eixo ou árvore com sulco sob tração. Fonte: [46]	411
I.7	Valor de k_t para eixo ou árvore com sulco sob flexão. Fonte: [46]	411
I.8	Valor de k_{ts} para árvore com sulco sob torção. Fonte: [46]	411
I.9	Valor de k_{ts} para árvore com rebaixo sob torção. Fonte: [46]	412
I.10	Valor de k_t para árvore ou eixo com rebaixo sob flexão e/ou carga axial. Fonte: [46]	412
J.1	Fator de atrito. Fonte: [46]	413
J.2	Fator de fluxo. Fonte: [46]	414
J.3	Variável de espessura mínima. Fonte: [46]	415
J.4	Razão de fluxo lateral. Fonte: [46]	416
J.5	Relação entre viscosidade e temperatura de alguns óleos minerais. Fonte: [46]	417

Texto preliminar

Lista de Tabelas

1.1	Valores recomendados por Juvinall e Marshek (Fonte: [29]).	26
1.2	Valores dos fatores de penalização propostos por Collins (Fonte: [9]).	27
2.1	Valores máximos de deflexão angular por recomendação da NSK (Fonte: [37]).	33
2.2	Valores empíricos para o limite de resistência à fadiga para aços. Fonte: [46, 9]	46
2.3	Valores de referência para estimativa de resistência à fadiga para. Fonte: [9]	46
2.4	Valores dos coeficientes a e b da equação 2.33.	47
2.5	Valores do fator de dimensão k_b	48
2.6	Valores do fator de confiabilidade.	48
2.7	Valores característicos de α e de tensão.	54
3.1	Coeficientes de atrito nas interfaces.	88
3.2	Rugosidades máximas.	91
3.3	Coeficientes de dilatação térmica e outras propriedades de materiais.	92
3.4	Campos de tolerância.	96
3.5	Grupos de diâmetros.	97
3.6	Conicidades recomendadas pela norma DIN 254.	107
3.7	Perda de capacidade de torque por número de anéis.	109
3.8	Dimensões de chavetas de forma alta pela DIN 6885 (valores em mm)	117
3.9	Dimensões de chavetas de forma baixa pela DIN 6885 (valores em mm)	117
4.1	Fatores de esforço estático	136
4.2	Fatores radial e axial para definição da carga equivalente	137
4.3	Falhas em rolamentos	138
4.4	Fatores radial e axial para definição da carga dinâmica equivalente	141
4.5	Carga Dinâmica Equivalente para rolamentos de rolos cilíndricos	141
4.6	Fatores de carga para rolamentos.	144
4.7	Valores de vida	144
4.8	Conversão entre unidades de viscosidade.	151
4.9	Valores recomendados de folga radiais para mancais em μm	161
5.1	Dimensões das flanges forjadas no eixo segundo a norma DIN 760.	173
5.2	Dimensões de algumas flanges segundo a norma DIN 116.	173
6.1	Valores de coeficientes de atrito com aço e FoFo de alguns materiais para revestimento em freios e embreagens (Fonte: [9]).	177
6.2	Valores de pressão máxima p_a para alguns pares de material (Fonte: [46]).	179
8.1	Parâmetros para avaliação da rigidez de juntas. Fonte: [46]	233
8.2	Resistência mecânica dos parafusos. Dados em MPa.	234

8.3	Fator de aperto K segundo a Bowman.	238
8.4	Variáveis do problema para um parafuso M8 Classe 8.8	250
8.5	Variáveis do problema para um parafuso M10 Classe 8.8	250
9.1	Aços utilizados na construção de molas.	257
9.2	Diâmetros típicos para barras para construção de molas.	257
9.3	Coeficientes da equação 9.1 para os materiais, dado o diâmetro em mm e a tensão em MPa	258
9.4	Valores da constante N_σ para avaliação da tensão de escoamento em molas.	259
9.5	Valores da constante α para análise de estabilidade uma mola de compressão	271
9.6	Valores de resistência à fadiga torcional τ_{fw}	276
10.1	Valores dos coeficientes para o cálculo de K_V (Fonte: [27]).	322
10.2	Valores para o cálculo da tensão nominal de referência para fadiga (σ_{Flim}).	332
10.3	Valores recomendados para o fator MAAG y_M em função da aplicação e do material.	335
10.4	Níveis de dureza segundo [14].	339
10.5	Dureza para aços com tratamento térmico [14].	340
10.6	Durezas recomendadas para cada aplicação[14].	341
10.7	Profundidade de cementação recomendadas [14].	341
10.8	Profundidades para nitretação recomendadas[14].	342
10.9	Classes padrão AGMA para ferros fundidos cinzentos aplicados em engrenagens [14].	344
11.1	Fator de serviço para definição de perfil de correia em V [1].	358
11.2	Dados da geometria das polias para correias em V [26].	359
11.3	Valores para a estimativa de vida de correias.	360
11.4	Dimensões para correias padrão T métrico (DIN 7721:1977).	365
11.5	Dimensões para correias padrão AT métrico.	366
11.6	Dimensões para a figura 11.18 para correntes padrão ANSI/ASA B 29.1 (polegadas)	368
11.7	Dimensões para a figura 11.18 para correntes padrão ISO 8187/ BS228 (métrico)	368
11.8	Lubrificantes recomendados em função da temperatura de trabalho [43].	370
D.1	Porca sextavada - Acabamento grosso (Dimensões em mm) (ABNT - PB44).	385
D.2	Alguns valores de rosca trapezoidal definidos pela DIN 103	387
D.3	Alguns valores de rosca trapezoidal grossa definidos pela DIN 379.	388
D.4	Alguns valores de rosca trapezoidal fina definidos pela DIN 378	389
E.1	Propriedades mecânicas de materiais, adaptado de [36].	391
E.2	Propriedades mecânicas de ligas de aço ferramenta, adaptado de [36].	391
E.3	Propriedades mecânicas de aços carbono, adaptado de [36].	392
E.4	Propriedades mecânicas de ligas de alumínio, adaptado de [47].	393
F.1	Algumas medidas padronizadas pela DIN 3.	395
G.1	Valores de y_L para engrenagens de dentes retos e ângulo de pressão de 20°	398
G.2	Valores de K_d para engrenagens de dentes retos.	399
G.3	Valores de K_d para engrenagens de dentes helicoidais.	399
G.4	Valores de fator de distribuição de carga K_e	399
G.5	Alguns valores de fator de serviço AGMA K_s	400
G.6	Valores de referência para o limite de tensão de Hertz.	400
G.7	Valores do fator de aplicação K_A para a norma ISO	400
G.8	Valores do desvio efetivo da base da engrenagem f_{eff}	400

Texto preliminar

Lista de Símbolos

α	Ângulo de pressão da engrenagem
α_n	Ângulo de pressão normal da engrenagem
α_t	Ângulo de pressão transversal da engrenagem
β	Coeficiente de dilatação térmica
δ	Deflexão lateral, deformação elástica
ε	Razão de excentricidade
ε_x	Razão de excentricidade para modelo analítico
μ	Coeficiente de atrito estático, viscosidade absoluta
ν	Viscosidade cinemática, coeficiente de poisson
Δd	Sobremedida
Δd_{max}	Sobremedida máxima
Δd_{min}	Sobremedida mínima
Δd_r	Perda de sobremedida devido a rugosidade
Δd_t	Perda de sobremedida devido a temperatura
ΔT	Diferença de temperatura
ε_α	Razão de condução
σ	Tensão cisalhante
σ_1	Tensão principal 1
σ_2	Tensão principal 2
σ_a	Tensão normal alternada
σ_e	Tensão de escoamento do material
σ_m	Tensão normal média ou constante
σ_{max}	Tensão máxima normal devido ao carregamento
σ_{min}	Tensão mínima normal devido ao carregamento
σ_r	Tensão de ruptura do material
σ_x	Tensão normal na direção x
σ_{adm}	Tensão normal admissível
τ_{adm}	Tensão cisalhante admissível
τ_{max}	Máxima tensão cisalhante
τ_{xy}	Tensão cisalhante em estado plano de tensões
ω_c	Velocidade angular crítica
ω_n	Velocidade angular natural
Φ	Potência perdida no mancal
A	Área
A_i	Afastamento inferior do cubo
A_s	Afastamento superior do cubo
A_t	Área de tração do parafuso
a	Distância entre eixos
a_i	Afastamento inferior do eixo

a_s	Afastamento superior do eixo
b	Expoente de weibull
C	Capacidade de carga dinâmica no rolamento
c	Folga no pé do dente
C_R	Capacidade de carga do mancal de rolamento
c_d	Folga diametral
c_r	Folga radial
d	Diâmetro
E	Módulo de elasticidade do material
f	Coefficiente de atrito dinâmico
F_a	Força axial corrigida no mancal de rolamento, força axial no dente da engrenagem
F_e	Força radial equivalente no mancal de rolamento
F_i	Pré-carga no parafuso
F_m	Força nas peças
F_n	Força normal no dente da engrenagem
F_p	Força no parafuso
F_r	Força radial corrigida no mancal de rolamento, força radial no dente da engrenagem
F_t	Força tangencial no dente da engrenagem
h_{a1}	Altura de adendo da engrenagem 1
h_{a2}	Altura de adendo da engrenagem 2
h_{ac}	Altura de adendo da cremalheira de geração
h_{f1}	Altura de dedendo da engrenagem 1
h_{f2}	Altura de dedendo da engrenagem 2
h_{min}	Espessura mínima do filme de óleo
i	Unidade de tolerância, relação de transmissão
I	Momento de inércia da seção transversal
I_{max}	Interferência máxima
I_{min}	Interferência mínima
IT_e	Qualidade de trabalho do eixo
IT_c	Qualidade de trabalho do cubo
k_a	Fator de acabamento superficial
k_b	Fator de dimensão das peças
k_c	Fator de confiabilidade
k_d	Fator de temperatura
k_e	Fator de efeitos diversos
k_f	Fator de concentração de tensão sob fadiga
k_m	Rigidez das peças
k_p	Rigidez do parafuso
K	Constante elástica
K_B	Fator de espessura de borda
K_c	Fator de distribuição de carga
K_d	Fator de dinâmico
K_ε	Fator de excentricidade
K_s	Fator de serviço AGMA
K_v	Fator dinâmico
l	Comprimento do eixo, comprimento do mancal
L	Vida do mancal
L_{10}	Vida nominal do mancal
M	Momento fletor
m	Módulo da engrenagem

n	Coefficiente de segurança
n_c	Número de rotações por minuto crítico
n'	Rotações por segundo
O_N	Número de Ocvirk
P	Potência, carga em mancal de escorregamento
P_a	Força axial
P_t	Força tangencial
p	Pressão, passo
p_b	Passo de base
R	Confiabilidade, rugosidade
r	Raio, raio primitivo
r_a	Raio de adendo da engrenagem
r_b	Raio de base da engrenagem
r_f	Raio de dedendo da engrenagem
S_n	Límite de resistência à fadiga da peça
S'_n	Límite de resistência à fadiga do material
S_p	Resistência de prova do parafuso
S_{sn}	Límite de resistência à fadiga da peça por cisalhamento
s	Espessura do dente
T	Momento torçor
T_{aj}	Tolerância de ajuste
U	Velocidade tangencial
V	Esforço cisalhante
v	Afastamento da ferramenta de corte
W	Carga no mancal de escorregamento
x_1	Fator de deslocamento de perfil da engrenagem 1
x_2	Fator de deslocamento de perfil da engrenagem 2
Z	Número de dentes da engrenagem
Z_{min}	Número mínimo de dentes da engrenagem para não haver recorte

Texto preliminar

Introdução

1.1 Projeto

Uma das principais atividades de um engenheiro é projetar, ou seja, analisar um problema, estudá-lo e chegar a uma solução factível, viável e aceitável. No campo da engenharia mecânica, além disso, se deseja criar uma solução que possa ser confiável, segura e funcional. Isto por si só já dá ideia do imenso trabalho que existe entre a identificação do problema e a entrega da solução.

A disciplina de elementos de máquinas tem forte elo com o projeto, pois é por meio dela que o acadêmico de engenharia mecânica tem acesso ao dimensionamento de peças que compõem sistemas e equipamentos. É esta disciplina que aglutina todas as disciplinas de projeto já cursadas, como resistência dos materiais e fadiga, além da necessidade de conhecimentos mínimos de materiais e processos de fabricação. Trata-se portanto de uma disciplina que necessita de um conhecimento prévio de todas estas áreas, de forma que se possa projetar com segurança um elemento de máquinas.

O projeto por sua vez tem forte ligação com a criação, ou seja, é o exercício pleno da criatividade, muito embora, seja necessário também uma boa visão de materiais, de construção mecânica, seja do ponto de vista de sua capacidade de carga, seja dos processos de fabricação. De certa forma as restrições impostas por estes últimos acaba por limitar a capacidade inventiva do engenheiro. O bom engenheiro deve conviver com esta aparente dicotomia

Como este documento se trata de um material de suporte ao curso presencial, conceitos que fazem parte do texto, tais como: resistência, tenacidade, resiliência, ductilidade e dureza devem estar bem sedimentados, necessitando que o leitor tenha familiaridade com eles.

Esta apostila tenta concatenar em seu texto todo o conceito necessário para projetar elementos de máquinas todavia, recomendamos também a leitura das obras dadas nas referências bibliográficas, posicionadas ao final.

1.2 Síntese e análise

O engenheiro projetista de máquinas vai sempre atuar em duas grandes frentes, em projetos de síntese e de análise de estruturas ou peças. Os projetos de síntese são aqueles onde o objetivo final é o dimensionamento da peça, ou seja, parte-se de valores de carregamento e se desenvolve uma solução, arbitrando algumas considerações de forma que se chegue a uma dimensão. Na síntese, a pergunta a ser respondida é: **qual a configuração final da peça a ser fabricada?**

Em projetos de síntese, podemos arbitrar algumas delimitantes das soluções, como material e restrições geométricas ou de massa, o que chamamos de requisitos de projeto. Por exemplo, se o objetivo for desenvolver um equipamento que possa ser manipulado por um humano, é uma restrição de projeto sua dimensão, de forma que possa caber em sua mão. As restrições de

projeto limitam o espectro de possíveis soluções para o problema, o que faz com que o engenheiro seja ainda mais criativo, principalmente se desejar encontrar uma solução realmente inovadora.

Com relação aos projetos de análise, o foco é um pouco diferente. Parte-se da peça já previamente definida e analisa-se a sua segurança em relação ao trabalho que será efetuado. Neste caso, já se conhece a sua geometria e o carregamento a que está submetida, validando portanto o seu coeficiente de segurança, que será tratado a seguir. Neste caso, pode-se responder à pergunta: **esta peça realmente resiste a este trabalho?**

Geralmente após a síntese da solução se faz uma análise estrutural para verificar se o projeto ou pré-projeto estão adequados ao uso. Neste curso teremos alguns casos onde se chegará a um pré-projeto da peça como no caso do eixo, sendo necessário portanto sua validação e refinamento a *posteriori*. Em outros casos como em mancais de rolamento, determinamos o mancal final, não necessitando de uma análise mais refinada após sua definição.

1.3 Coeficiente de segurança

Quando se está começando a trabalhar em projetos de engenharia, este é o ponto de maior controvérsia e também o que gera o maior número de dúvidas. O engenheiro que ainda não conta com uma boa bagagem de conhecimento, sente-se muitas vezes desconfortável para arbitrar ou escolher um fator de segurança adequado ao projeto. Em muitos casos, as normas definem tal valor, o que torna o processo mais fácil e seguro, todavia, em algumas situações, isto não ocorre, e cabe o engenheiro projetista identificar o melhor coeficiente a ser adotado. Basicamente, o coeficiente de segurança está associado a duas questões do projeto:

1. Eu realmente sei o material que está sendo utilizado?
2. Eu realmente conheço o carregamento que está sendo considerado?

Com relação ao material, a questão é mais complexa porque além da incerteza do conhecimento do material, está associada a variação estatística de suas propriedades. Sabemos que nem todo aço 1040 que sai do alto forno é exatamente igual, pois o processo de fabricação sofre interferências externas que podem variar em regiões pontuais ou na peça inteira. Nestes casos, o correto seria fazer uma análise por ensaio de tração para cada material a ser utilizado no projeto, o que não é possível na maioria dos casos.

Com relação ao carregamento, este sim é cheio de incertezas, advindas principalmente da correta compreensão do problema ao qual se busca a solução.

Juvinall e Marshek [29] sugerem alguns valores para o coeficiente de segurança seguindo alguns critérios, conforme mostrado na tabela 1.1

Tabela 1.1: Valores recomendados por Juvinall e Marshek (Fonte: [29]).

Coeficiente	Crítérios
1,25 até 1,5	Materiais excepcionalmente confiáveis sob condições controladas, sujeitos a cargas determinadas com alto grau de precisão
1,5 até 2,0	Materiais bem conhecidos com cargas e tensões facilmente determinadas em condições razoavelmente constantes
2,0 até 2,5	Materiais conhecido pelas propriedades médias, sob cargas e tensões que podem ser determinadas
2,5 até 3,0	Materiais pouco testados ou frágeis, cargas e tensões médias
3,0 até 4,0	Materiais não testados, sob condições médias de carga e tensões, e materiais bem conhecidos sob carregamento e tensões incertos.

Os autores ainda sugerem que no caso de cargas repetidas, deve-se utilizar os valores da tabela 1.1 em relação à tensão limite de fadiga. No caso de carga de impacto, deve-se adicionar

um fator de impacto aos coeficientes de segurança. Já para materiais frágeis, adotar o dobro dos valores de referência da tabela 1.1 com relação a tensão de ruptura do material.

Collins [9] apresenta uma métrica para determinação do coeficiente de segurança que pode ser útil para aqueles que possuem pouca bagagem no projeto de componentes mecânicos. Ele cria uma série de fatores de penalizações (**NP**), baseado em questões simples, de fácil resposta, que são:

1. As cargas são determinadas com precisão?
2. As tensões são determinadas com precisão?
3. Características do material com relação a resistência às falhas são facilmente e claramente determinadas?
4. Deve-se restringir peso, custo e espaço?
5. A falha pode causar danos à propriedade ou mesmo à vidas humanas?
6. Qualidade da mão de obra na fabricação.
7. Condições de operação.
8. Qualidade da inspeção e manutenção disponível ou possível durante a operação.

Estes fatores devem receber um valor numérico de 1 a 4 de forma que sigam a tabela 1.2

Tabela 1.2: Valores dos fatores de penalização propostos por Collins (Fonte: [9]).

NP = 1	Mudança <i>levemente necessária</i> no fator de segurança
NP = 2	Mudança <i>moderavelmente necessária</i> no fator de segurança
NP = 3	Mudança <i>fortemente necessária</i> no fator de segurança
NP = 4	Mudança <i>extremamente necessária</i> no fator de segurança

Além dos valores numéricos da tabela 1.2, deve-se adotar o sinal **positivo** (+) quando se deve aumentar o fator de segurança e **negativo** (-) quando se deseja diminuí-lo. de forma que se tenha a soma desses valores dados por:

$$t = \sum_{i=1}^8 (NP)_i \quad (1.1)$$

E assim, se o valor de t dado pela equação 1.1 for menos do que -6, o fator de segurança será dado como $n = 1,15$. Caso o valor calculado do somatório seja igual ou superior a -6, o coeficiente de segurança passa a ser dado como:

$$n = 1 + \frac{(10 + t)^2}{100} \quad (1.2)$$

1.4 Estrutura da apostila

Esta apostila foi criada com o intuito de servir de base à disciplina **EMC-5335 - Elementos de Máquinas** do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC. O material aqui colocado é de propriedade dos autores, catalogado em função da experiência na área, baseado na bibliografia utilizada no curso, listada no fim do documento.

Esta apostila está dividida em 10 capítulos definidos pelos módulos do curso que são:

Capítulo 1: apresenta o material e o curso a ser ministrado, introduzindo a disciplina para o acadêmico, trabalhando também alguns conceitos básicos como projeto, síntese, análise e coeficiente de segurança.

Capítulo 2: trata do projeto de eixos e árvores, apresentando toda a teoria a respeito, análise estática bem como os efeitos decorrentes de carregamentos dinâmicos. O texto utiliza o modelo de Sines, de Soderberg, de Goodman e da ASME no dimensionamento, e avalia também os efeitos de vibração.

Capítulo 3: este capítulo mostra detalhes técnicos na ligação cubo/eixo, princípio que permite a transmissão de movimento e torque entre o eixo e os elementos girantes, como polias e engrenagens. São tratados ajustes por forma e por força, dando especial atenção a chavetas, estrias e ajuste prensado cilíndrico e cônico.

Capítulo 4: trata do estudo dos mancais de rolamento e escorregamento, sendo demonstrado o dimensionamento de ambos, a ação de cargas variáveis no tempo, além de informações sobre desgaste e lubrificação.

Capítulo 5: este capítulo apresenta o conceito de acoplamentos rígidos e flexíveis, além das normas DIN que definem o dimensionamento destes componentes.

Capítulo 6: freios e embreagens são o foco deste capítulo. Dados construtivos, dos materiais e da forma dos componente são apresentados, além da definição das pressões de trabalho para dimensionamento. O capítulo apresenta os tipos de sapatas internas, sapatas externas, cintas e os axiais.

Capítulo 7: mostra os vedadores mecânicos utilizados hoje na indústria, suas aplicações e principais características.

Capítulo 8: apresenta o conceito de parafusos de potência e de juntas parafusadas, suas aplicações, dimensionamento, vantagens e desvantagens de seu emprego, considerando carregamentos normais e de cisalhamento, constantes ou variáveis no tempo.

Capítulo 9: este capítulo apresenta o projeto de molas, focado principalmente nas molas de compressão e de tração. São mostrados também aspectos do projeto de cargas variáveis no tempo e de estabilidade.

Capítulo 10: trata do estudo de dimensionamento de engrenagens, desconsiderando os efeitos cinemáticos de engrenamento. Neste capítulo serão abordados apenas aspectos de projeto visando a resistência mecânica.

Capítulo 11: trata do estudo de dimensionamento de transmissões por correias e correntes, dando todos os subsídios para realizar um projeto com estes componentes.

Ao final, os apêndices apresentam informações interessantes e úteis ao curso tais como:

Apêndice A : traz a tabela de tolerâncias fundamentais ISO, útil principalmente para o capítulo 3, que trata das ligações cubo eixo.

Apêndice B: apresenta os afastamentos padronizados para eixos, seguindo a definição da ISO.

Apêndice C: apresenta os afastamentos padronizados para furos, seguindo a definição da ISO.

Apêndice D: Apresenta os valores de porcas normalizadas segundo a ABNT PB-44.

Apêndice E: conta com tabelas de propriedades mecânicas de alguns materiais.

Apêndice F: apresenta as medidas padrão, normatizadas pela DIN 3.

Apêndice G: conta com valores de referência para projetos de engrenagens.

Apêndice H: conta com deduções complementares para o projeto de engrenagens.

Apêndice I: apresenta os gráficos de concentração de tensão dados por shigley [46].

Apêndice J: apresenta os diagramas de Raimondi e Boyd para solução por Sommerfeld para mancais de escorregamento.

Apêndice K: traz a resposta aos exercícios propostos em cada capítulo.

Eixos e árvores

2.1 Conceitos básicos

Muitas vezes os termos **eixos** e **árvores**, elementos extensamente utilizados na construção de componentes de máquinas, são empregados de forma indistinta. Assim, visando a manutenção de um padrão terminológico no curso, é necessário conceituá-los e diferenciá-los:

Desta forma, definiremos que:

O termo **eixo** usualmente se refere a um membro relativamente longo, geralmente de seção transversal circular que suporta elementos que giram sobre ele (em mancais). Os eixos não transmitem torque e nem cargas axiais, sendo então submetidos única e exclusivamente a cargas transversais, de flexão e cisalhamento, fatores utilizados no seu dimensionamento.

Uma forma de conceituar eixo é também dada por [9] que diz que: “...é comumente um elemento cilíndrico, relativamente longo, suportado por mancais”. Um típico eixo pode ser visto na figura 2.1 nos vagões de trem, que são fixados ao chassi do veículo, permitindo o movimento livre das rodas.

A seção transversal é geralmente circular, podendo correr sob outras formas geométricas como quadrangulares e retangulares. Estes casos não serão mostrados aqui neste texto, porém podem ser facilmente deduzidos a partir da análise de problemas de viga sob flexão da mecânica dos sólidos clássica.

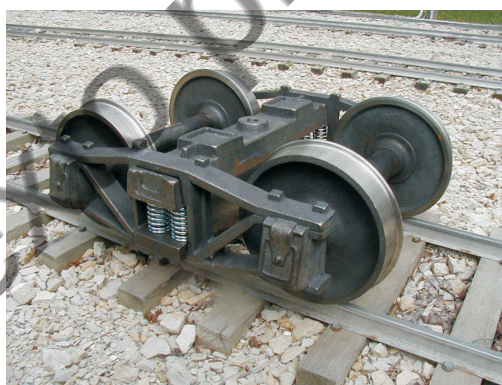


Figura 2.1: Exemplo de eixo (aplicação em vagões de trem) Fonte: discoverlivesteam.com.

Uma **árvore** é por sua vez um elemento rotativo, geralmente de seção circular, que tem fixado sobre si elementos para a transmissão de potência, ou seja, há carregamento de torque em parte ou sobre toda a sua extensão. As árvores podem estar submetidas a esforços de flexão, torção, tração ou compressão, isoladamente ou combinados, e são chamadas também como eixo motor por alguns autores. Um exemplo de árvore com carregamento axial é mostrado na figura 2.2, utilizada no sistema de direção de automóveis.



Figura 2.2: Árvore de carregamento axial (barra de direção). Fonte: mizushima-press.co.jp

Eixos e árvores são elementos muito comuns no trabalho de projeto de componentes de máquinas, sendo primordial a boa compreensão de todo o processo por parte do engenheiro. O projeto deste dispositivo não se encerra nele próprio, pois o desenho final da sua geometria depende em boa parte dos elementos que estão ligados a ele. Assim, trata-se de um processo demorado com uma série de realimentações, que levam em conta como ponto de partida o posicionamento dos elementos de transmissão de força e movimento. Este posicionamento é necessário para se definir as cargas atuantes e consequentemente avaliar o estado de tensões a que está submetido.

Sob o ponto de vista de fabricação, eles podem ser torneados ou trefilados quando os diâmetros forem da ordem de até 150 mm. Para diâmetros maiores ou com grandes rebai-xos, são geralmente forjados e usinados na sequência. As árvores ranhuradas necessitam de torneamento, ou retífica se o acabamento desejado for elevado [35]. Em alguns casos podem receber tratamento superficial para garantir um maior grau de dureza superficial.

2.2 Elementos constituintes dos eixos

Ao observarmos um eixo ou árvore (figura 2.3) podemos verificar que existe uma série de elementos típicos presentes, dos quais podemos citar:

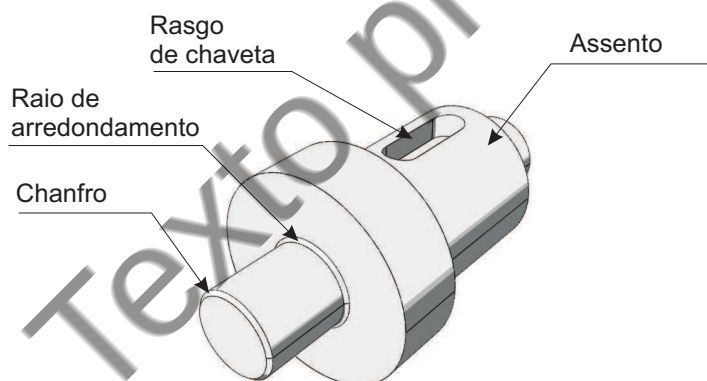


Figura 2.3: Detalhes dos elementos típicos de um eixo/árvore.

- **Chanfro:** os chanfros são utilizados para facilitar a montagem e centragem dos elementos, como mancais, buchas, engrenagens, etc.
- **Raio de arredondamento:** São utilizados especificamente para aliviar o efeito de concentração de tensão, sendo definidos em função da razão entre os diâmetros maior e menor. São inerentes também ao próprio processo de fabricação, dado que há necessidade da saída

da ferramenta durante a usinagem. Mesmo quando retificado, o raio de arredondamento surge na fabricação.

- **Rasgo de chaveta:** são recortes necessários para transmitir o movimento e o torque entre a árvore e o elemento girante que pode ser uma polia ou uma engrenagem. Seu uso requer uma análise mais precisa pois os rasgos de chaveta inserem na árvore o efeito de concentração de tensões. Outros elementos comuns que fazem a mesma função são **estrias**, **parafusos de fixação** e **pinos**, que serão estudados no capítulo 3.
- **Assento:** é a parte do eixo ou árvore onde é colocado um elemento girante, como um mancal, uma polia ou uma engrenagem. Geralmente se utiliza o nome deste elemento para identificar o assento, como assento do mancal por exemplo. Ele deve ser o mínimo necessário para facilitar a montagem do elemento.
- **Escalonamento:** dá-se este nome à variação do diâmetro da seção transversal ao longo do eixo ou árvore e deve ser utilizado considerando alguns critérios como: facilitação da montagem de componentes, ou promoção de uma melhor distribuição do nível de tensões ao longo do eixo. Estes dois princípios serão abordados ao longo deste texto.

Outros elementos também utilizados são os anéis de retenção¹ e as estrias (figura 2.4). Enquanto os primeiros servem para limitar deslocamentos axiais, devendo ter para tanto um rasgo no eixo ou árvore para sua fixação, os segundos são indicados para transmissão de elevados torques entre a árvore e o elemento girante, além de também permitir o movimento relativo axial entre estes (como será abordado no capítulo 3).

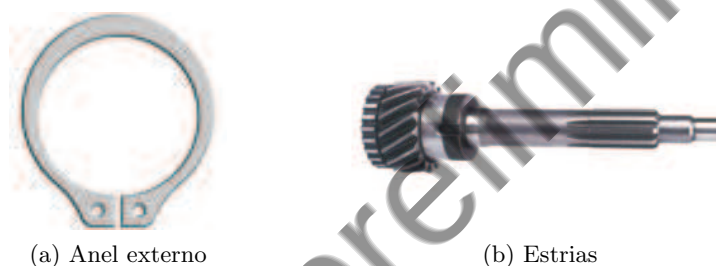


Figura 2.4: Anel de retenção externo (a) e um eixo estriado (b).

2.3 Materiais para construção de eixos e árvores

Ao se selecionar o material para eixos e árvores, deve-se pensar sob dois aspectos importantes, a deflexão e a resistência mecânica. Embora em uma rápida análise pareçam-se, são duas situações bastante distintas. A resistência mecânica está diretamente associada ao limite de elasticidade de um material e o seu aumento encarece sempre o custo de um projeto. Por outro lado, a deflexão está associada não à resistência mecânica mas sim à rigidez que por sua vez é diretamente associada ao módulo de elasticidade do material. Neste caso acontece algo interessante, pois os aços em geral apresentam mesmo módulo elasticidade (em torno de 207 GPa). Assim, se o projeto for para deflexão pode-se utilizar aços mais baratos, como aços baixo carbono.

Outro ponto interessante a ser observado também na seleção de materiais para eixos e árvores é a resistência à fadiga, que em algumas aplicações é crítica. A dureza superficial somente é considerada quando os eixos devem trabalhar como o munhão de mancais de escorregamento² ou quando apresentam estrias, sendo irrelevante na grande maioria das aplicações.

¹Estes anéis são também conhecidos por anéis sigma ou anéis elásticos.

²Ver Capítulo 4

Na grande maioria os eixos e árvores são confeccionados em aço, porém em algumas aplicações outros materiais, tais como ferro fundido, bronze e alumínio, também são usados. Em algumas aplicações especiais de árvores forjadas, aços como 1040 e 1045 são indicados.

Para eixo ou árvore de até 80 mm de diâmetro se utiliza geralmente aço trefilado a frio, o que garante uma boa concentricidade, não necessitando inclusive de usinagem em alguns casos.

Os ferros fundidos são bastante utilizados em virabrequins e árvores de cames, em virtude da boa dissipação de energia (amortecimento estrutural) e excelente resistência ao desgaste em função da sua estrutura lamelar. Eixos e árvores de alumínio são especialmente indicados quando o efeito de condutibilidade elétrica é requisito de projeto. Já os aços inoxidáveis são empregados principalmente em máquinas utilizadas pela indústria de alimentos, em função da não contaminação.

Cuidado especial com os aços altamente encruados, que tem problemas de tensões residuais, o que pode causar o empenamento do eixo quando é necessária a usinagem de rasgos.

2.4 Recomendações de projeto

Em muitas situações o projeto de componentes mecânicos é calcado sobre experiências passadas de sucesso, visto que boa parte do desenvolvimento de soluções é baseado em dados experimentais. Assim, tais recomendações tem importante papel para o engenheiro, tal como as normas. Estas recomendações são resultados de pesquisas e experimentos, geralmente compilados por autores da área. Listaremos aqui algumas delas, começando por Juvinall [29], que diz que no projeto de eixos e árvores devemos:

- (i) Manter o eixo ou árvore o mais curto possível, com os mancais o mais próximo da aplicação das cargas. Isto reduz a deflexão e o momento fletor, aumentando o valor da velocidade crítica³.
- (ii) Evitar quando possível elementos concentradores de tensão próximos aos pontos de maior tensão no eixo ou árvore. Caso não seja viável, selecionar raios generosos de concordância e um melhor acabamento superficial.
- (iii) Utilizar aços mais baratos para aplicações com deflexões críticas, pois os aços tem essencialmente o mesmo módulo de elasticidade.
- (iv) Quando a limitação de peso for crítica, considerar o uso de eixos vazados. Isto permite elevar a velocidade crítica acima da definida para operação.
- (v) Deflexões não devem causar o acavalamiento entre dentes de pares de engrenagens, de forma que o deslocamento lateral não seja superior a 0,13 mm (0,005 in) nem a 0,03° para a deflexão angular.
- (vi) Mancais de rolamento devem ter no máximo uma deflexão angular de até 0,04°, a menos que sejam autocompensadores.
- (vii) Em mancais de escorregamento as deflexões devem ser menores do que a espessura do filme de óleo, para que não ocorra o contato metal/metal.

Norton em seu livro [36] também recomenda que:

- (i) Os comprimentos dos eixos ou árvores, bem como os trechos em balanço devem ser os menores possíveis para reduzir tensões e deflexões;
- (ii) Os trechos em balanço só devem ser usados para facilitar a manutenção ou a montagem, sendo preferencialmente evitados;

³Sua determinação será vista na seção 2.12

- (iii) Os eixos ou árvores vazados são mais leves e, conseqüentemente, tem frequências naturais mais elevadas, quando comparados com um eixo/árvore maciço de mesma rigidez. A contrapartida é o preço;
- (iv) Os concentradores de tensão, quando permitidos, devem ser colocados o mais distantes possível dos locais onde as solicitações internas são elevadas;
- (v) Quando a principal preocupação é a minimização de deflexões, o mais indicado é o uso de aço baixo carbono;
- (vi) A soma das deflexões laterais nos pontos onde são montadas engrenagens não devem ser superior a 0,13 mm (0,005 in) e a deflexão angular máxima entre os eixos deve ser no máximo de 0,04 ° (0,00070 rad);
- (vii) A deflexão total máxima admissível para mancais de escorregamento ao longo do mancal deve ser menor do que a espessura do filme de óleo;
- (viii) Para mancais de rolamento, as inclinações dos eixos ou árvores nos apoios devem ser menores do que 0,04 ° (0,00070 rad). Recomenda-se consultar o catálogo de seleção de rolamentos;
- (ix) Quando na presença de cargas axiais, recomenda-se que seja utilizado apenas um mancal axial para suportá-la. Quando são utilizados dois mancais axiais, haverá problemas devido a deformação térmica e ao excesso de restrições na montagem, o que necessitará da elevação da qualidade de fabricação;
- (x) A frequência de excitação deve ser pelo menos três vezes menor do que a primeira frequência natural do eixo ou árvore. Deve, preferencialmente, girar em torno de 10, porém sabe-se que é difícil conseguir esta relação.

Decker [11] sugere também que as deflexões devam considerar os seguintes limites:

- (i) A relação entre a deflexão lateral (δ) e o comprimento do eixo ou árvore (l) não deve exceder o valor dado por:

$$\frac{\delta}{l} = 3,5 \times 10^{-4} \quad (2.1)$$

- (ii) Com relação à deflexão angular, deve-se adotar para os mancais de escorregamento e rígido de esferas o limite máximo de 4' ou aproximadamente 0,067°.

Por fim, o manual de rolamentos da NSK [37] define alguns limites de deflexão angular para os mancais, conforme mostrado na tabela 2.1:

Tabela 2.1: Valores máximos de deflexão angular por recomendação da NSK (Fonte: [37]).

Mancais	Valores máximos
Rolamento rígido de esferas	2 a 10'
Rolamento autocompensador de esferas	1,5° a 3°
Rolamento de rolos cilíndricos	2'
Rolamento de rolos autocompensadores	1° a 2,5 °

Carvalho e Moraes [7] também fazem sugestão com relação a rigidez dos eixos e árvores. Com relação ao ângulo máximo de deformação por torção eles sugerem o valor de $\theta_{adm} = 1^\circ/20D$ para árvores de transmissão e $\theta_{adm} = (1/3)^\circ$ por metro de comprimento para árvores de máquinas.

Já com relação ao deslocamento lateral, os autores sugerem um valor de flecha de 1,2 mm por metro de comprimento para árvores de transmissão e 0,2 mm por metro de comprimento

para árvores de máquinas. Para árvores com engrenagens, o valor é de $3,24/b$ mm, onde b é a largura da engrenagem.

Carvalho e Moraes [7] também sugerem o espaço máximo entre mancais de um eixo, dado pela expressão:

$$L = 700 \cdot \left(1 + \sqrt{D/10}\right) \quad (2.2)$$

Dado que o diâmetro do eixo(D) e a distância entre mancais são fornecidos em milímetros.

2.5 Projetando um eixo ou uma árvore

Processo de projeto de um eixo ou árvore

Podemos definir alguns pontos importantes a serem seguidos no projeto de um eixo ou árvore. Trata-se de um processo com uma série de realimentações, pois os refinamentos no desenho final acabam criando novas condições de contorno no problema inicial. De toda forma, podemos seguir o fluxo:

- (i) Determinar as posições dos mancais e elementos girantes, em função das restrições de projeto, e calcular os carregamentos sobre o eixo ou árvore: Isto consiste na determinação da grandeza axial do eixo ou árvore, sendo primordial para definir os momentos fletores em função das restrições impostas no projeto.
- (ii) Determinar a geometria do eixo ou árvore e selecionar o material apropriado baseado nas restrições de projeto para resistência da peça: nesta etapa, analisa-se o estado de tensões e otimiza-se o projeto, ou seja, a seção transversal, para que se possa trabalhar com um nível aceitável em todo o eixo ou árvore.
- (iii) Verificar os requisitos de rigidez da peça e modificar o projeto do eixo ou árvore se necessário: neste caso a análise de deflexões a partir das recomendações de projeto (seção 2.4) ou dos catálogos de fabricante valida a geometria determinada na etapa anterior. Vale também observar se há carregamento de impacto torcional, o que necessita de uma nova análise de resistência.
- (iv) Verificar as características de vibração da peça e modificar o projeto quando necessário. Deve-se observar a frequência natural do conjunto e dimensioná-lo para que não opere em situação desfavorável.
- (v) Verificar a viabilidade econômica e preparar os desenhos para fabricação: uma vez que o projeto mecânico está concluído, passa-se a análise de custos, de fornecedores e de mercado.

Natureza do carregamento

Em um projeto de síntese, onde se deseja dimensionar um elemento em função do carregamento conhecido por exemplo, é primordial reconhecer todas as cargas que afetam diretamente o componente. Desta forma, devemos primeiramente saber o tipo de solicitação sob o qual eixos e árvores trabalham.

No caso de eixos, a análise do carregamento fica facilitada pois apenas cargas de flexão estão atuando sobre ele. Tais cargas são devidas a polias, rodas ou mancais e apresentam geralmente uma direção fixa, podendo variar sua amplitude. Um exemplo é o caso de um eixo de um vagão de trem. Quando vazio, este conta apenas com a carga devido ao peso próprio do vagão. Quando carregado, este valor aumenta em função da carga disposta no vagão. Vale comentar que a variação de carga neste caso é desprezível em relação ao tempo e como na maior parte dos casos, o projeto de eixos pode se dar a partir da análise de carregamentos estáticos.

No caso de árvores, além do carregamento de flexão, proveniente de polias ou engrenagens, existe também o torque que é transmitido de uma região da árvore para outra. Soma-se a isto problemas onde ocorrem carregamentos axiais, que serão suportados integralmente pelos mancais, como no caso de árvores verticais instaladas em turbinas de usinas hidroelétricas.

De forma geral, podemos dizer que teremos carregamentos na direção radial, que causam flexão, além de momentos na direção axial, que causam torque, considerando que podem ser constantes ou variáveis no tempo.

Uma primeira análise que deve ser feita é a verificação do efeito do momento fletor. Em função da rotação do eixo ou da árvore, há uma variação do sinal da tensão na sua periferia, passando de compressão à tração, como pode ser visto na figura 2.5. Esta variação ao longo do tempo faz com que o carregamento seja cíclico, com parcela alternante (σ_a) e parcela constante ou média (σ_m), de forma que tenhamos uma distribuição de tensão tal que os valores limite de amplitude serão:

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (2.3)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (2.4)$$

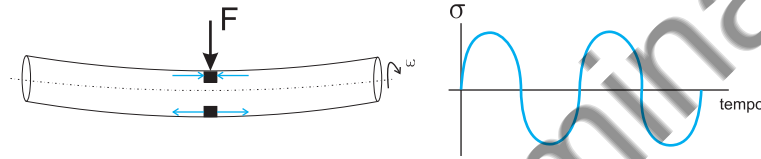


Figura 2.5: Carregamento de flexão alternante devido à rotação.

Análise do carregamento em um eixo

Em função da simplicidade do seu carregamento, um eixo pode ser analisado de forma análoga ao problema estático de carregamento em viga como estudado em mecânica dos sólidos. Vamos por exemplo avaliar o carregamento em um eixo de um vagão de trem dado pela figura 2.6. O caso real (figura 2.6a), por simetria em relação ao centro do eixo, pode ser modelado como sua metade, considerando que se trata de uma viga engastada (figura 2.6b), facilitando a resolução do problema.

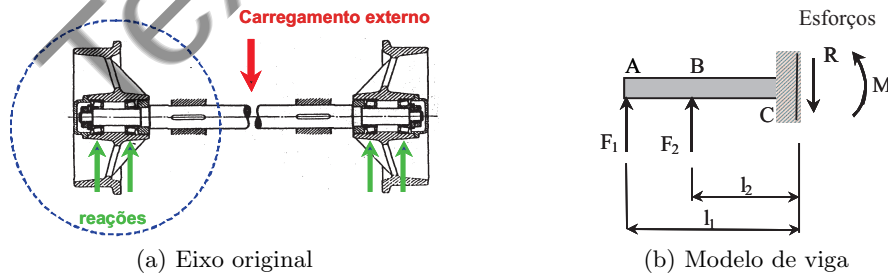


Figura 2.6: Representação do eixo (a) e o modelo de viga do mesmo (b).

Assim, podemos utilizar o método das seções, dividindo a viga em três regiões distintas, conforme mostrado na figura 2.7.

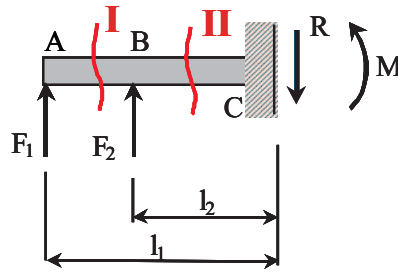


Figura 2.7: Aplicação do método das seções na viga no modelo do eixo de trem.

Aplicando as equações de equilíbrio a cada uma das seções, podemos agora determinar os esforços, conforme mostrado na figura 2.8.

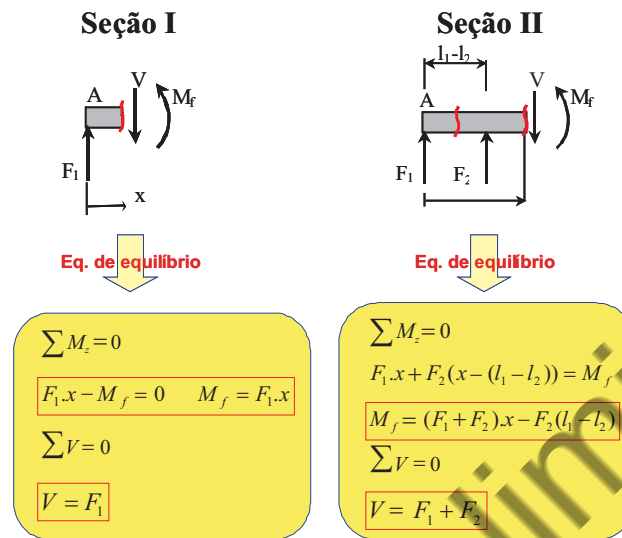


Figura 2.8: Definição dos esforços para o modelo simplificado do eixo de trem.

Isto nos leva aos diagramas de esforços ao longo da viga mostrados na figura 2.9.

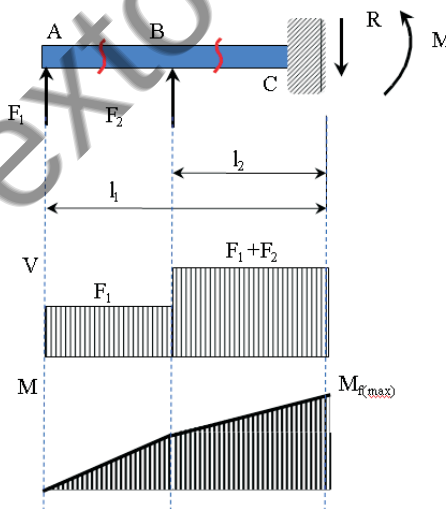


Figura 2.9: Diagrama de esforços.

Com o valor de M_{max} encontramos a seção crítica do eixo, que neste caso está localizada exatamente no centro do mesmo, e que serve de início do processo de dimensionamento.

Verificações do pré-projeto

Uma vez que se tem os valores máximos de esforços e se pode dimensionar o elemento em função do nível de tensão máxima permitida, deve-se verificar o desenho preliminar com relação a alguns pontos importantes, sendo o primeiro deles a rigidez.

Dado o desenho preliminar do eixo, é necessário avaliar se as deflexões estão dentro do recomendado, conforme mostrado na seção 2.4, na página 33⁴. Caso os valores máximos extrapolem o sugerido, deve-se aumentar a rigidez do eixo, modificando a sua seção transversal, que tem maior impacto. Alternativamente pode-se também alterar o seu material.

Outro ponto importante a ser verificado são os problemas de vibração, que serão abordados com mais profundidade na seção 2.12 à página 69.

Análise de tensões em eixos e árvores

Vimos anteriormente que os carregamentos nos eixos e nas árvores podem ser avaliados com uma boa aproximação a partir de modelos clássicos da mecânica, especificamente da estática. Nesta seção abordaremos a análise do estado de tensões em árvores e eixos. Trata-se de uma revisão do que já fora visto no curso de Mecânica dos Sólidos, aplicado a vigas de perfil circular.

Sob o ponto de vista das árvores, como visto nas definições dos conceitos básicos da página 29, teremos um estado plano de tensões para uma tensão normal $\sigma_y = 0$ e uma tensão normal σ_x , e uma tensão cisalhante τ_{xy} não nulas⁵, dadas pelo conjunto de equações 2.5 e 2.6, admitindo uma seção transversal circular de diâmetro d .

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3} \quad (2.5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (2.6)$$

Dado que M é o momento fletor no ponto e T o torque aplicado no ponto onde se deseja avaliar a tensão. Isto leva ao estado plano de tensões mostrado na figura 2.10, ou seja, podemos admitir que todas as demais tensões, diferentes das fornecidas pelas equações 2.5 e 2.6 são nulas.

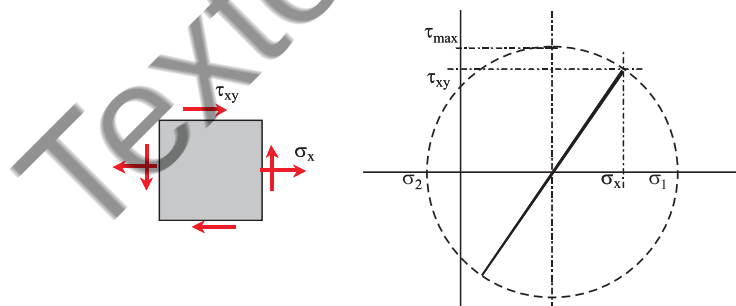


Figura 2.10: Estado de tensões em uma árvore e o correspondente círculo de Mohr.

Para este problema, teremos os valores máximos de tensão dados pelas equações que descrevem o círculo de Mohr (eqs. 2.7):

⁴As deflexões serão abordadas na seção 2.12, à página 71.

⁵Ou τ_{xz} , dependendo da referência adotada

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\
\sigma_2 &= \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\
\tau_{max} &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Substituindo os valores de tensões dados pelas equações 2.5 e 2.6 nas equações 2.7, teremos para o valor de τ_{max} :

$$\begin{aligned}
\tau_{max} &= \sqrt{\left(\frac{32M}{2\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2} \\
\tau_{max} &= \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Que é a máxima tensão cisalhante para um árvore com carregamento de momento fletor (M) e torção (T), com seção transversal circular de diâmetro d .

Vamos agora utilizar os critérios de falha para materiais de comportamento dúctil conforme visto em mecânica dos sólidos.

Critério de falha de Tresca

Erroneamente a falha por vezes é entendida como a ruptura de uma peça. O certo no entanto é admitir que uma peça falha a partir do momento que suas dimensões ou seu regime de trabalho deixam de ser iguais aos definidos durante o seu projeto. Para os materiais de comportamento dúctil, o escoamento, que é causado pelo deslizamento entre o plano de contato dos cristais do material em decorrência da tensão cisalhante, já determina a falha.

Para esta análise, consideraremos um corpo de provas em ensaio de tração, na sua parte central, onde ocorrem somente tensões normais. Tomando favoravelmente o eixo x como o seu eixo principal, podemos admitir que as tensões decorrentes do carregamento serão dadas por $\sigma_x \neq 0$ e todas as demais nulas.

Aplicando as equações do círculo de Mohr (eqs. 2.7) para a transformação das tensões, sabendo-se que o estado de tensões no ensaio de tração é uniaxial, teremos:

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \sigma_x \\
\sigma_2 &= 0 \\
\tau_{max} &= \frac{\sigma_x}{2}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Imaginando agora o aumento da tensão σ_x de um valor não nulo até um valor máximo possível, admitindo que se trata de um material de comportamento dúctil e que portanto a falha ocorre no ponto onde o material escoar, podemos dizer que o máximo valor de tensão normal admissível é a tensão limite de escoamento, ou seja σ_e ⁷.

Assim, a máxima tensão cisalhante permitida para tal material, sob um ensaio de tração é dada pela equação 2.10:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_e}{2} \tag{2.10}$$

⁷Os livros da escola norte americanos como [46, 36, 9] costumam utilizar a nomenclatura S_y para indicar o limite de escoamento do material, mas adotaremos o valor de σ_e ao longo de toda obra para falhas estáticas

Este valor determina o **Critério de Escoamento de Tresca**, ou da **Máxima Tensão Cisalhante**. Como é necessário admitir um fator de segurança (n) ao limite máximo definido por Tresca, visto as imprecisões decorrentes do material e do carregamento, podemos dizer que a máxima tensão cisalhante admissível em uma peça de um dado material será:

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma_e}{2n} \quad (2.11)$$

Dimensionando uma árvore por Tresca

Aplicando agora o critério de falha de Tresca (eq. 2.11) ao modelo de máxima tensão de cisalhamento para uma viga de perfil circular sob carregamento de flexão e torção (eq. 2.8) teremos:

$$\tau_{max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} = \frac{\sigma_e}{2n} \quad (2.12)$$

Isolando o valor do diâmetro que se deseja calcular na equação 2.12, temos:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi \sigma_e} \sqrt{M^2 + T^2}} \quad (2.13)$$

Vale comentar que este modelo é adequado a carregamento estático.

Critério de Falha de von Mises

Von Mises partiu de outras considerações para deduzir seu critério de falha, na de que todo material quando se deforma armazena energia internamente. Este princípio se baseia no conceito de que o material escoar quando a densidade de energia de distorção por unidade de volume é igual ao valor da mesma densidade no escoamento de um corpo de prova de ensaio de tração.⁸ Neste caso, a relação entre a tensão limite de escoamento e as tensões principais passa a ser:

$$\sigma_{max}^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 \quad (2.14)$$

Reescrevendo a equação 2.14 em função das tensões do tensor tensão para estado geral de tensões, dado por:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (2.15)$$

Teremos:

$$\sigma_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (2.16)$$

Como temos apenas $\sigma_x \neq 0$, $\tau_{xy} \neq 0$ e as demais tensões nulas, a equação 2.16 passa a ser:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (2.17)$$

⁸Não trataremos aqui sobre a dedução da equação 2.14, visto que isto é matéria de outra disciplina, assim, maiores informações a respeito do princípio de von Mises podem ser vistas na referência: POPOV, Egor P. **Introdução a mecânica dos sólidos**. São Paulo: Edgard Blücher. 1978.

Dimensionando uma árvore por von Mises

Aplicando agora os valores das tensões principais (eq. 2.7) ao critério de falha de von Mises para o estado plano de tensões com $\sigma_y = 0$ (eq. 2.17), podemos chegar ao equacionamento do problema como:

$$\sigma_{adm} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_e}{n} \quad (2.18)$$

Inserindo os valores dados pelas equações 2.5, e isolando o diâmetro, podemos dimensioná-lo por:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi\sigma_e} \sqrt{M^2 + \frac{3T^2}{4}}} \quad (2.19)$$

Aqui mais uma vez cabe a observação de que este modelo é adequado para falha estática.

2.6 Exemplo completo para falha estática

Dada a árvore da figura 2.11 e sabendo que a força menor na polia B (F_{B1}) é 15 % da força maior (F_{B2}). Determine qual o valor de diâmetro necessário para o eixo, admitindo-o constante ao longo de seu comprimento. O eixo deve ser de aço SAE 1020, com um fator de segurança igual a 1,9. Calcule o valor usando Tresca e von Mises. Sabe-se que a polia A tem diâmetro primitivo de 200 mm, a polia B tem diâmetro primitivo de 80 mm, $F_{A2} = 270$ N, $F_{A1} = 50$ N, $l_1 = 25$ mm, $l_2 = 40$ mm e $l_3 = 40$ mm. Admitir que todas as forças são paralelas ao plano horizontal.

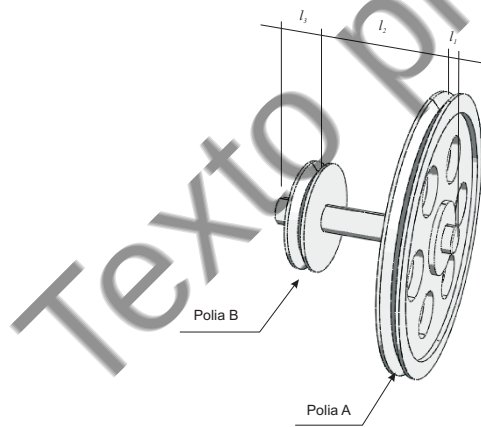


Figura 2.11: Árvore com polias.

Definição das forças nas correias e polias

Primeiramente devemos resolver o problema do carregamento de forma a definir as variáveis que faltam, como as forças F_{B1} e F_{B2} . Assim, seguindo a figura 2.12. podemos determinar que:

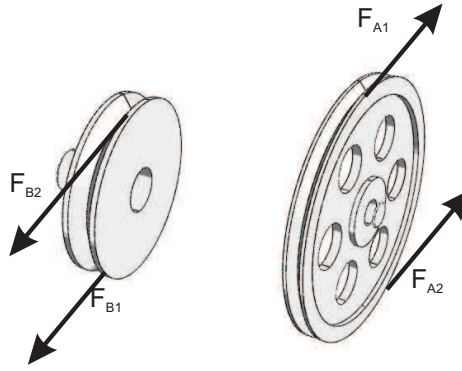


Figura 2.12: Definição das forças nas polias.

Na polia A:

$$F_A = F_{A1} + F_{A2}$$

$$F_A = 270 + 50 \quad (2.20)$$

$$F_A = 320 \text{ N}$$

Na polia B, por sua vez:

$$F_B = F_{B1} + F_{B2} \quad (2.21)$$

Aplicando o equilíbrio aos momentos torçores nas duas polias, dado que o torque transmitido entre as duas é constante, podemos admitir que:

$$T_A = \frac{270 \cdot 0,200}{2} - \frac{50 \cdot 0,200}{2} \quad (2.22)$$

$$T_B = \frac{F_1 \cdot 0,080}{2} - \frac{F_2 \cdot 0,080}{2}$$

Igualando as duas equações 2.22:

$$T_A = T_B$$

$$\frac{270 \cdot 0,200}{2} - \frac{50 \cdot 0,200}{2} = \frac{F_{B1} \cdot 0,080}{2} - \frac{F_{B2} \cdot 0,080}{2} \quad (2.23)$$

e como:

$$F_{B2} = 0,15 \cdot F_{B1} \quad (2.24)$$

Teremos que:

$$F_{B1} = 647,1 \text{ N} \quad F_2 = 97,1 \text{ N} \quad (2.25)$$

O que fornece uma força na polia B (figura 2.12) igual a $F_B = 744,2 \text{ N}$.

Modelo estático equivalente

Isto faz com que tenhamos um problema de viga, de forma que o carregamento no plano XY seja dado pela figura 2.13

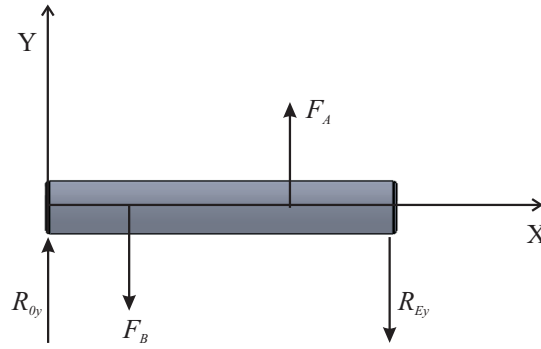


Figura 2.13: Problema de viga no plano XY.

Aplicando as condições de equilíbrio ao problema mostrado figura 2.13 teremos:

$$\sum M_z^0 = -F_B \cdot 0,040 + F_A \cdot 0,080 - R_{Ey} \cdot 0,105 = 0$$

$$R_{Ey} = -39,66 \text{ N}$$

$$\sum F_y = R_{0y} - F_B + F_A + R_{Ey} \quad (2.26)$$

$$R_{0y} = 384,5 \text{ N}$$

Aplicando o método das seções para desenhar o diagrama de esforços, podemos perceber que são necessários 3 cortes, conforme mostrado na figura 2.14.

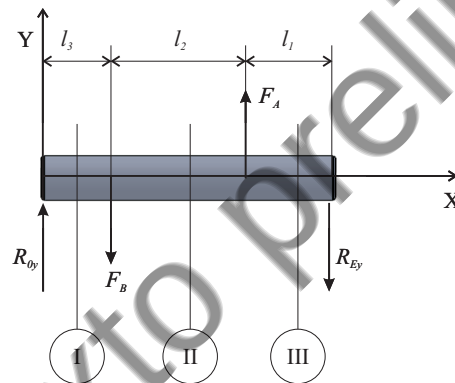


Figura 2.14: Aplicação do método das seções.

Assim, aplicando as condições de equilíbrio no *corte I*, temos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 384,5 + V = 0$$

$$V = -384,5 \text{ N}$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M - 384,5 \cdot x = 0 \quad (2.27)$$

$$M = 384,5 \cdot x$$

Na região do *corte II*;

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 384,5 - 744,2 + V = 0$$

$$V = 359,5 \text{ N}$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M - 384,5 \cdot x + 744,2 \cdot (x - 0,04) = 0$$

$$M = -359,7 \cdot x + 29,77$$

(2.28)

Por fim, no *corte III*:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 384,5 - 744,2 + 320 + V = 0$$

$$V = 39,7 \text{ N}$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M - 463,8 \cdot x + 744,2 \cdot (x - 0,04) - 320 \cdot (x - 0,08) = 0$$

$$M = -39,7x + 4,17$$

(2.29)

É possível então definir os diagramas dos esforços dados pela figura 2.15.

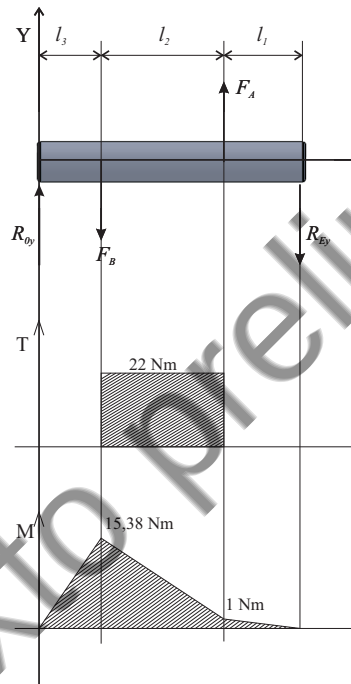


Figura 2.15: Diagrama de esforços.

Neste caso, temos duas seções críticas, exatamente posicionadas nas polias.

Dimensionamento do eixo

Uma vez que o carregamento é conhecido, podemos determinar a região mais crítica, ou seja, aquela que tem combinado o maior esforço. Neste caso é o ponto de apoio da polia B com valores de momento fletor $M = 15,38 \text{ Nm}$ e momento torçor de $T = 22 \text{ Nm}$. Dado que o material é aço SAE 1020 laminado a quente, da tabela E.3, na página 392, temos $\sigma_e = 393 \text{ MPa}$. Aplicando o critério de falha de Tresca (eq. 2.13) teremos:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,9}{\pi 393 \times 10^6} \sqrt{15,38^2 + 22^2}} \quad (2.30)$$

$$d = 10,98 \text{ mm}$$

O mesmo caso agora por von Mises (eq. 2.19) fornece:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,9}{\pi 393 \times 10^6} \sqrt{15,38^2 + \frac{3 \cdot 22^2}{4}}} \quad (2.31)$$

$$d = 10,36 \text{ mm}$$

Observamos que Tresca é mais conservativo pois resulta em um diâmetro maior!

2.7 Problema de flexão alternante aplicado aos eixos

Conforme mostrado na figura 2.5 podemos verificar que o carregamento no eixo ou árvore sob flexão é alternante. Nestes casos, o carregamento muda de valor e por vezes de direção durante a vida da peça, o que leva a um problema de análise de fadiga.

A falha por fadiga tem uma ocorrência bem diferente da falha por carregamento estático. Nesta, a peça chega à falha após apresentar uma grande deflexão, geralmente plastificando, sendo visualmente fácil de identificar que ela é iminente. No caso da falha por fadiga, ela ocorre de forma rápida, em função do surgimento e crescimento de trincas que se desenvolvem em geral a partir da superfície da peça, a partir de descontinuidades do tipo [46]:

- Projeto com mudanças rápidas na seção transversal, chavetas, furos;
- Elementos que rolam ou deslizam contra outros como mancais, engrenagens, cames, etc, causando grandes pressões de contato;
- Marcas de identificação, de ferramentas, riscos e rebarbas, montagens inadequadas ou fabricação sem bons critérios;
- Composição do material, com descontinuidades microscópicas.

Além disso, [46] comenta também que tensões residuais de tração e elevadas temperaturas aceleram o processo de fadiga das peças.

Resistência à fadiga do material

Sob o ponto de vista do material, é comum associarmos a sua resistência mecânica aos valores de limite de escoamento e tensão de ruptura. Além destes valores que qualificam o material, é importante também observar a sua capacidade de absorver variações dos níveis de tensão de forma cíclica, o que chamamos de resistência à fadiga.

Para determinar esta resistência, existem vários ensaios sendo o **ensaio de fadiga de Moore**, ou **ensaio de flexão rotativa** o mais indicado para projetos de árvores e eixos. Trata-se da sujeição de um corpo de prova sob uma carga de flexão pura rotativa, conforme mostrado na figura 2.16. Aplica-se a carga de forma constante e mede-se o número de revoluções até que ocorra a falha da peça.

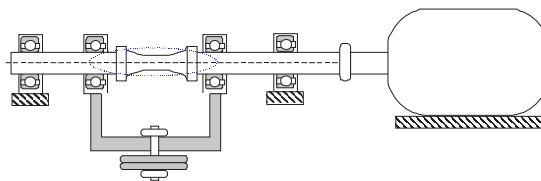
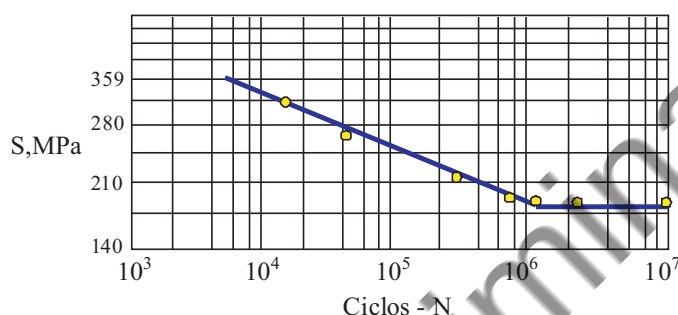


Figura 2.16: Ensaio de flexão rotativa de Moore.

Este processo é realizado repetidamente de forma que no final seja possível traçar um diagrama de tensão máxima por ciclo, chamado de *Diagrama S-N*, mostrado na figura 2.17. Este método foi introduzido por Whöhler na Alemanha em 1850 e após sucessivas melhorias é utilizado até hoje [13]. A geração de um gráfico desses é moroso e de elevado custo. Na verdade são gerados uma nuvem de pontos em função da dispersão dos dados. A curva *S-N* é depois traçada unindo os pontos de mesma probabilidade de falha, em geral 50%. Interessante observar que a curva apresenta uma inflexão, tornando-se paralela ao eixo das coordenadas, de forma que qualquer tensão abaixo deste valor faz pensar que a peça terá vida infinita, ou seja, ela não falhará por fadiga. Ao valor de tensão deste ponto de inflexão é dado o nome de *limite de resistência à fadiga do material* e será dado pelo símbolo S'_n ⁹.

Figura 2.17: Diagrama *S-N* para um dado aço.

Assim, para cada ciclo de operação o material terá uma resistência à fadiga S_f correspondente. Vale lembrar que para este ensaio, o corpo de prova normalizado é dado pelas dimensões mostradas na figura 2.18, com acabamento polido, de forma a eliminar a origem de trincas devido a rugosidades no acabamento superficial.

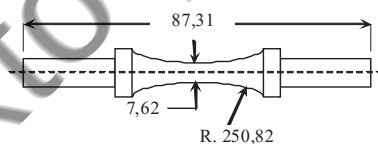


Figura 2.18: Corpo de prova para o ensaio de flexão rotativa de Moore (dimensões em mm).

Em alguns casos não se tem a possibilidade de realizar um ensaio de fadiga do material, sendo necessária a determinação de um valor de referência, especialmente quando se está trabalhando no desenvolvimento de protótipos e modelos de projeto preliminar¹⁰. Assim, [46, 9, 48] recomendam que para os aços, uma boa aproximação do limite de resistência à fadiga seja dada pela tabela 2.2, que relaciona tal característica com o limite de ruptura¹¹.

⁹ Adotaremos S para os valores de resistência para falha por fadiga.

¹⁰ Obviamente, recomenda-se sempre a realização do ensaio para uma correta certificação do material a ser utilizado.

¹¹ Autores de língua inglesa como [46] e [36] costumam utilizar S_{ut} para o limite de resistência à tração do material, muito embora utilizaremos aqui o símbolo σ_r .

Tabela 2.2: Valores empíricos para o limite de resistência à fadiga para aços. Fonte: [46, 9]

Limite de resistência à tração (σ_r)	Limite de resistência à fadiga (σ'_n)
≤ 1.400 MPa	$0,5 \sigma_r$
> 1.400 MPa	700 MPa

Para ferros fundidos, os mesmos autores recomenda o valor de 40% da tensão limite de ruptura para materiais onde $\sigma_r \leq 607$ MPa e 275 MPa, para $\sigma_r > 607$ MPa.

Outras ligas podem também ter estimativas do diagrama tensão vida, como mostrado em [9]. Neste caso, adota-se para $N = 1$ a tensão de ruptura do material e para os valores de vida as seguintes referências dada pela tabela 2.3:

Tabela 2.3: Valores de referência para estimativa de resistência à fadiga para. Fonte: [9]

Material	Ciclos	Referência
Ligas de alumínio	5×10^8	$0,4 \sigma_r$
Ligas de cobre	10^8	$0,2$ a $0,5 \sigma_r$
Ligas de magnésio	10^8	$0,35 \sigma_r$

Vale observar que os materiais da tabela 2.3 não tem vida infinita.

Fatores modificadores do limite de fadiga do material

Vale observar que o valor limite de resistência à fadiga do material é dado em função de um ensaio controlado, com um corpo de prova de tamanho normalizado. Entretanto no projeto de componentes reais, existem alguns fatores que modificarão o ambiente, a geometria e o acabamento da peça, de forma que os valores obtidos em ensaio necessitem de uma readequação para efetivamente produzirem bons projetos. Isto ocorre porque o processo de fadiga é mais complexo do que a falha estática, pois depende de outros fatores além da estrutura molecular do material. De forma geral, podemos dizer que o limite de resistência à fadiga da peça (S_n) será dado em função do limite de resistência à fadiga do material (S'_n) pela equação:

$$S_n = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot \frac{1}{k_f} S'_n \quad (2.32)$$

Para: k_a o fator de acabamento superficial, k_b o fator de tamanho, k_c o fator de confiabilidade, k_d o fator de temperatura, k_e o fator de efeitos diversos e k_f o fator de concentração de tensão. Vale a pena salientar que a aplicação do fator de concentração de tensões, k_f , sobre a resistência da peça é um caso especial. Aqui ele está sendo utilizado como um redutor da resistência do material. Comentaremos mais a respeito dele ao longo do texto, aplicando-o também como amplificador do carregamento. Atenção deve ser dada aqui pois as duas possibilidades são **excludentes!**

Determinaremos agora o efeito de cada um destes fatores em função da aplicação, começando pelo fator de acabamento da superfície.

k_a - Fator de acabamento superficial

Conforme visto anteriormente, o valor limite de resistência à fadiga do material é avaliado para um corpo polido, o que raramente encontraremos em projetos de peças para uso geral. [48] cita que as causas da influência do acabamento superficial na resistência a fadiga estão relacionadas com a rugosidade superficial, a microestrutura do material, as deposições químicas na superfície além da tensão residual de alguns processos de fabricação.

Como na maioria dos casos, o acabamento será dado em função do processo de fabricação da peça, há necessidade de uma correção do valor limite. Para tal existem diagramas, como mostrado na figura 2.19, que auxiliam o engenheiro a determinar um fator de correção para uma peça real, função do acabamento superficial e da sua resistência à tração.

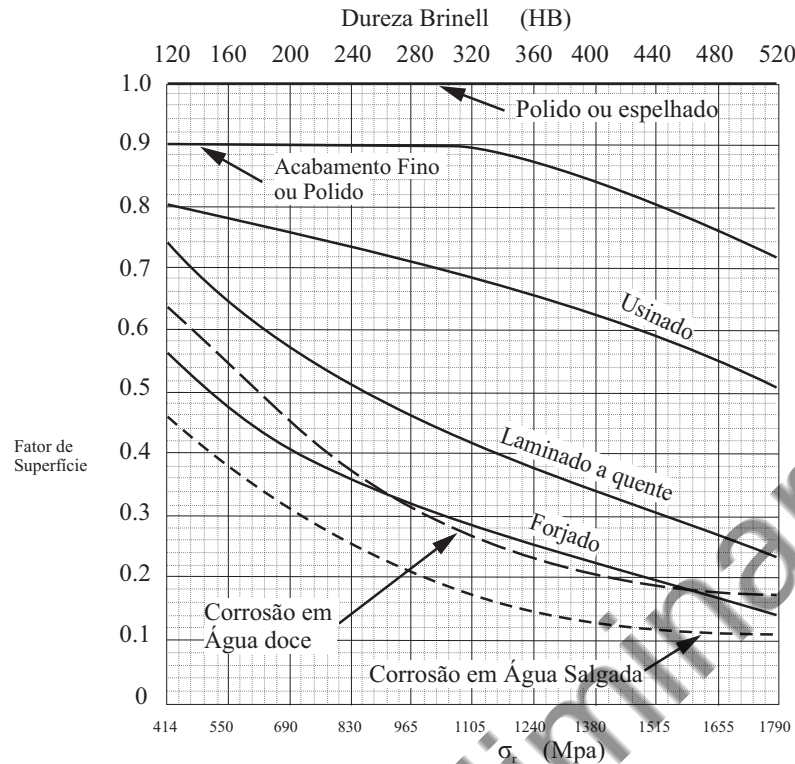


Figura 2.19: Diagrama para definição de k_a em função do processo de fabricação e da tensão limite de ruptura σ_r . Fonte: [54].

Da mesma forma, Shigley [46] recomenda o uso de uma forma analítica para avaliar este coeficiente, baseado no trabalho de Noll e Lipson¹² que é dada por:

$$k_a = a\sigma_r^b \quad (2.33)$$

Dados os coeficientes a e b a partir da tabela 2.4 para tensões de ruptura (σ_r) em MPa.

Tabela 2.4: Valores dos coeficientes a e b da equação 2.33.

Acabamento superficial	a	b
Retificado	1,58	-0,085
Usinado ou laminado a frio	4,51	-0,265
Laminado a quente	57,7	-0,718
Forjado	272	-0,995

¹²NOLL, J.C. LIPSON, C. Allowable Working Stress, **Society for Experimental Stress Analysis**, Vo. 3, n. 2, 1946, p. 29 .

k_b - Fator de dimensão das peças ou fator tamanho

O corpo de prova do ensaio de flexão rotativa tem diâmetro de 0,3 polegadas, ou seja 7,62 mm. Quando se aumenta o diâmetro do corpo, há uma maior probabilidade de aparecerem mais defeitos superficiais, pois a superfície externa cresce com o aumento do perímetro do eixo. Isto invariavelmente diminui a resistência à fadiga do material, de forma que possamos admitir que o fator de dimensão possa ser dado em função da tabela 2.5:

Tabela 2.5: Valores do fator de dimensão k_b .

Diâmetro da peça	k_b
$d \leq 7,62 \text{ mm}$	1
$7,62 < d \leq 50 \text{ mm}$	0,85
$d > 50 \text{ mm}$	0,75

Outra forma de estimar o fator de dimensão da peça (k_b) é pela fórmula 2.34, considerando carregamento de flexão alternada, ou seja, dado o giro do eixo ou da árvore

$$k_b = \begin{cases} (d/7,62)^{-0,107} & 2,79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1,51d^{-0,157} & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.34)$$

Para eixos de seção não circular há o uso de um diâmetro “equivalente”. Para uma seção maciça retangular $h \times b$ por exemplo, teremos o diâmetro equivalente dado como:

$$d = 0,808\sqrt{h \cdot b} \quad (2.35)$$

Calculado este valor, deve-se utilizar a equação 2.34 para avaliação de k_b .

Stephens et al [48] também comentam que para peças com diâmetros menores que 10 mm o diagrama $S-N$ não é modificado, entretanto para valores maiores os limites do diagrama diminuem. Para diâmetros em torno de 50 mm, os autores admitem que o limite de resistência à fadiga diminui para 70% a 80% do limite para o material no caso de flexão. Caso o carregamento seja axial a perda é ainda maior, da ordem de até 55%.

 k_c - Fator de confiabilidade

Este fator está diretamente associado à confiabilidade do projeto e ao grau de simplificação dado em cada passo do mesmo. Valores recomendados por Shigley [46] são dados na tabela 2.6.

Tabela 2.6: Valores do fator de confiabilidade.

Confiabilidade	k_c
0,50	1
0,90	0,897
0,95	0,868
0,99	0,814
0,999	0,753
0,9999	0,702

k_d - Fator de temperatura

A temperatura é um importante fator em um projeto de engenharia podendo ser considerada sob duas formas diferentes: para temperaturas muito baixas, onde ocorrem problemas de fratura frágil mesmo para os materiais com comportamento dúctil como o aço, e para temperaturas mais altas, quando ocorre a fluência do material, diminuindo sua resistência, principalmente no tocante ao limite de escoamento do material.

Brandes e Brook¹³ apresentam em sua obra uma relação entre a tensão de ruptura do aço à temperatura de 20°C (σ_r) com valores a diferentes temperaturas (σ_{rt}) criando um fator de temperatura dado por:

$$k_d = \frac{\sigma_r}{\sigma_{rt}} \quad (2.36)$$

O gráfico que demonstra a variação do fator da equação 2.36 é mostrado na figura 2.20.

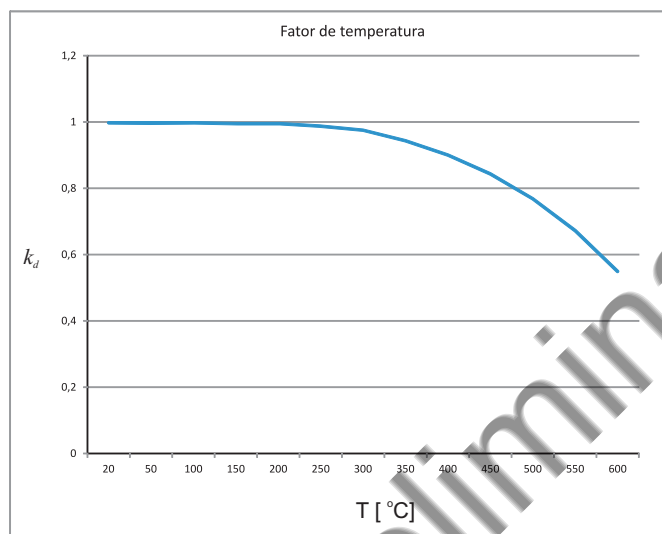


Figura 2.20: Diagrama para fator de temperatura k_d segundo o trabalho de Brandes e Brook.

Existe também uma forma analítica de determinar o fator de temperatura, dado por:

$$k_d = 0,9877 + 0,6507 \times 10^{-3}T - 0,3414 \times 10^{-5}T^2 + 0,5621 \times 10^{-8}T^3 - 6,246 \times 10^{-12}T^4 \quad (2.37)$$

Para T a temperatura de operação dada como $35 \leq T \leq 540$ °C.

 k_e - Fator de efeitos diversos

Existem outros fatores menos tangíveis mas que também interferem na resistência à fadiga de uma peça. Ligações por interferência por exemplo, que serão estudadas no capítulo 3, podem reduzir em até 25% a resistência à fadiga de uma peça. O mesmo ocorre quando há um tratamento químico na superfície dos eixos, como cromagem ou niquelagem. De acordo com a literatura, geralmente estes processos diminuem em 35% a resistência à fadiga.

Segundo [9] a presença de tensão de contato pode ser reduzir à 35% o valor limite de fadiga do material.

Outro efeito interessante relacionado a diminuição da resistência mecânica, porém de difícil definição, está relacionado a frequência de alternância da carga. Segundo [48], ciclos de operação que variam de 1 Hz a 200 Hz tem pouca ou quase nenhuma influência na variação de resistência

¹³Brandes, E.A; Brook, G.B. Eds. **Smithells Metals Reference Book**, 7th Edition, 1998.

a fadiga do material. Na faixa dos kHz, o movimento alternante acaba induzindo a geração de calor, aumentando a temperatura e tornando pouco precisas as conclusões a respeito do efeito da frequência. Entretanto, as conclusões que se tem hoje é de que há um aumento na vida da peça a frequências mais altas.

k_f - Fator de concentração de tensões

O conceito de fator de concentração de tensões está diretamente ligado à existência de descontinuidades geométricas, como furos, rasgos de chaveta, entalhes e reentrâncias. Existem na literatura dois valores diferentes de fator de concentração de tensão, um para flexão k_t e um para torção k_{ts} , conforme mostrado na figura 2.21 e nos diagramas no Anexo [?]. Isto se deve ao fato de que o material reage de maneira diferente para as tensões normais e para as tensões cisalhantes.

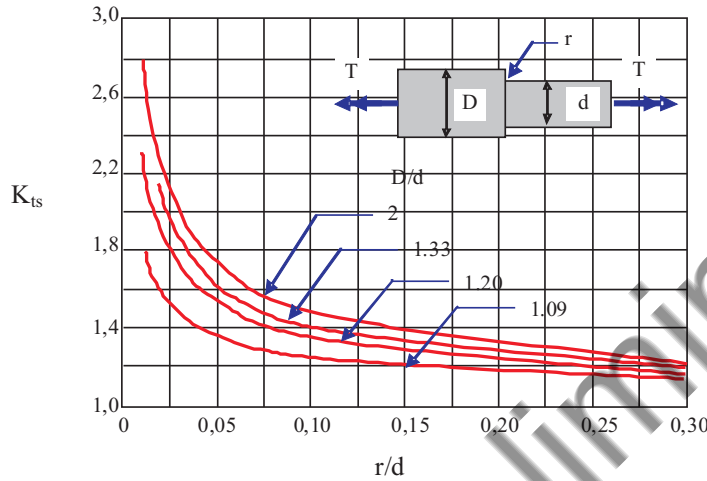


Figura 2.21: Diagrama para definição de k_{ts} para um eixo com entalhe sob torção.

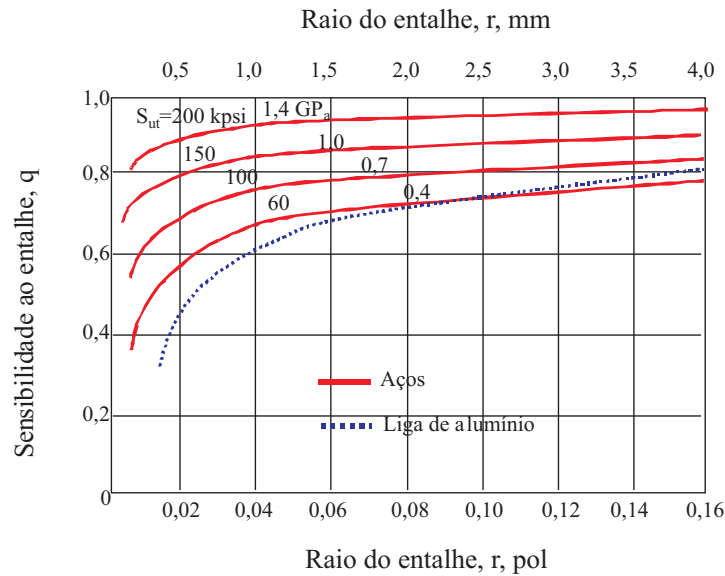
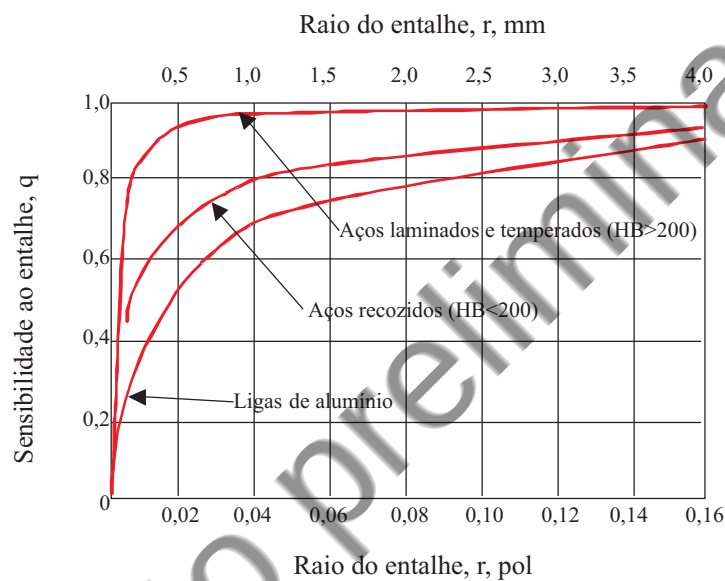
Importante afirmar que embora o fator de concentração de tensão seja um catalisador no surgimento de trincas, a propagação das mesmas passa a ser função também do tipo de material, o que chamamos de **sensibilidade a entalhe do material** (q), dado pela relação entre o fator de concentração de tensões (k_t) e o fator de concentração de tensões de fadiga (k_f):

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1} \quad (2.38)$$

A sensibilidade ao entalhe se faz necessária pois com a plastificação ocorrida nos materiais no fundo do entalhe, a tensão máxima que seria teoricamente calculada por k_t não é alcançada e desta forma, a aplicação deste fator seria demasiadamente conservativo. Por isso alguns autores se referem ao k_f como um valor reduzido de k_t , podendo ser definido a partir da equação 2.38 como:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) \quad (2.39)$$

O valor de q é determinado experimentalmente e é obtido a partir de diagramas como mostrados nas figuras 2.22 para problemas de flexão e 2.23 para problemas de torção.

Figura 2.22: Fator de sensibilidade ao entalhe q para flexão.Figura 2.23: Fator de sensibilidade ao entalhe q para torção.

No início da seção 2.7 comentamos que o efeito de concentração de tensão pode ser utilizado tanto do ponto de vista de redução de resistência, quanto do ponto de vista de amplificação do carregamento. A equação 2.32 é mais simples de utilizar quando trabalhamos com carregamentos simples, ou quando o efeito de um carregamento é muito superior ao outro.

No caso de aplicarmos o efeito de concentração de tensão como amplificador do carregamento, a equação 2.32 deve ser substituída pela equação 2.40:

$$S_n = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot S'_n \quad (2.40)$$

Neste caso deveremos ter um fator de concentração de tensões de fadiga para tensão cisalhante (torque aplicado) k_{fs} e para tensão normal (carga axial e/ou de flexão) k_f . para tal teremos que calcular o diâmetro por intermédio das equações 2.66 e 2.67 para o método de Soderberg, 2.74 para o método de Goodman, e 2.79 para o método ASME.

2.8 Dimensionando eixos e árvores considerando efeitos de fadiga

A partir deste ponto iremos considerar problemas de eixos e árvores submetidos a momentos fletores e torçores. Neste momento, admitiremos que o torque é constante, ou seja, desconsideraremos efeitos de aceleração e desaceleração da velocidade angular que possam variar a força de aplicação do torque. Como a árvore está em rotação, o momento fletor variará de forma que teremos uma tensão também variável ao longo do giro da peça, como visto na figura 2.5.

Assim, poderemos admitir que a tensão normal aparecerá da forma de tensão alternante (σ_a) e tensão média (σ_m), ambas dadas como:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| \quad (2.41)$$

Apresentaremos nesta seção quatro métodos diferentes de solução, pelo **Método de Sines**, pelo **Método de Soderberg**, pelo **Método de Goodman** e pelo **Método da ASME**.

Método de Sines

Sines desenvolveu seu método de forma experimental, verificando o comportamento, relacionado ao carregamento. Percebeu de sua análise que a resistência à fadiga devida à flexão não é afetada pela tensão média devida à torção, apenas a carga alternante tinha importância. Percebeu também que **isto é válido somente em casos onde a tensão devida à torção não exceda o valor de 50% da resistência ao escoamento por torção**, ou seja: $\tau < \tau_e$.

Assim, este método simplifica o dimensionamento, pois considera apenas o efeito de flexão. Por ser um método muito simples deve ser utilizado com ressalvas, sendo necessário uma previa análise do impacto da aplicação de torque.

Dado o limite de resistência à fadiga corrigido para a peça (S_n), calculado pela equação 2.32 ou 2.40, e o coeficiente de segurança (n), temos que a máxima tensão normal admissível para projeto (σ_{adm}) será dada por:

$$\sigma_{adm} = \frac{S_n}{n} \quad (2.42)$$

Rearranjando a equação 2.42, substituindo o valor da tensão admissível pela tensão dada pelo carregamento (eq. 2.5) teremos para um eixo com seção circular:

$$\frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} = \frac{S_n}{n} \quad (2.43)$$

Deixando agora a equação 2.43 em função do diâmetro que se deseja calcular, chegamos à equação de dimensionamento pelo **Método de Sines**:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M \cdot n}{\pi \cdot S_n}} \quad (2.44)$$

Método de Soderberg

Diferentemente do método de Sines, o Método de Soderberg leva em consideração a parcela de torque, de tal forma que trabalhe sob a análise de uma parcela estática constante e outra alternada. Este método parte da análise de um elemento infinitesimal de tensão sobre a periferia de um eixo, conforme mostrado na figura 2.24.

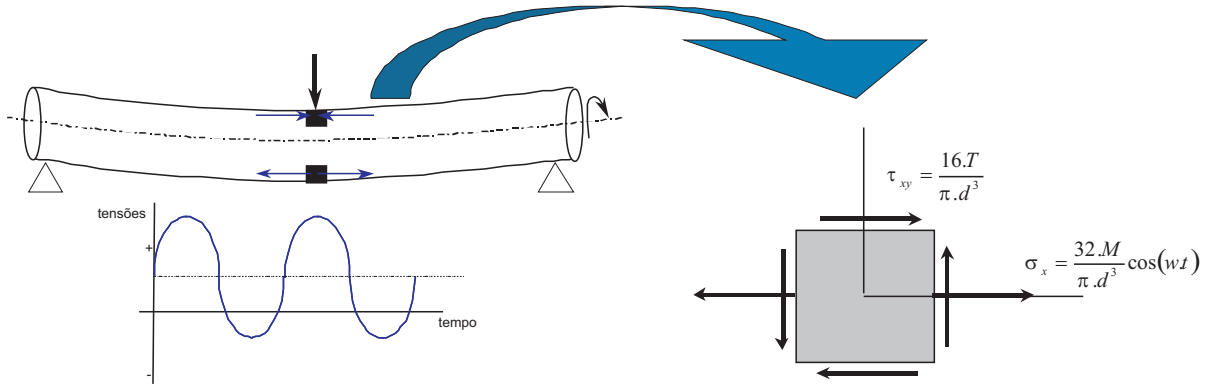


Figura 2.24: Estado de tensões em uma árvore sob flex-torção.

Neste caso, a parcela da tensão devida à flexão (tensão normal) é alternada ao passo em que admitimos a parcela devida à torção como constante. Cortando agora este elemento em um plano qualquer PQ (figura 2.25), ao aplicar as equações de equilíbrio chegamos a:

$$\tau_{\alpha} \cdot A + \sigma_x \cdot (A \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \alpha + \tau_{xy} \cdot (A \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha - \tau_{xy} \cdot (A \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \alpha = 0 \quad (2.45)$$

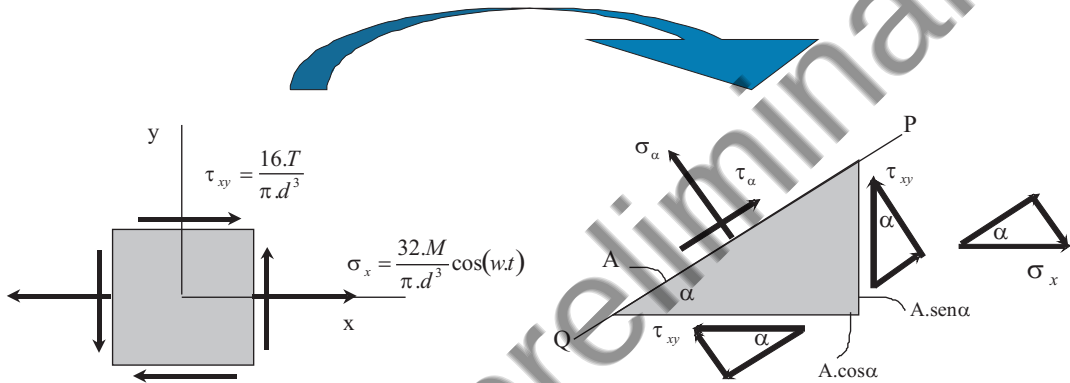


Figura 2.25: Método de Soderberg, aplicando as equações de equilíbrio.

Dividindo toda a equação 2.45 pela área A , teremos:

$$\tau_{\alpha} + \sigma_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \tau_{xy} \cdot (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = 0 \quad (2.46)$$

Conhecendo as propriedades trigonométricas:

$$\sin(2\alpha) = 2 \cdot \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (2.47)$$

e aplicando-as à equação 2.46, teremos:

$$\tau_{\alpha} = \tau_{xy} \cdot \cos(2\alpha) - \frac{\sigma_x}{2} \sin(2\alpha) \quad (2.48)$$

Admitindo que a tensão normal é cíclica, a mesma pode ser escrita como:

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3} \cos(\omega t) \quad (2.49)$$

Admitindo também que a tensão devida à carga de torque é constante e dada pela equação 2.6, e substituindo estes dois valores na equação 2.48, teremos por fim:

$$\tau_{\alpha} = \frac{16T}{\pi d^3} \cdot \cos(2\alpha) - \left(\frac{16M}{\pi d^3} \sin(2\alpha) \right) \cos(\omega t) \quad (2.50)$$

Da equação 2.50, podemos observar que uma parte é constante τ_{α_m} e uma parte é alternante τ_{α_a} , dadas como:

$$\tau_{\alpha_m} = \frac{16T}{\pi d^3} \cdot \cos(2\alpha) \quad \tau_{\alpha_a} = \frac{16M}{\pi d^3} \sin(2\alpha) \quad (2.51)$$

Podemos observar que para alguns valores característicos do ângulo α , teremos valores interessantes da tensão, conforme mostrado na tabela 2.7.

Tabela 2.7: Valores característicos de α e de tensão.

α	τ_{α_a}	τ_{α_m}
0°	0	$\frac{16T}{\pi d^3}$
45°	$\frac{16M}{\pi d^3}$	0
90°	0	$ \frac{16T}{\pi d^3} $

Com as equações 2.51, podemos descrever um diagrama onde o eixo das abscissas representa o valor da **Tensão Média**, o das ordenadas a **Tensão Alternante**. Desta forma, a máxima tensão média permitida, ou seja estática, será o limite de escoamento do material por cisalhamento τ_e . O mesmo raciocínio aplicado agora à tensão alternante fornece que o limite máximo permitido para a tensão alternante será dado pelo limite de escoamento à fadiga por cisalhamento S_{sn} . A figura 2.26 demonstra a aplicação deste conceito, chamado de Diagrama de Soderberg.

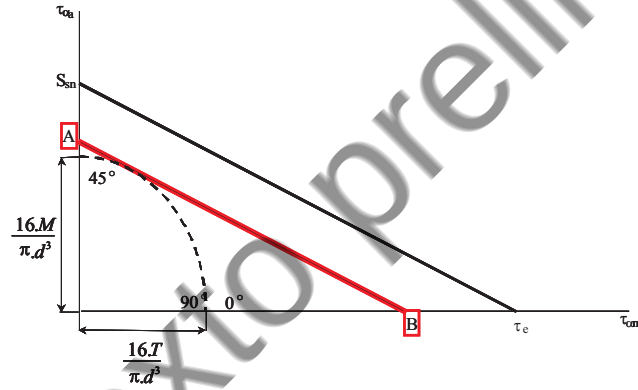


Figura 2.26: Diagrama de Soderberg.

O limite de escoamento à fadiga de Soderberg é baseado na tensão cisalhante, portanto, partindo-se do critério de máxima tensão cisalhante, é correto afirmar que :

$$S_{sn} = 0,50 \cdot S_n \quad (2.52)$$

O mesmo vale dizer para o limite de escoamento para o diagrama, que também é 50% do valor do limite de escoamento para o material:

$$\tau_e = 0,50 \cdot \sigma_e \quad (2.53)$$

De acordo com o diagrama da figura 2.26, o objetivo é encontrar uma elipse que tenha tangente a si a reta AB, de maneira que esta reta seja paralela e fique a certa distância da reta

limite para o material. Esta distância, por sua vez, será o coeficiente de segurança que pode ser determinado a partir da figura 2.27.

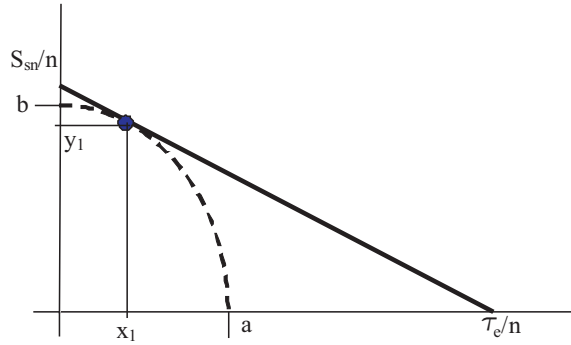


Figura 2.27: Determinação do coeficiente de segurança.

Da geometria, a equação da elipse é dada como:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.54)$$

ou

$$y = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \quad (2.55)$$

Da mesma forma, podemos admitir que a equação da reta tangente à elipse pode ser determinada pelas condições de contorno:

$$\begin{aligned} \text{Para } x = 0 & \rightarrow y = S_{sn}/n \\ \text{Para } x = \tau_e/n & \rightarrow y = 0 \end{aligned}$$

Assim podemos deduzir que a equação da reta, na forma $y = ax + b$, tal que:

$$\begin{aligned} \frac{S_n}{n} &= a \cdot 0 + b \Rightarrow b = \frac{S_n}{n} \\ 0 &= a \frac{\tau_e}{n} + \frac{S_n}{n} \Rightarrow a = -\frac{S_n}{\tau_e} \end{aligned}$$

E assim:

$$y = -\frac{S_{sn}}{\tau_e} \cdot x + \frac{S_{sn}}{n} \quad (2.56)$$

Dado que n é o coeficiente de segurança e τ_e o limite de escoamento do material ao cisalhamento, derivando a equação 2.55 em relação a x , teremos:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a} \cdot \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (2.57)$$

Observe que a equação 2.57 deve ser igual ao coeficiente angular da reta dada pela equação 2.56 para que esta passe no ponto (x_1, y_1) , assim:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_1} = -\frac{b}{a} \cdot \frac{x_1}{\sqrt{a^2 - x_1^2}} = -\frac{S_{sn}}{\tau_e} \quad (2.58)$$

Isolando x_1 na equação 2.58, teremos:

$$x_1 = \frac{S_{sn}}{\tau_e} \cdot a \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{S_{sn}}{\tau_e}\right)^2}} \quad (2.59)$$

Substituindo o valor de x_1 na equação 2.55, calculamos y_1 , dado como:

$$y_1 = \frac{b^2}{a} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{S_{sn}}{\tau_e}\right)^2}} \quad (2.60)$$

Considerando o carregamento, podemos admitir que os valores de a e b podem ser dados a partir dos valores da tabela 2.7 como:

$$a = \frac{16.T}{\pi d^3} \quad b = \frac{16.M}{\pi d^3}$$

Assim, inserindo os valores de x_1 , y_1 , dados respectivamente pelas equações 2.59 e 2.60, os valores de a e b dados anteriormente, na equação 2.56 e isolando o valor de n , teremos:

$$n = \frac{\pi d^3}{16 \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{\tau_e}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{sn}}\right)^2}} \quad (2.61)$$

Podemos também determinar o diâmetro da árvore a partir da equação de determinação do coeficiente de segurança (eq. 2.61), dado como:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16.n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{\tau_e}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{sn}}\right)^2}} \quad (2.62)$$

Devemos observar que o diâmetro dimensionado pela equação 2.62 é para o caso de momento fletor alternante e torção constante. Podemos entretanto expandir esta equação para o caso onde haja parcela constante: M_m e T_m e parcela alternante: M_a e T_a , considerando que somente as parcelas alternantes irão interferir na resistência a fadiga, o que leva à equação:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{T_a}{S_{sn}} + \frac{T_m}{\tau_e}\right)^2 + \left(\frac{M_a}{S_{sn}} + \frac{M_m}{\tau_e}\right)^2}} \quad (2.63)$$

Lembrando as definições de τ_e e S_{sn} , dados pelas equações 2.53 e 2.52 o diâmetro dado pela equação 2.62 passa a ser:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{\sigma_e}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_n}\right)^2}} \quad (2.64)$$

Da mesma forma o diâmetro dado pela equação 2.63 passa a ser:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{T_a}{S_n} + \frac{T_m}{\sigma_e}\right)^2 + \left(\frac{M_a}{S_n} + \frac{M_m}{\sigma_e}\right)^2}} \quad (2.65)$$

Principal atenção deve ser dada ao efeito de concentração de tensão que pode ser usado como redutor da resistência ou como amplificador do carregamento!

Considerando agora o efeito de concentração de tensão no carregamento devido à flexão (k_f) e à torção (k_{fs}), e retirando-o do cálculo da resistência à fadiga (equação 2.40) podemos modificar a equação 2.64 de forma que:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(k_{fs} \frac{T}{\sigma_e}\right)^2 + \left(k_f \frac{M}{S_n}\right)^2}} \quad (2.66)$$

E a equação 2.65 para:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(K_{fs} \left(\frac{T_a}{S_n} + \frac{T_m}{\sigma_e}\right)\right)^2 + \left(k_f \left(\frac{M_a}{S_n} + \frac{M_m}{\sigma_e}\right)\right)^2}} \quad (2.67)$$

É necessário ficar bem claro que as equações 2.66 e 2.67 não podem ser utilizadas com a equação 2.32 e que as equações 2.64 e 2.65 não podem ser utilizadas com a equação 2.40.

Método de Goodman

Este método se baseia no critério de falha por fadiga de Goodman, partindo da definição de tensões alternantes e médias avaliadas pelo critério de von Mises, que neste caso, para um eixo cilíndrico são dadas como:

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{\left(\frac{32k_f M_a}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16K_{fs} T_a}{\pi d^3}\right)^2} \quad (2.68)$$

para tensão alternada e

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{\left(\frac{32k_f M_m}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16K_{fs} T_m}{\pi d^3}\right)^2} \quad (2.69)$$

para tensão média. Dado que o sufixo a é relacionado a carregamentos alternados e o m aos médios, k_f o coeficiente de concentração de tensão para os carregamentos devido à flexão e K_{fs} o devido ao torque. Observe que neste caso, a resistência à fadiga deve ser calculada pela equação 2.40.

Comparativamente ao método de Soderberg, o método de Goodman se baseia na falha estática por ruptura e não mais pelo escoamento, sendo portanto descrito como:

$$\frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r} = \frac{1}{n} \quad (2.70)$$

Dado S_n o limite de fadiga corrigido da peça, σ_r limite de ruptura a tração do material e n o coeficiente de segurança. Gráficamente, ele é similar ao método de Soderberg, como pode ser observado na figura 2.28. Verifica-se também que o fato de ser tensão normal ou cisalhante não impacta no resultado final do processo, visto que elas podem ser relacionadas entre si por meio de von Mises ou Tresca.

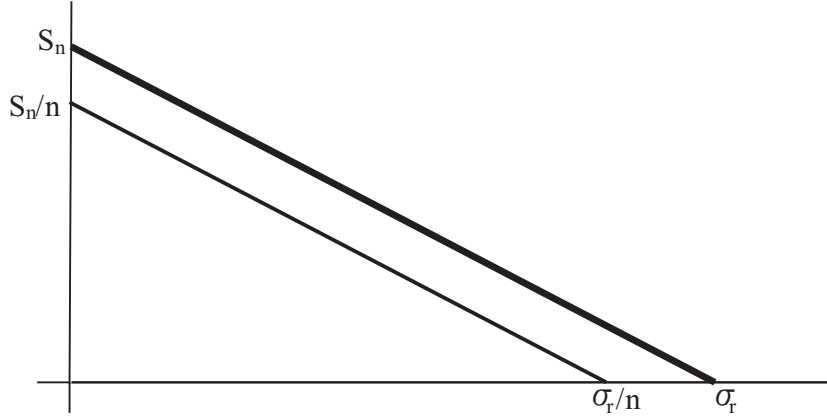


Figura 2.28: Método de Goodman aplicado a tensões normais.

Substituindo agora as equações 2.68 e 2.69 na equação 2.70 teremos:

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi d^3} \left\{ \frac{1}{S_n} \sqrt{4(k_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2} + \frac{1}{\sigma_r} \sqrt{4(k_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2} \right\} \quad (2.71)$$

Isolando d na equação 2.71, teremos:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_n} \sqrt{4(k_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2} + \frac{1}{\sigma_r} \sqrt{4(k_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2} \right\}} \quad (2.72)$$

Para o caso específico de $M_m = T_a = 0$ as equações 2.71 e 2.72 ficam respectivamente:

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi d^3} \left(\frac{2k_f M_a}{S_n} + \frac{\sqrt{3}K_{fs} T_m}{\sigma_r} \right) \quad (2.73)$$

e

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \left(\frac{2k_f M_a}{S_n} + \frac{\sqrt{3}K_{fs} T_m}{\sigma_r} \right)} \quad (2.74)$$

Método ASME

Este método é definido por norma (ANSI/ASME B106.1M-1985) e parte da consideração de que o carregamento é constituído de flexão alternada e torque fixo, ou seja, $M_m = T_a = 0$, o que engloba boa parte dos projetos de árvores. Segundo este método, o critério de falha é dado por:

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_n} \right)^2 + \left(\frac{\tau_m}{\tau_e} \right)^2 = \left(\frac{1}{n} \right)^2 \quad (2.75)$$

Para n o coeficiente de segurança.

Sabendo-se também que do critério de von Mises:

$$\tau_e = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} \quad (2.76)$$

Substituindo a equação 2.76 na equação 2.75 e deixando em função dos limites de resistência normais, teremos:

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_n} \right)^2 + \left(\frac{\tau_m \sqrt{3}}{\sigma_e} \right)^2 = \left(\frac{1}{n} \right)^2 \quad (2.77)$$

Substituindo os valores de σ_a e τ_m da equação 2.77 pelas equações 2.5 e 2.6, e isolando a variável a ser calculada, ou seja, o diâmetro d , teremos:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi} \sqrt{\left(\frac{M_a}{S_n}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_m}{\sigma_e}\right)^2}} \quad (2.78)$$

Aplicando agora os efeitos de concentração de tensão, teremos a equação 6.43 dada como:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi} \sqrt{\left(\frac{k_f M_a}{S_n}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{K_{fs} T_m}{\sigma_e}\right)^2}} \quad (2.79)$$

2.9 Exemplo de projeto de uma árvore por Soderberg

Definição do problema

Deve-se projetar uma árvore, conforme mostrado na figura 2.29, onde são montadas duas engrenagens cilíndricas de dentes retos. Na construção da árvore, deve-se utilizar aço SAE 1035. Pergunta-se qual o diâmetro para um coeficiente de segurança igual a 1,6. Admitindo que a árvore seja escalonada, estabeleça o diâmetro em A, no trecho DA e no trecho BC. Desconsidere os efeitos de temperatura e de concentração de tensões.

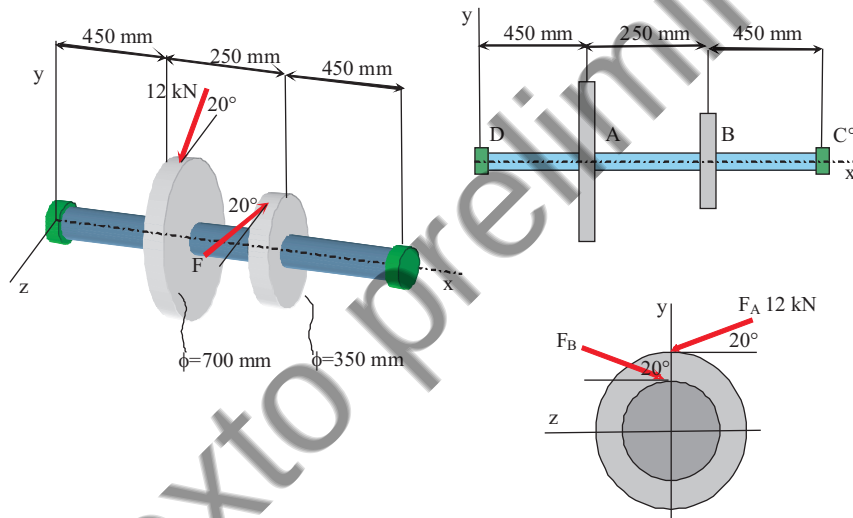


Figura 2.29: Esquema da árvore a ser dimensionada.

Definição dos carregamentos

Primeiramente devemos determinar a força na engrenagem B, que será função por sua vez do torque transmitido no trecho AB da árvore. Assim, da vista de topo apresentada na figura 2.29 podemos dizer que:

$$\Sigma T = 0 \Rightarrow F_A \cdot \cos 20^\circ \cdot \frac{0,700}{2} = F_B \cdot \cos 20^\circ \cdot \frac{0,350}{2} \quad (2.80)$$

Isolando a força na engrenagem B, teremos que $F_B = 24$ kN. Como esta força está sobre um plano diferente do plano cartesiano, as forças atuantes na árvore nos pontos A e B são:

$$\begin{aligned} F_A \cdot \sin 20^\circ &= 4,1 \text{ kN} & F_A \cdot \cos 20^\circ &= 11,3 \text{ kN} \\ F_B \cdot \sin 20^\circ &= 8,2 \text{ kN} & F_B \cdot \cos 20^\circ &= 22,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

Por sua vez, o torque no trecho AB passa a ser dado como:

$$T = F_A \cdot \cos 20^\circ \cdot \frac{0,700}{2} = 3.955 \text{ Nm} \quad (2.81)$$

Definição dos esforços

Por contarmos com cargas em dois planos diferentes, XY e XZ , temos um problema de flexão oblíqua¹⁴, necessitando portanto verificar a distribuição do momento fletor ao longo da árvore separadamente para cada um dos planos. Desta forma, no plano XY , teremos a representação dada pela figura 2.30.

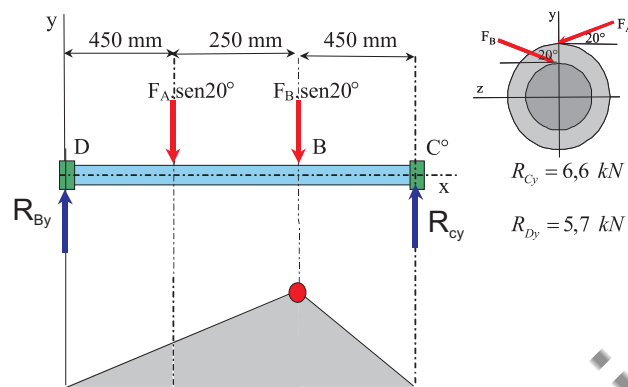


Figura 2.30: Momento fletor no plano XY .

O mesmo se dá para o plano XZ , como mostrado na figura 2.31:

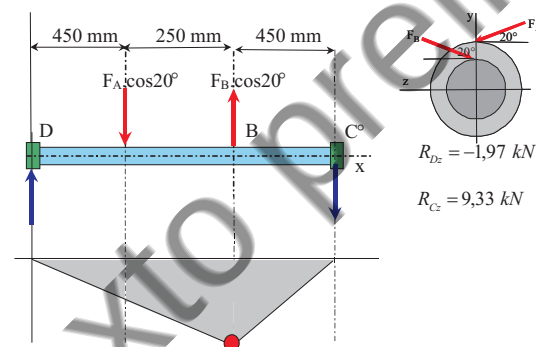


Figura 2.31: Momento fletor no plano XZ .

Definição da resistência do material

Dado que a peça deva ser fabricada em aço SAE 1035, teremos da tabela de resistência dos materiais: a tensão limite de escoamento como $\sigma_e = 259 \text{ MPa}$ e a tensão de ruptura como $\sigma_r = 469 \text{ MPa}$ (Tabela E.3).

Assim, da tabela 2.2 à página 46, teremos que o limite de resistência à fadiga do material pode ser dado por: $S'_n = 234,5 \text{ MPa}$.

¹⁴O conceito de flexão oblíqua é originário da resistência dos materiais e indica que o momento fletor resultante do carregamento ocorre em um eixo não alinhado com o sistema cartesiano XYZ . Para maior aprofundamento no tema, sugerimos a leitura de: POPOV, Egor P. **Introdução a mecânica dos sólidos**. São Paulo: Edgard Blücher. 1978.

Sabendo também que o eixo é usinado ($K_a = 0,8$)¹⁵ arbitramos inicialmente que o eixo fique com diâmetro entre 7,6 e 50 mm, o que fornece um fator de dimensão como $K_b = 0,85$ ¹⁶.

Assim, o limite de resistência à fadiga da peça passa a ser dado como:

$$S_n = K_a \cdot K_b \cdot S'_n$$

$$S_n = 0,8 \cdot 0,85 \cdot 234,5$$

$$S_n = 159,5 \text{ MPa}$$

Cálculo do diâmetro

Aplicando agora a equação 2.64 podemos determinar o diâmetro da árvore, necessitando antes definir os valores de torque e momento máximos. Os esforços podem ser vistos na figura 2.32.

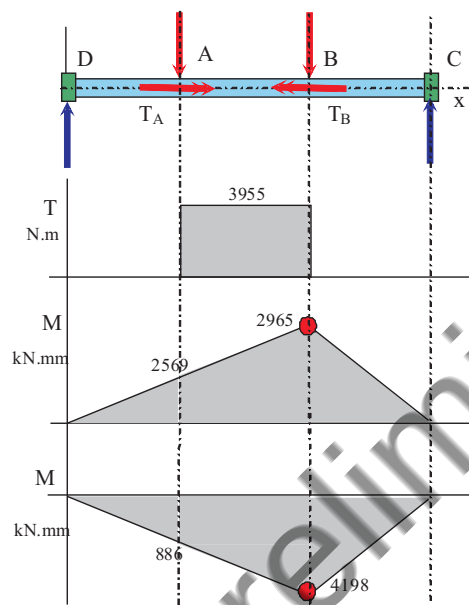


Figura 2.32: Diagrama de esforços.

Assim, no trecho AB, teremos como torque máximo $T = 3.955 \text{ Nm}$ e como momento fletor máximo:

$$M = \sqrt{(2.965)^2 + (4.198)^2} \quad (2.82)$$

$$M = 5139 \text{ kNmm}$$

Aplicando estes valores (eq. 2.82) na equação 2.64, teremos no trecho **AB** um diâmetro de 83,45 mm, o que anula a hipótese inicial de diâmetro entre 7,6 e 50 mm. Assim, há necessidade de se recalcular o limite de resistência à fadiga, utilizando agora um novo fator dado pela tabela 2.5, $K_b = 0,75$. O novo limite de resistência à fadiga passa a ser então:

$$S_n = K_a \cdot K_b \cdot S'_n$$

$$S_n = 0,8 \cdot 0,75 \cdot 234,5$$

$$S_n = 140,7 \text{ MPa}$$

¹⁵Figura 2.19 na página 47.

¹⁶Tabela 2.5, na página 48.

Assim, o **diâmetro no trecho AB** é:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,6}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{3.955 \times 10^3}{259}\right)^2 + \left(\frac{5.139 \times 10^3}{140,7}\right)^2}} \quad (2.83)$$

$$d = 86,4 \text{ mm}$$

No ponto **A**, seguindo o mesmo raciocínio o torque máximo será de $T = 3.955 \text{ Nm}$ e momento fletor máximo de:

$$M = \sqrt{(2.569)^2 + (886)^2} \quad (2.84)$$

$$M = 2.717 \text{ Nm}$$

Aplicando a equação 2.64, teremos um **diâmetro para o ponto A** de:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,6}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{3.955 \times 10^3}{259}\right)^2 + \left(\frac{2.717 \times 10^3}{140,7}\right)^2}} \quad (2.85)$$

$$d = 73,7 \text{ mm}$$

Para o trecho DA, o torque máximo será de $T = 0 \text{ Nm}$ e momento fletor máximo de:

$$M = \sqrt{(2.569)^2 + (886)^2} \quad (2.86)$$

$$M = 2.717 \text{ Nm}$$

e, o **diâmetro para o trecho DA** será:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,6}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{0}{259}\right)^2 + \left(\frac{2.717 \times 10^3}{140,7}\right)^2}} \quad (2.87)$$

$$d = 68,02 \text{ mm}$$

Por fim, para o trecho BC teremos o torque máximo de $T = 0 \text{ Nm}$ e momento fletor máximo de:

$$M = \sqrt{(2.965)^2 + (4.198)^2} \quad (2.88)$$

$$M = 5.139 \text{ Nm}$$

Assim, o **diâmetro para o trecho BC** será:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,6}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{0}{259}\right)^2 + \left(\frac{5.139 \times 10^3}{140,7}\right)^2}} \quad (2.89)$$

$$d = 84,12 \text{ mm}$$

Isto nos leva ao desenho preliminar da árvore dado pela figura 2.33

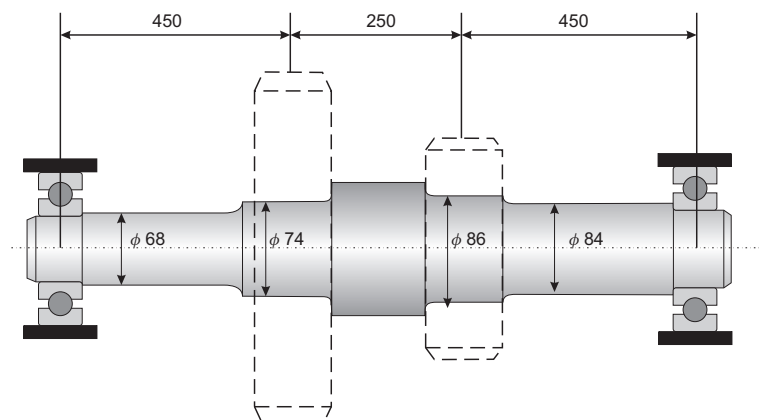


Figura 2.33: Desenho preliminar da árvore (unidades em mm).

2.10 Exemplo de projeto de uma árvore por Goodman

Definição do problema

Dada uma árvore conforme mostrada na figura 2.34, de aço SAE 4027 Temperado e Revenido, sabendo que $l_1 = 50 \text{ mm}$, $l_2 = 75 \text{ mm}$ e $l_3 = 50 \text{ mm}$. A engrenagem posicionada no ponto **B**, tem um ângulo de pressão (α) de 20° , um diâmetro primitivo de 58 mm e é acionada por meio de uma força $F_b = 625 \text{ N}$. A polia posicionada no ponto **A** tem um diâmetro primitivo de 74 mm e recebe todo o torque da engrenagem, dado que $F_{a1} = 0,35F_{a2}$. Admitindo um coeficiente de segurança de 1,3, determine os diâmetros no ponto **A** e **B** da árvore, considerando os fatores de acabamento, de tamanho, de confiabilidade para 95%, sabendo que tanto a polia quanto a engrenagem são montados por ajuste prensado. Utilize o método de Goodman admitindo que o eixo é apoiado em mancais nas extremidades.

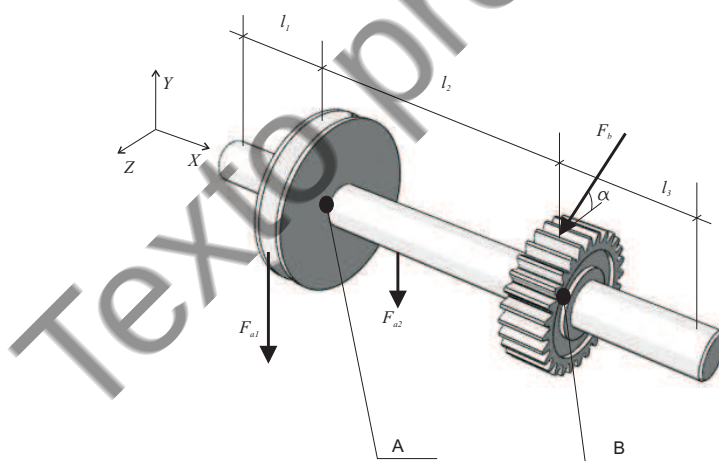


Figura 2.34: Esquema da árvore.

Definição dos carregamentos

Primeiramente devemos avaliar o torque na árvore entre os pontos **A** e **B** e para tal partiremos do engrenagem. Neste caso, apenas a parcela transversal da força F_b gera torque ou seja:

$$\begin{aligned}
 T_b &= F_b \cdot \cos(\alpha) \frac{d}{2} \\
 T_b &= 625 \cdot \cos(20^\circ) \frac{0,058}{2} \\
 T_b &= 17 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

O torque será todo absorvido pela polia, assim $T_a = T_b$ e:

$$T_a = (F_{a2} - F_{a1}) \frac{d}{2} \quad (2.90)$$

Sabendo que: $F_{a1} = 0,35F_{a2}$, podemos reescrever a equação 2.90 como:

$$\begin{aligned}
 T_a &= (F_{a2} - 0,35F_{a2}) \frac{d}{2} \\
 T_a &= 0,65F_{a2} \frac{d}{2}
 \end{aligned}$$

E assim,

$$\begin{aligned}
 F_{a2} &= \frac{2T_a}{0,65d} = \frac{2T_b}{0,65d} \\
 F_{a2} &= \frac{2 \cdot 17}{0,65 \cdot 0,074} \\
 F_{a2} &= 708,2 \text{ N}
 \end{aligned}$$

E por consequência, $F_{a1} = 247,9 \text{ N}$.

Definição dos esforços

No ponto A teremos apenas carregamento na direção **Y**, dado como:

$$\begin{aligned}
 F_{ay} &= -(F_{a1} + F_{a2}) \\
 F_{ay} &= -956,1 \text{ N}
 \end{aligned}$$

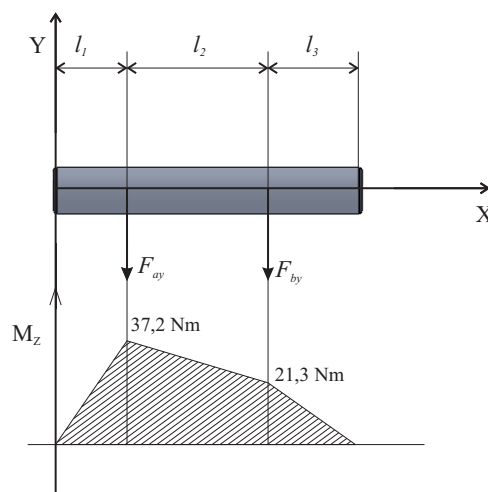
No ponto B, em função do ângulo de pressão da engrenagem, teremos carregamentos nos dois eixos transversais assim, na direção **Y**:

$$\begin{aligned}
 F_{by} &= -F_b \cdot \sin(\alpha) \\
 F_{by} &= -625 \cdot \sin(20^\circ) \\
 F_{by} &= -213,8 \text{ N}
 \end{aligned}$$

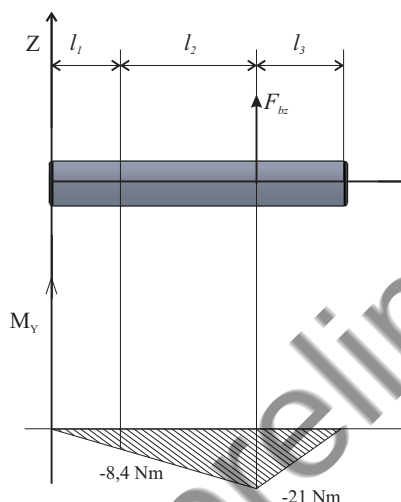
e na direção **Z**:

$$\begin{aligned}
 F_{bz} &= F_b \cdot \cos(\alpha) \\
 F_{bz} &= 625 \cdot \cos(20^\circ) \\
 F_{bz} &= 587,3 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Isto nos leva à situação mostrada na figura 2.35 para o carregamento no plano **XY**,

Figura 2.35: Carregamento no plano XY .

e pela figura 2.36 para o carregamento no plano XZ ,

Figura 2.36: Carregamento no plano XZ .

Assim, teremos no ponto **A** e **B** os esforços dados como:

$$M_{aY} = -8,4 \text{ Nm}$$

$$M_{aZ} = 37,2 \text{ Nm}$$

$$M_a = 38,1 \text{ Nm}$$

$$T_a = 17 \text{ Nm}$$

$$M_{bY} = -21 \text{ Nm}$$

$$M_{bZ} = 21,3 \text{ Nm}$$

$$M_b = 29,9 \text{ Nm}$$

$$T_b = 17 \text{ Nm}$$

Definição da resistência do material

Da tabela E.2, para aço SAE 4027 Temperado e Revenido teremos como tensão limite de ruptura $\sigma_r = 910 \text{ MPa}$ e como limite de escoamento $\sigma_e = 779 \text{ MPa}$.

Da tabela 2.2 à página 46 teremos para o limite de fadiga para o material $S'_n = 455 \text{ MPa}$.

Para calcularmos o limite de fadiga da peça, primeiramente consideraremos que o eixo é usinado, e da figura 2.19 na página 47, teremos o fator de acabamento como $k_a \approx 0,72$. Com relação ao tamanho, arbitraremos que o eixo tenha um diâmetro inferior a 50 mm, o que fornece

$k_b = 0,85$, segundo a tabela 2.5, na página 48. Para uma confiabilidade de 95% a tabela 2.6 na página 48 fornece o valor de $k_c = 0,868$. Por fim, tanto no ponto **A** quanto no ponto **B** haverá interferência assim, de acordo com a seção 2.7 teremos $k_e = 0,75$.

Com isto podemos estimar o limite de fadiga da peça como:

$$\begin{aligned} S_n &= k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_e \cdot S'_n \\ S_n &= 0,72 \cdot 0,85 \cdot 0,868 \cdot 0,75 \cdot 455 \\ S_n &= 181,3 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Cálculo do diâmetro

A partir da equação 2.74 podemos calcular o diâmetro em ambos os pontos. Sabendo que $n = 1,3$ teremos para o ponto **A**:

$$\begin{aligned} d_a &= \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \left(\frac{2k_f M_a}{S_n} + \frac{\sqrt{3} K_{fs} T_m}{\sigma_r} \right)} \\ d_a &= \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,3}{\pi} \left(\frac{2 \cdot 38,1}{181,3 \times 10^6} + \frac{\sqrt{3} \cdot 17}{910 \times 10^6} \right)} \\ d_a &= 14,4 \text{ mm} \end{aligned}$$

No ponto **B** por sua vez:

$$\begin{aligned} d_b &= \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \left(\frac{2k_f M_a}{S_n} + \frac{\sqrt{3} K_{fs} T_m}{\sigma_r} \right)} \\ d_b &= \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,3}{\pi} \left(\frac{2 \cdot 29,9}{181,3 \times 10^6} + \frac{\sqrt{3} \cdot 17}{910 \times 10^6} \right)} \\ d_b &= 13,4 \text{ mm} \end{aligned}$$

2.11 Exemplo de aplicação do efeito de concentração de tensões na análise de um eixo

Dada a árvore abaixo, sabendo-se que $d_1 = 30$ mm, $d_2 = 20$ mm, $l_1 = 80$ mm, determine o coeficiente de segurança no ponto **B**, dado que o raio de arredondamento ali é de 2 mm. Utilize o método de Soderberg e considere que o material da árvore é aço SAE 1020 e que ela foi usinada. Com o Momento máximo no ponto B de 100 Nm, adote o efeito de concentração de tensão como:

- Redutor da resistência;
- Amplificador da carga.

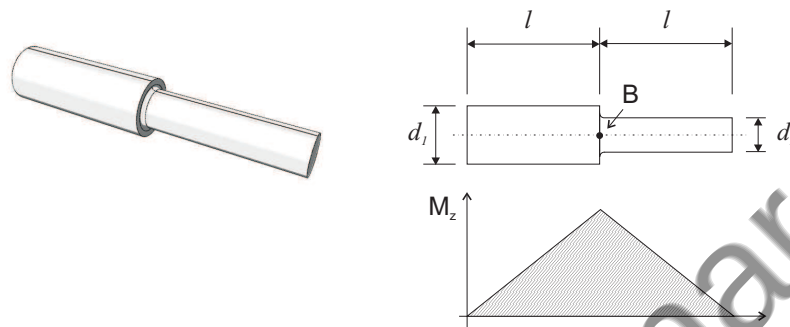


Figura 2.37: Eixo do exemplo de efeito de concentração de tensões. XZ.

Resolução letra (a)

Para resolver o problema primeiramente calcularemos o momento no ponto da seção crítica, ou seja, no ponto **B**.

Pelo método das seções, no trecho à direita de **B**, o momento fletor pode ser dado como:

$$M(x) = 100 \frac{160 - x}{120} \text{ para } 40 \leq x \leq 160 \text{ mm}$$

E para $x = 80$ mm

$$M(80) = 66,67 \text{ Nm} \quad (2.91)$$

Passaremos agora ao cálculo dos fatores modificadores do limite de fadiga do material, começando pelo fator de acabamento de superfície (K_a). Como a árvore é usinada, $a = 4,51$ e $b = -0,265$. Como o aço é **SAE 1020**, a sua tensão limite de ruptura é $\sigma_r = 469$ MPa e, aplicando a equação 2.33, teremos:

$$\begin{aligned} K_a &= 4,51 \times 469^{-0,365} \\ K_a &= 0,88 \end{aligned}$$

Para o fator de tamanho, se adotarmos o eixo à direita, teremos um valor mais conservativo, assim, utilizaremos $K_b = 0,85$.

Por fim, falta-nos determinar o uso do fator concentração de tensões no problema. Os problemas que levam ao aparecimento e crescimento de trincas estão relacionados a dois aspectos no modelo matemático utilizado para sua resolução, no material, que é determinado pela sensibilidade ao entalhe (q), e na geometria, que é determinada pelo fator de concentração de tensões (k_t). O fator de sensibilidade ao entalhe pode ser obtido na figura 2.22 à página 51, dado como:

$$q = 0,75$$

O fator de concentração de tensões é por sua vez obtido pela figura I.3, na página 410, do Anexo I, sendo:

$$k_t = 1,7$$

Assim, aplicando a equação 2.39

$$\begin{aligned} k_f &= 1 + q(k_t - 1) \\ k_f &= 1 + 0,75(1,7 - 1) \\ k_f &= 1,525 \end{aligned} \quad (2.92)$$

Para responder à pergunta (a), ou seja, como redutor de resistência, utilizaremos a equação 2.32, adicionando os valores de tensão limite de fadiga para o material e os demais fatores anteriormente calculados. A tensão limite de fadiga do material pode ser aproximada por:

$$S'_n = 0,5\sigma_r = 0,5 \times 469 = 234,5 \text{ MPa}$$

Assim, aplicando a equação 2.32,

$$\begin{aligned} S_n &= k_a \cdot k_b \cdot \frac{1}{k_f} S'_n \\ S_n &= 0,88 \cdot 0,85 \cdot \frac{1}{1,525} \cdot 234,5 \\ S_n &= 115 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Assim, chega-se ao cálculo do coeficiente de segurança no ponto B, a partir da equação 2.61:

$$\begin{aligned} n &= \frac{\pi d^3}{32 \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{\sigma_e}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_n}\right)^2}} \\ n &= \frac{\pi 0,02^3}{32 \cdot \sqrt{\left(\frac{0}{\sigma_e}\right)^2 + \left(\frac{66,67}{115 \times 10^6}\right)^2}} \\ n &= 1,35 \end{aligned}$$

Resolução letra (b)

Neste caso o procedimento é igual ao anterior até se chegar ao cálculo de k_f . A partir dessa definição, aplica-se o efeito de concentração de tensões diretamente sobre a carga, e a resistência da peça passa a ser dada por:

$$\begin{aligned} S_n &= k_a \cdot k_b \cdot S'_n \\ S_n &= 0,88 \cdot 0,85 \cdot 234,5 \\ S_n &= 175,4 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Por fim, adota-se o coeficiente de concentração de tensões na fadiga no cálculo do coeficiente de segurança multiplicando o carregamento.

$$n = \frac{\pi d^3}{32 \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{\sigma_e}\right)^2 + \left(\frac{K_f M}{S_n}\right)^2}}$$

$$n = \frac{\pi 0,02^3}{32 \cdot \sqrt{\left(\frac{0}{\sigma_e}\right)^2 + \left(\frac{66,67 \cdot 1,525}{175,4 \times 10^6}\right)^2}}$$

$$n = 1,35$$

Como era de se esperar o coeficiente de segurança final é o mesmo!

2.12 Vibrações em eixos e árvores

Definição do problema

Segundo [50] “...todos os corpos dotados de massa e elasticidade são capazes de vibração. Deste modo, a maior parte das máquinas e estruturas está sujeita a certo grau de vibração e o seu projeto requer geralmente o exame de seu comportamento oscilatório.”

Collins [9] comenta que “... por causa das imperfeições na fabricação e na montagem de eixos e dos componentes montados” o centro de massa geralmente não coincide com o centro de rotação.

No caso de eixos e árvores o movimento rotativo estará associado a vibrações quando existir uma diferença entre o eixo de giro (ou de rotação) e o centro de massa, conforme demonstrado pela excentricidade e da figura 2.38 para o conjunto eixo-volante.

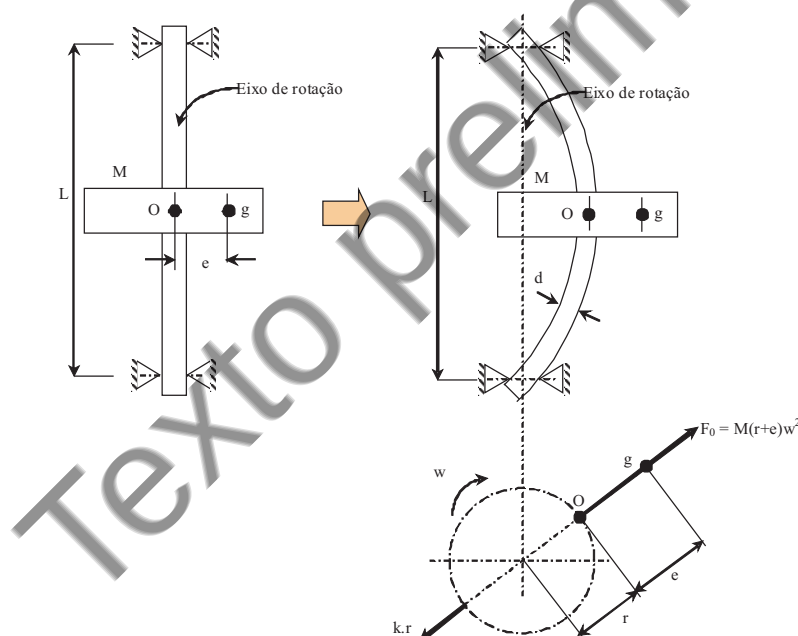


Figura 2.38: Problema de eixo vibrando.

Ao entrar em rotação, ocorrerá o aparecimento de uma força de inércia F_o que será proporcional à excentricidade, e que fará com que o centro de rotação do eixo O passe a girar a uma distância r da posição original. Como esta força é proporcional ao quadrado da velocidade angular ω , ao dobrarmos a velocidade, multiplicaremos por 4 este valor.

Aplicando o equilíbrio de forças no ponto g na vista de topo da figura 2.38, teremos:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m(r + e) \cdot \omega^2 - k \cdot r = 0 \quad (2.93)$$

Para m a massa do volante, r a deflexão lateral, e a excentricidade do centro de massa, ω a velocidade angular do eixo e $(k \cdot r)$ a força elástica resistente, dada a rigidez k .

Isolando r na equação 2.93, teremos:

$$r = \frac{e \cdot \omega^2}{\frac{k}{m} - \omega^2} \quad (2.94)$$

Condição de ressonância

Chama-se de ressonância um estado onde a frequência de vibração é igual a frequência natural do sistema, o que acarreta em oscilações amplas e perigosas do ponto de vista estrutural [50]. Matematicamente podemos determinar que alcançaremos a ressonância de um conjunto eixo/volante quando o valor da deflexão r dada pela equação 2.94 tender ao infinito, ou seja, quando:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_n \quad (2.95)$$

Admitindo que ω_n é a velocidade angular natural, ou seja, a velocidade onde a frequência de rotação é igual à frequência natural do sistema, podemos reduzir a equação 2.94 a:

$$\frac{r}{e} = \frac{\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega}{\omega_n}} \quad (2.96)$$

O valor $\frac{r}{e}$ é chamado de fator de amplificação e é relacionado com a velocidade de rotação através do diagrama da figura 2.39.

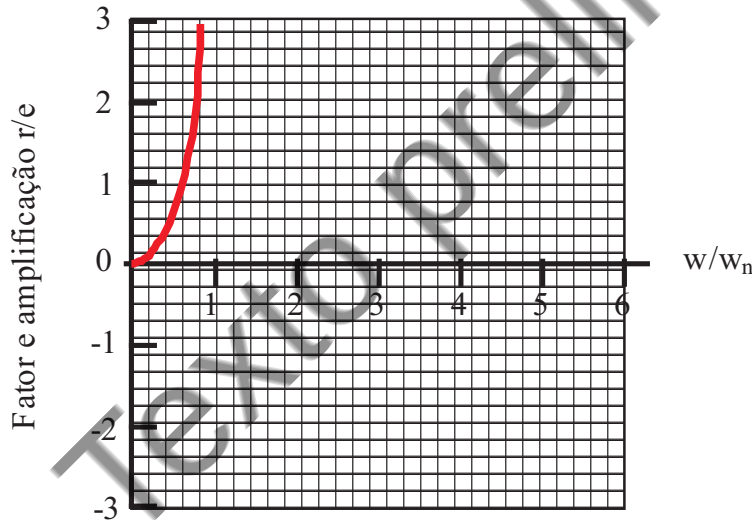


Figura 2.39: Fator de amplificação x ω/ω_n .

Observando o diagrama é possível concluir que quando a relação ω/ω_n tende a 1, o fator de amplificação tende a infinito, ou seja, está se chegando à ressonância do sistema.

Assim, para evitar problemas de vibração, deve-se sempre trabalhar com valores menores que 1 desta relação, de forma a não alcançar o estado de ressonância.

É possível trabalhar com velocidades superiores, entretanto é necessário um bom controle das acelerações quando houver a passagem pela região de ressonância.

Isto se consegue através da determinação da velocidade crítica do eixo, que será vista a seguir.

Parâmetros de projeto

Uma das formas de verificar o projeto do eixo é determinar sua velocidade crítica de maneira que esta fique longe da velocidade de operação. Chamaremos de velocidade angular crítica do eixo o valor ω_c , que fornecerá em termos de rotações por minuto o valor:

$$n_c = \frac{60 \cdot \omega_c}{2 \cdot \pi} \quad (2.97)$$

Dado que a velocidade crítica em questão é a velocidade da frequência natural ω_n , colocando o valor da equação 2.95 na equação 2.97 temos:

$$n_c = 9,55 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.98)$$

Uma aproximação do valor de k para um eixo bi apoiado com uma massa, pode ser feito a partir da deflexão estática do eixo, conforme mostrado na figura 2.40. Cabe salientar que se existirem outros elementos girantes no eixo ou árvore, a linha elástica deve ser calculada e a deflexão lateral para cada ponto deve ser avaliada em termos de velocidade crítica.

$$F = k\delta_{est} \rightarrow k = F/\delta_{est} \rightarrow k = (mg)/\delta_{est} \quad (2.99)$$

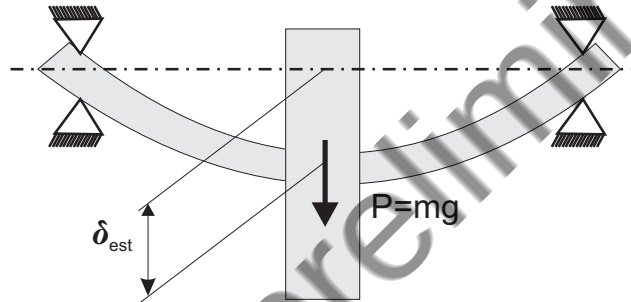


Figura 2.40: Definição do valor de k .

Assim,

$$F = k \cdot \delta_{est}$$

$$k = F/\delta_{est} \quad (2.100)$$

$$k = \frac{mg}{\delta_{est}}$$

Colocando o valor de k dado pela equação 2.100 na equação 2.98, e admitindo $g = 9,81m/s^2$, teremos por fim:

$$n_c \cong 30 \sqrt{\frac{1}{\delta_{est}}} \quad (2.101)$$

Da mecânica dos sólidos, dada uma viga sob carregamento F , de comprimento L , com módulo de elasticidade E e momento de inércia da seção transversal I , a deflexão estática será:

$$\delta_{est} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (2.102)$$

Desta forma, voltando à equação 2.101 a rotação crítica para um eixo cilíndrico de diâmetro d , com $I = (\pi d^4)/64$ será dada em rpm por:

$$n_c \cong 46 \sqrt{\frac{E d^4}{F \cdot l^3}} \quad (2.103)$$

A equação 2.103 requer os valores de entrada todos em unidades do S.I, muito embora a saída seja em rpm.

Juvinall [29] recomenda para n massas a avaliação da velocidade crítica como:

$$n_c \cong \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n F_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n F_i \delta_i^2}} \quad (2.104)$$

Dado que F é o peso em Newtons da massa girante, δ a deflexão estática da massa, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ a constante de aceleração gravitacional.

Exemplo de aplicação

Dado o eixo de aço da figura 2.41, que conta com rotor com peso de 490,5 N cuja velocidade de rotação prevista é de 10.000 rpm. Determine o diâmetro do eixo mais leve que possa ser usado sendo a velocidade crítica de 12.000 rpm, sabendo que o seu comprimento total (L) é de 500 mm.

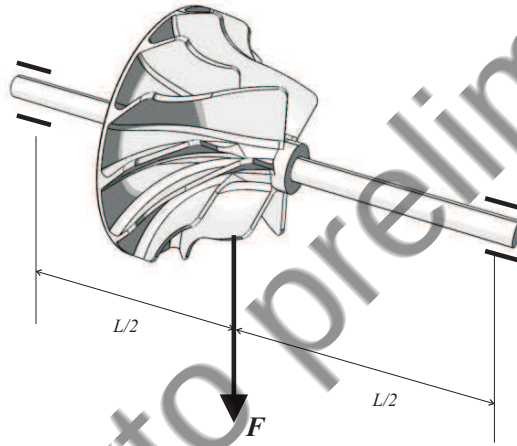


Figura 2.41: Exemplo de cálculo de velocidade crítica.

Primeiramente calcularemos o δ_{est} , pela equação 2.102

$$\begin{aligned} \delta_{est} &= \frac{490,5 \cdot 0,5^3}{E \cdot I} \\ \delta_{est} &= \frac{1,27}{E \cdot I} \end{aligned} \quad (2.105)$$

Da equação 2.103, podemos deduzir que:

$$\begin{aligned} n_c &\cong 30 \sqrt{\frac{1}{\delta_{est}}} \\ n_c &\cong 30 \sqrt{\frac{E \cdot I}{1,27}} \end{aligned} \quad (2.106)$$

E para n_c igual a 12.000 rpm, teremos a equação 2.106 reescrita como:

$$\frac{12.000}{30} \cong \sqrt{\frac{E \cdot I}{1,27}} \quad (2.107)$$

$$E \cdot I = 203.200$$

Dado que o material é aço, ou seja $E = 207\text{GPa}$, a equação 2.107 fornece:

$$I = \frac{203.200}{207 \times 10^9} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$d = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 1,01 \times 10^{-6}}{\pi}} \quad (2.108)$$

$$d = 66,9 \text{ mm}$$

2.13 Normas

Alguma normas relacionadas a eixos e árvores:

DIN 114 - Diâmetros de eixos para transmissões

DIN 748 - Extremidades de eixos cilíndricos.

DIN 749 - Extremidades de eixos cônicos.

NBR 9307 - Eixos veiculares - Veículos rodoviários automotores.

2.14 Exercícios propostos

1. Deduza o critério de falha de von Mises para chegar ao valor dado pela equação 2.18.
2. Uma árvore conta com o diagrama de esforços conforme mostrado na figura 2.42. Sabendo que será de aço 1020, usinado a frio, que operará a uma temperatura de 145°C , determine o seu diâmetro na posição mais crítica utilizando o critério de Soderberg, para um coeficiente de segurança de 2,2, desprezando os efeitos de concentração de tensão, confiabilidade e efeitos diversos. Calcule o diâmetro pelo método ASME e avalie os resultados obtidos.

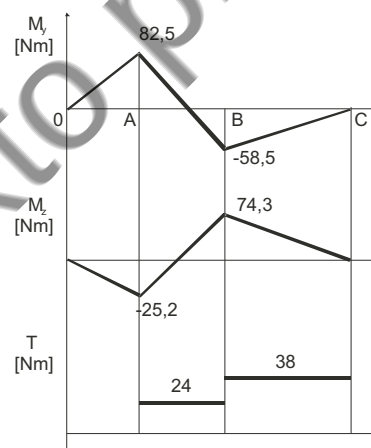


Figura 2.42: Diagrama para o exercício 2.

3. Um eixo de alumínio tem em seu ponto de maior deflexão uma força radial de 10 kN. Sabendo que ele tem um comprimento de 850 mm, com diâmetro de 50 mm, determine qual a sua velocidade de rotação crítica?

4. Um eixo em alumínio 3003 encruado deve ser projetado para trabalhar com o carregamento mostrado na figura 2.43. Assim sendo:
- Determine os diâmetros no ponto A e B utilizando Soderberg com um coeficiente de segurança de 1,8. Lembre-se de adotar uma confiabilidade de 95% para o projeto que deve se usinado. Adote um fator de acabamento superficial de 0,86 e desconsidere efeitos de concentração de tensão, de temperatura e de efeitos diversos.
 - admitindo um fator de concentração de tensão de 1,45 (K_t) nos pontos A e B, determine o efeito deste na redução da resistência à fadiga recalculando os novos diâmetros. Utilize m raio de concordância de 3,5 mm e considere apenas o efeito de flexão como associado ao problema de fadiga.

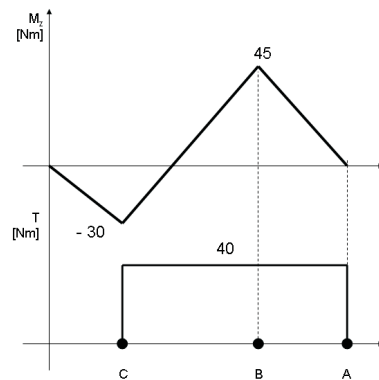


Figura 2.43: Diagrama para o exercício 4.

5. Uma árvore em aço 1050 laminado a frio ($\sigma_e = 579$ MPa e $\sigma_r = 689$ MPa) é usinado para obter a forma dada pela figura 2.44. É aplicado no ponto A um torque $T_A = 5,8$ Nm que é consumido no ponto C. O eixo é apoiado nos pontos B e D em mancais de rolamento e suporta uma carga transversal no ponto C dada por $F_{yC} = 1,8$ kN. Determine os diâmetros nos pontos A, B, C e D para um coeficiente de segurança igual a 2, observando que a árvore será montada da esquerda para a direita (conforme desenho). Desconsidere o efeito de concentração de tensão no ponto C devido ao furo e considere os valores: $l_1 = 45$ mm, $l_2 = 120$ mm e $l_3 = 85$ mm. Analise por Soderberg e por Goodman os resultados



Figura 2.44: Árvore para o exercício 5.

6. Deseja-se fazer a análise do eixo mostrado na figura 2.45, sabendo que é construído em alumínio 3003 ($\sigma_e = 186$ MPa e $\sigma_{ut} = 200$ MPa). Observe que existem dois mancais de rolamento inseridos nos pontos P_1 e P_2 , de forma que em cada um dos pontos há uma carga radial de 160 N. Considere o eixo engastado na sua posição mediana para resolver o problema. Utilize o método de Sines, adotando um $k_a = 0,85$, desconsiderando os efeitos de temperatura, concentração de tensões e de outras origens..

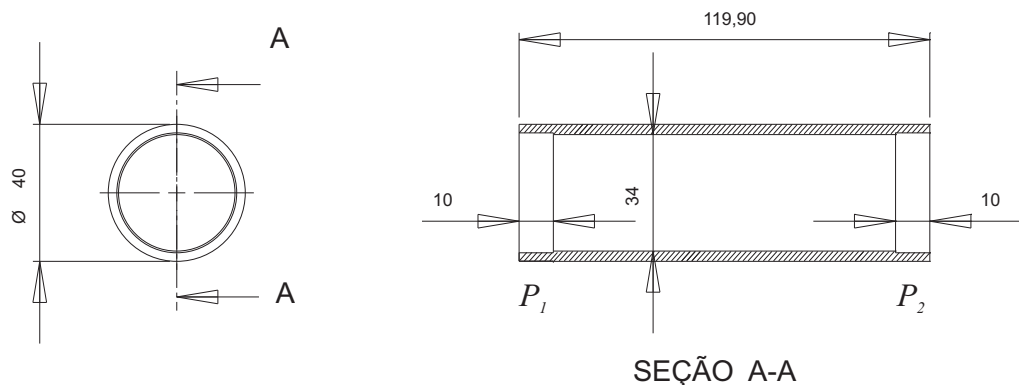


Figura 2.45: Eixo para o exercício 6.

7. Deseja-se definir o diâmetro do eixo no ponto **B** mostrado na figura 2.46. Sabe-se que deve ser feito de aço inox 304 ($\sigma_e = 1.103$ MPa e $\sigma_r = 1.276$ MPa $E = 189.6$ GPa) e que ocorre um carregamento transversal no ponto **A** (F_{ay}) que varia de 100 N a 220 N, ciclicamente. Utilize um coeficiente de segurança igual a 1,5 pelo método de Soderberg sabendo que o eixo é usinado a frio.

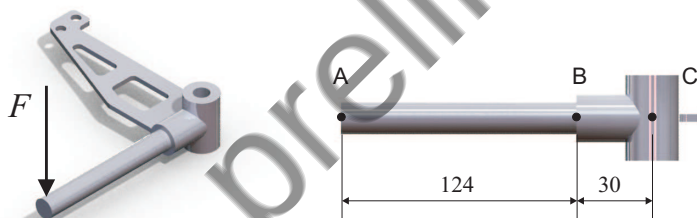


Figura 2.46: Eixo para o exercício 7.

8. Determine os diâmetros nos pontos **A**, **B**, **C** e **D** da árvore dada pela figura 2.47. Utilize um coeficiente de segurança de 2,5 admitindo que ele será suportado por mancais nos pontos **A** e **B**. O material a ser utilizado é aço 1020 laminado a frio (ver dados na tabela E.2, na página 391), sabendo também que a polia no ponto **D** recebe um torque de 0,8 kNm que é transmitido para a serra circular no ponto **C**. O diâmetro da serra é de 220 mm enquanto que da polia é de 135 mm. Considere que as foças de usinagem (atrito com o material) na serra e na polia são coplanares, admitindo que para esta, a força no lado de tração da correia é 9 vezes maior do que no lado sem tração. São também dados: $l_1 = 100$ mm, $l_2 = 190$ mm e $l_3 = 170$ mm.

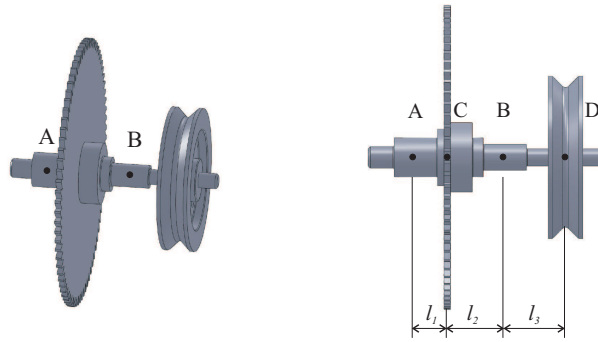


Figura 2.47: Árvore para o exercício 8.

9. Determine o diâmetro da árvore mostrada na figura 2.48 nos pontos **A**, **B**, **C** e **D**, dada que deve ser construído em aço ($\nu = 0,292$, $E = 207 \text{ GPa}$ e $\sigma_e = 345 \text{ MPa}$ e $\sigma_r = 621 \text{ MPa}$), sabendo que as forças tem magnitude de $F_1 = 420 \text{ N}$ e $F_2 = 120 \text{ N}$ no plano horizontal e $F_3 = 300 \text{ N}$ no plano vertical, para as medidas: $l_1 = 65 \text{ mm}$, $l_2 = 270 \text{ mm}$ e $l_3 = 140 \text{ mm}$. Utilize uma polia no ponto **C** com diâmetro de 340 mm e um rebole no ponto **D** de 120 mm. Utilize um coeficiente de segurança igual a 2, sabendo que a árvore está apoiada nos pontos **A** e **B**.

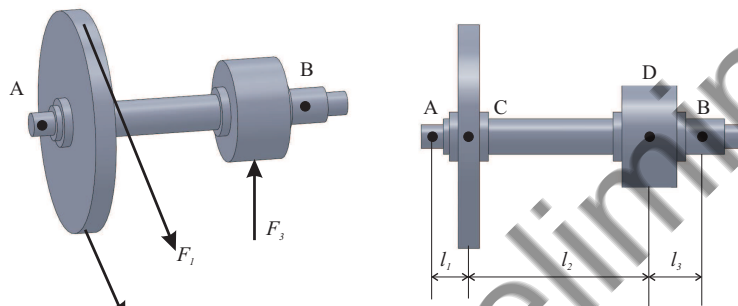


Figura 2.48: Árvore para o exercício 9.

10. Determine o diâmetro da árvore abaixo nos pontos **A**, **B**, **C** e **D**. Utilize o método de Soderberg e ASME com um coeficiente de segurança igual a 2. Deve-se observar que no ponto **C** há aplicação de um torque de 30 Nm, através de uma engrenagem com 300 mm de diâmetro e a força de engrenamento que provoca o movimento faz com o plano horizontal um ângulo de 20° . O eixo é apoiado em mancais nos pontos **A** e **B** e a polia no ponto **D** absorve todo o torque produzido no ponto **C**. O material a ser utilizado deve ser alumínio 5005 encruado (E.4 na página 393).

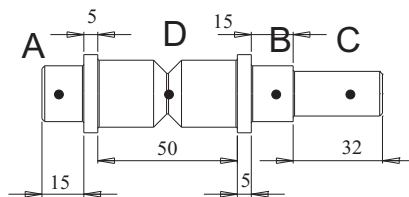


Figura 2.49: Árvore para o exercício 10.

11. A partir do eixo da figura 2.34 na página 63 determine o novo valor de diâmetro para o eixo no ponto **A** arbitrando que existe um escalonamento onde a relação entre o diâmetro

maior é menor é de 1,5 e que o raio é um décimo do menor diâmetro. Utilize as figuras I.2 e I.3 do anexo I para resolver o problema.

12. A árvore dada pela figura 2.50 deve ser analisada com relação ao seu dimensionamento. Sabe-se que o projeto foi realizado para um aço 1040 laminado a frio e que o acabamento é usinado em todo o seu comprimento. Os efeitos de confiabilidade e temperatura podem ser desprezados e deve-se considerar o efeito de concentração de tensão. Avalie o coeficiente de segurança nos pontos **A**, **B** e **C**, sabendo que o momento fletor é respectivamente 3 Nm, 33 Nm e 42 Nm. O torque no ponto C e B são iguais a 10 Nm enquanto no ponto A é de 7,5 Nm.

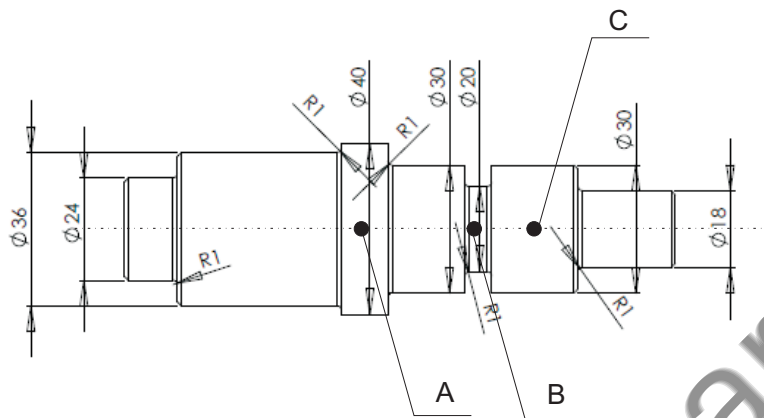


Figura 2.50: Árvore para o exercício 12.

Texto preliminar

Ligação cubo-eixo

A união entre eixos/árvores com os elementos rotativos, dispostos em suas superfícies se estabelece pelo que chamamos de acoplamento. Este acoplamento por sua vez, é estudado pela literatura sob o nome de ligações cubo/eixo, cujos principais requisitos são:

- a capacidade da união não deve ser menor do que a capacidade dos elementos a unir;
- a união não deve reduzir a resistência dos elementos mecânicos;
- a união deve ser precisa;
- a montagem/desmontagem deve ser a mais simples possível;
- devem ser intercambiáveis;
- devem evitar o desgaste das partes.

As ligações cubo/eixo podem ser realizadas por diferentes princípios, resultando em diferentes configurações construtivas, e dentre os princípios empregados, tem-se: ligações por atrito, por adesão e por forma. As por atrito, as mais comuns e mais enfocadas nesse curso, podem se dar por ajuste prensado entre os elementos ou utilizando elementos intermediários para promover o atrito, tais como anéis cônicos. O projeto de ligações cubo/eixo por ajuste prensado, por exemplo, considera, em linhas gerais, a determinação dos seguintes parâmetros, os quais se constituem em tópicos a serem estudados:

- pressões de contato entre os elementos (mínima e máxima);
- sobremedida necessária para promover o ajuste;
- efeitos da rugosidade e temperatura na ligação;
- tolerâncias e ajustes;

3.1 Princípios de ligação cubo/eixo e suas características gerais

Ligação por atrito

Nas ligações por atrito, conforme exemplo mostrado na figura 3.1 a carga se transmite entre os elementos sem a necessidade de alterar a forma da seção circular dos mesmos. Esta transmissão se dá pelas forças de atrito geradas nas superfícies conjugadas ou funcionais, e mesmo sendo uniões simples, principalmente quando comparadas com as por forma por exemplo (chavetas, pinos, solda, etc.), apresentam algumas dificuldades, como:

- dificuldade de controlar a pressão de contato durante a montagem;
- promove concentração de tensões;
- pode promover corrosão pela deterioração da superfície.

Klebanov, Barlan e Nystrom [31] advertem que as ligações por atrito são de baixa confiabilidade, em função especificamente da variabilidade do coeficiente de atrito e de que o mesmo diminui consideravelmente na presença de vibrações e flexões no eixo. Outra questão também a ser considerada é a não garantia do formato cilindro, que diminui consideravelmente a área útil de contato entre o cubo e o eixo. Em casos de elevada responsabilidade, deve-se utilizar uma chaveta ou estrias como forma de garantir a transmissão do movimento.

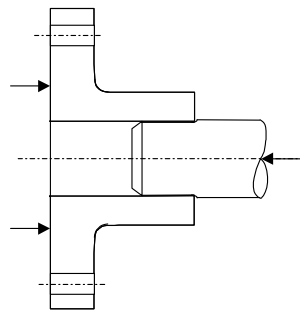


Figura 3.1: Exemplo de ligação por atrito obtida por ajuste prensado entre eixo e cubo.

Klebanov, Barlan e Nystrom [31] também comentam que além de serem extremamente simples de serem fabricadas, as ligações por atrito também garantem alta precisão de centragem do cubo em relação ao eixo/árvore.

As uniões por atrito também podem ser feitas por meio de elementos intermediários, dispostos entre o cubo e o eixo, conforme mostrado na figura 3.2. Esses elementos, na forma de anéis cônicos, são fabricados de aços especiais e submetidos a tratamento térmico.

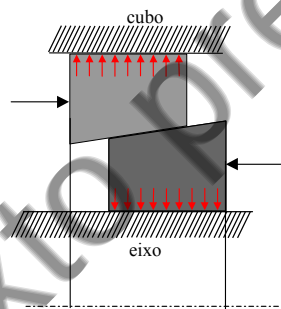


Figura 3.2: Ligação por atrito através de anéis cônicos.

Nas ligações com anéis cônicos, tem-se menor tendência à fadiga comparado com aquela da figura 3.1, além de possibilitar a montagem e desmontagem frequentes, pois apresenta maior simplicidade no posicionamento das partes a serem unidas. Como desvantagem, tem a necessidade de empregar peças especiais fabricadas com precisão juntamente com o consequente aumento do diâmetro do cubo para receber os anéis.

Ligações por forma

Nesta categoria inclui-se, por exemplo, as ligações por chaveta, como o exemplo mostrado na figura 3.3. Estas ligações estão entre aquelas mais simples e talvez as mais difundidas no projeto e construção de máquinas, seja pela facilidade de fabricação ou de projeto. A montagem e

desmontagem descomplicadas e o baixo custo, pois são geralmente feitas de material menos nobre, são as principais vantagens. Entretanto, tem como desvantagem a redução da capacidade de carga dos elementos devido a redução da seção resistente, aumento da concentração de tensões devido aos rasgos necessários e dificuldade de posicionar as peças com precisão.

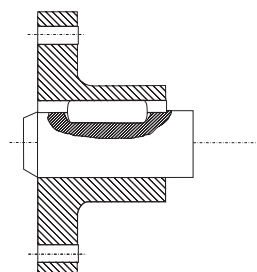


Figura 3.3: Exemplo de ligação por forma obtida com o uso de chavetas.

Também, nesta categoria incluem-se as ligações por eixos ranhurados, conforme mostrado na figura 3.4. Nesse caso a superfície de contato para a transmissão de forças é maior do que aquela com chavetas, o que possibilita melhor centragem dos elementos, além do aumento do torque transmitido. Como desvantagens poderão ocorrer tensões locais nos ângulos de entrada da ranhura, irregularidades na divisão da carga transmitida em cada dente e necessidade de ferramentas especiais para a fabricação. Esse tipo de ligação pode permitir o movimento axial relativo entre os elementos, como no caso de uma transmissão por roda dentada onde se deseja variar a relação de transmissão.



Figura 3.4: Exemplo de ligação por forma através de eixo ranhurado.

Uma das formas de uniões referenciada no início deste capítulo, a união por adesão, que se configuram por inclusão de cola ou solda entre os elementos não são tratados neste material.

Vamos agora estudar com maior detalhamento cada um destes casos, começando com o ajuste prensado cilíndrico.

3.2 Ligações por ajuste prensado cilíndrico - dimensionamento

Nesse tipo de ligação, conforme observado na figura 3.1, o cubo e o eixo são montados com interferência (figura 3.5), originando uma pressão na superfície de ajuste, pois o material é forçado a recuar da sua posição original, gerando uma força normal à interface.

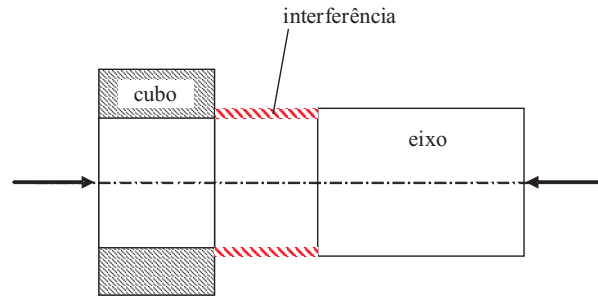


Figura 3.5: Interferência entre cubo e eixo no ajuste prensado.

As pressões originárias da montagem com interferência provocarão tensões no eixo e no cubo, podendo ocasionar falha dos elementos. Por outro lado, elas não podem ser suficientemente baixas de forma que não garanta a transmissão das forças, para que não haja o movimento relativo entre as peças. Assim, o problema de dimensionamento de ligações prensadas consiste em determinar dois valores básicos:

- a pressão máxima para evitar a falha dos elementos e
- a pressão mínima para garantir a transmissão dos esforços.

Determinação da pressão máxima em ligações por ajuste prensado

Considere uma ligação cubo/eixo, conforme mostrada na figura 3.6, na forma de dois cilindros concêntricos montados com interferência, considerando o eixo vazado.

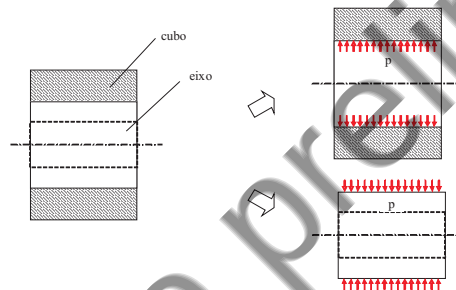


Figura 3.6: Interferência entre cubo e eixo no ajuste prensado.

Partiremos deste modelo para desenvolver o modelo matemático que segue.

Análise das tensões no eixo

O modelo ora apresentado é o proposto por Fédosiev [19], aplicado a cilindros de paredes grossas. Neste caso, admitiremos um cilindro com raio interno a e raio externo b , e que nele existe uma pressão interna p_a e uma externa p_b . Neste caso não será considerado o efeito de tensão axial, pois não é relevante ao problema estudado. Assim, passaremos a um problema clássico da mecânica chamado de *Problema de Lamé*.

Partiremos da definição dada pela figura 3.7. A tensão σ_r estará atuando na superfície $ADEG$ e será portanto chamada de tensão radial, por estar alinhada com a direção radial do modelo. Ao passar de uma posição com distância r do centro para uma posição $r + dr$ (ou seja, passando do raio interno para o raio externo), a tensão radial será incrementada, de tal forma que se valor será: $\sigma_r + d\sigma_r$.

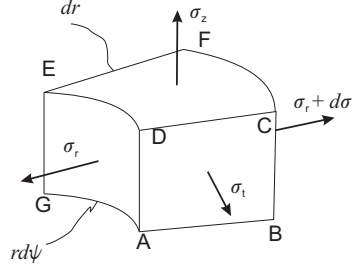


Figura 3.7: Modelo para cilindro com pressão interna. Fonte [19].

Aplicando as equações de equilíbrio teremos na direção radial:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\psi dz - \sigma_r r d\psi dz - \sigma_t dr dz d\psi = 0 \quad (3.1)$$

Para $d\psi$ o incremento na direção do ângulo, pensando sob a ótica de coordenadas cilíndricas. Da equação 3.1 teremos que:

$$\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} r - \sigma_t = 0 \quad (3.2)$$

que por sua vez, leva a:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_r r) - \sigma_t = 0 \quad (3.3)$$

Aplicando a lei de hooke generalizada para o problema de cilindros sob pressão, podemos chegar a uma solução para a equação 3.3, de tal forma que tenhamos:

$$\sigma_t + \sigma_r = 2C_1 \quad \sigma_t - \sigma_r = \frac{2C_2}{r^2} \quad (3.4)$$

Para C_1 e C_2 constantes arbitrárias.

No caso do cilindro inicialmente proposto nesta seção, partiremos das condições de contorno:

$$r = a \quad \sigma_r = -p_a \quad (3.5)$$

$$r = b \quad \sigma_r = -p_b \quad (3.6)$$

Assim, podemos ter os valores das constantes como:

$$C_1 = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} \quad C_2 = \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} (p_a - p_b) \quad (3.7)$$

Como resultado teremos as tensões em função das equações 3.4 podem ser dadas como:

$$\sigma_t^r = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} \mp \frac{a^2 b^2}{r^2} \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} \quad (3.8)$$

Por fim, admitindo um cilindro com apenas pressão externa ($p_a = 0$ e $p_b = p$), teremos a equação 3.8 reescrita como:

$$\sigma_t^r = \frac{p b^2}{b^2 - a^2} \left(1 \mp \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (3.9)$$

Podemos observar também que a distribuição de tensões segue o que é demonstrado pela figura 3.8, dado que o tubo conta com um raio interno a e um raio externo b .

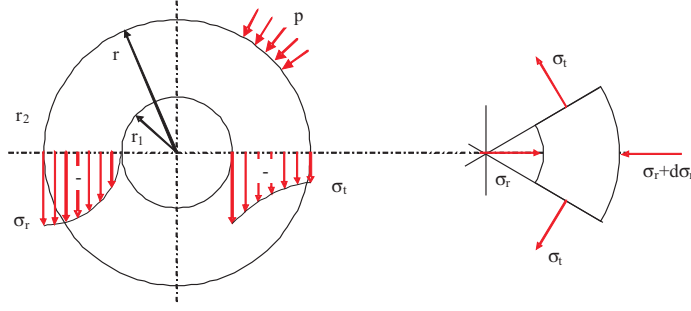


Figura 3.8: Estado de tensões em um tubo.

Na análise em questão,

- $a = r_1$
- $b = r$

Pela teoria da máxima tensão cisalhante:

$$\sigma_{eq} = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (3.10)$$

e

$$\sigma_{eq} = p \cdot \frac{2r^2}{r^2 - r_1^2} \quad (3.11)$$

Uma análise das tensões no eixo com relação as suas dimensões apresenta a distribuição mostrada na figura 3.9:

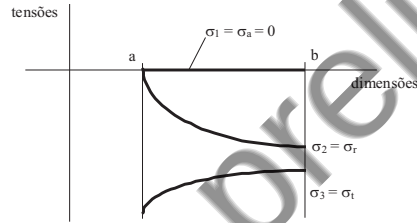


Figura 3.9: Distribuição das tensões.

Segundo o diagrama de tensões da figura 3.9,

$$\sigma_{eq} = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_1 - \sigma_3(r=a) \quad (3.12)$$

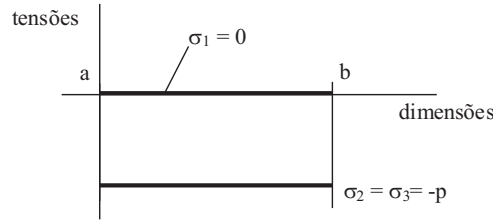
$$\sigma_{eq} = 0 - \left(-\frac{pb^2}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{a^2}{a^2} \right) \right) \quad (3.13)$$

$$\sigma_{eq} = \frac{2p \cdot b^2}{b^2 - a^2} \quad (3.14)$$

ou

$$\sigma_{eq} = p \cdot \frac{2r^2}{r^2 - r_1^2} \quad (3.15)$$

Para um eixo maciço, onde $a = 0$, tem-se a distribuição de tensões como mostrada na figura 3.10.

Figura 3.10: Distribuição das tensões para $a = 0$.

Assim,

$$\sigma_r = \sigma_t = -p \quad (3.16)$$

e

$$\sigma_{eq} = 0 - (-p) \quad (3.17)$$

$$\sigma_{eq} = p \quad (3.18)$$

Análise das tensões no cubo

Neste caso, aplicando a teoria de máxima tensão cisalhante, temos:

$$\sigma_{eq} = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_1 - \sigma_3(r=a) \quad (3.19)$$

$$\sigma_{eq} = \left(-\frac{p \cdot a^2}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right) \right) - (-p) \quad (3.20)$$

$$\sigma_{eq} = p \cdot \left[\left(\frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} \right) - \left(\frac{a^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right) \right] \quad (3.21)$$

e

$$\sigma_{eq} = p \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r^2} \quad (3.22)$$

como pode ser visto na figura 3.11

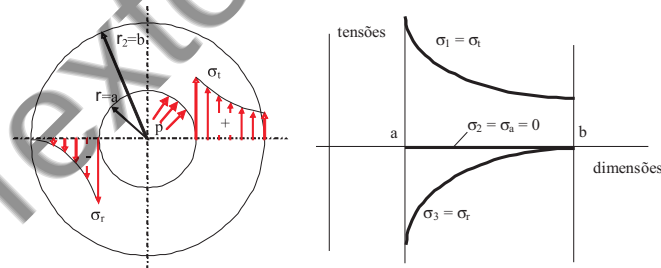


Figura 3.11: Distribuição das tensões no cubo.

Considerações de projeto

Considerando a possibilidade de montagens e desmontagens sem alterar as características das ligações projeta-se o ajuste para operar no regime elástico dos materiais, ou seja a máxima tensão devido a interferência deve ficar abaixo do limite de elasticidade considerado como teto $0,9 \cdot \sigma_e$.

Segundo Klebanov, Barlan e Nystrom [31] este valor alto é aceitável pois se há uma plastificação, a pressão na superfície decresce rapidamente (encruamento do material) e a deformação plástica cessa.

Assim,

(a) Para o eixo vazado:

$$\sigma_{eq} = p \cdot \frac{2r^2}{r^2 - r_1^2} \leq 0,9\sigma_e \quad (3.23)$$

ou

$$p_{max} = 0,45\sigma_e \cdot \frac{r^2 - r_1^2}{r^2} \quad (3.24)$$

(b) Para o eixo maciço:

$$\sigma_{eq} = p \leq 0,9\sigma_e \quad (3.25)$$

ou

$$p_{max} = 0,9\sigma_e \quad (3.26)$$

Para o cubo:

$$\sigma_{eq} = p \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r^2} \leq 0,9\sigma_e \quad (3.27)$$

ou

$$p_{max} = 0,45\sigma_e \cdot \frac{r_2^2 - r^2}{r_2^2} \quad (3.28)$$

Considerando os casos anteriores deve-se utilizar o menor dos valores de p_{max} , de forma que a peça mais fraca não escoe ao ser aplicado o ajuste prensado. Deve-se observar também que ao trabalhar com materiais de comportamento frágil, o valor de limite de escoamento (σ_e) deve ser substituído pelo limite de resistência a ruptura por tração do material (σ_r)

Exemplo de aplicação

Um eixo de aço 1020 laminado a quente, maciço com diâmetro de 20 mm deve ser montado por interferência em um cubo em alumínio 6060 e outro em Ferro Fundido Nodular. Calcule os valores de pressão máxima que pode ser projetado ambas as ligações de forma que não falhe. Admita que o diâmetro da alma (d_2) seja igual a 1,5 diâmetro nominal.

Resolução

Para o eixo maciço, dado que o aço 1020 conta com $\sigma_e = 207$ MPa (Tabela E.3 na página 392) temos o valor de pressão máxima dada aplicando a equação 3.26:

$$\begin{aligned} p_{max} &= 0,9 \times 207 \\ p_{max} &= 186,3 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Para o cubo de alumínio, da tabela E.4 na página 393 $\sigma_e = 105$ MPa e assim, no cubo a pressão máxima será dada pela equação 3.28:

$$p_{max} = 0,45 \times 105 \times \frac{15^2 - 10^2}{15^2}$$

$$p_{max} = 26,25 \text{ MPa}$$

Para o cubo de Ferro Fundido, a tensão limite não é mais a de escoamento, mas sim a de ruptura, dada por $\sigma_r = 550 \text{ MPa}$. Aplicando a equação 3.28, teremos:

$$p_{max} = 0,45 \times 550 \times \frac{15^2 - 10^2}{15^2}$$

$$p_{max} = 137,5 \text{ MPa}$$

Determinação da pressão mínima em ligações por ajuste pensado

Considere o caso geral de uma ligação entre cubo/eixo sujeita a um momento torçor (T) e uma força axial (Pa), conforme mostrado na figura 3.12. Deseja-se determinar qual o valor mínimo da pressão entre as superfícies funcionais para garantir a transmissão dos esforços.

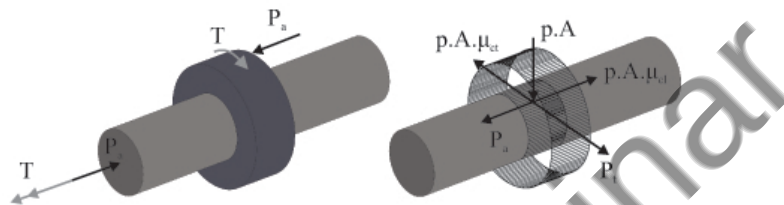


Figura 3.12: Forças no ajuste pensado.

onde: o produto $p.A$ é a força normal devido à pressão; P_t a força tangencial devido ao torque T ; $p.A.\mu_{el}$ a força de atrito que se opõe à Pa para que não haja escorregamento na direção axial e $p.A.\mu_{et}$ a força de atrito que se opõe à P_t para que não haja escorregamento na direção tangencial. Assim sendo, há de se considerar o equilíbrio destas forças para que se possa transmitir corretamente os esforços, sem que ocorram danos na interface.

Neste caso, a força tangencial P_t é dada por:

$$P_t = \frac{T}{d/2} \quad (3.29)$$

Sendo d o diâmetro da superfície de ajuste.

Direção axial

Para que não haja escorregamento na direção axial, dada a aplicação da carga Pa , a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$Pa \leq p.A.\mu_{el} \quad (3.30)$$

Como:

$$A = \pi.d.l \quad (3.31)$$

Substituindo a equação 3.31 na equação 3.30 e isolando a pressão p , temos:

$$p \geq \frac{Pa}{\pi.d.l.\mu_{el}} \quad (3.32)$$

Considerando um coeficiente de segurança contra escorregamento $n = 1,3 - 1,8$, podemos reescrever a equação 3.32, de forma que a pressão mínima (p_{min}) seja dada como:

$$p_{min} = \frac{n.P_a}{\pi.d.l.\mu_{el}} \quad (3.33)$$

Direção tangencial

Por outro lado, para que não haja escorregamento na direção tangencial, e que o torque T seja transmitido, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$P_t \leq p.A.\mu_{et} \quad (3.34)$$

Como a área é dada também pela equação 3.31 e a carga P_t dada pela equação 3.29, isolando a pressão p na equação 3.34, teremos:

$$p \geq \frac{2T}{\pi.d^2.l.\mu_{et}} \quad (3.35)$$

Utilizando um coeficiente de segurança como feito na equação 3.33, a equação 3.35 passa a ser reescrita como:

$$p_{min} = \frac{2T.n}{\pi.d^2.l.\mu_{et}} \quad (3.36)$$

Como visto no cálculo da pressão máxima, no caso da pressão mínima, quando houver transmissão das duas cargas, deve-se considerar o maior valor dos dois encontrados para p_{min} nas equações 3.33 e 3.36. Assim, garantimos que ambas essas serão transferidas do cubo para o eixo e vice versa.

Valores de coeficiente de atrito podem ser obtidos na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Coeficientes de atrito nas interfaces.

Material 1	Material 2	Coeficiente de atrito estático	
		seco	lubrificado
Aço	Aço	0,74	
Aço	Alumínio	0,61	
Aço	Bronze	0,35	0,19
Aço	Cobre	0,53	
Aço	FoFo	0,4	0,21
Aço	Latão	0,51	
Aço	Poliestireno	0,3-0,35	0,3-0,35
Aço	Teflon	0,04	0,04
Aço	Zinco	0,5	
Aço duro	Aço duro	0,78	0,11-0,23
Alumínio	Alumínio	1,05	0,3
Cobre	Cobre	0,55	
FoFo	FoFo	1,1	
Teflon	Teflon	0,04	0,04

Exemplo da determinação das pressões em ligações por ajuste pensado

Uma engrenagem de dentes retos (figura 3.13) é construída em duas partes: uma periférica de aço à base de Cromo Manganês com $\sigma_e = 700 \text{ N/mm}^2$ e um núcleo de Ferro Fundido com $\sigma_r = 200 \text{ N/mm}^2$. A parte externa é montada sobre o núcleo num ajuste por interferência com auxílio de uma prensa e a engrenagem é projetada para transmitir um momento torçor de 8.100 N.m. Determine as pressões máximas e mínimas necessárias para esta união, sabendo os demais dados necessários:

- $\mu_{et} = 0,07 - 0,12$ (coeficiente de atrito de escorregamento tangencial) e
- $n = 1,5$ (coeficiente de segurança contra o escorregamento, valor assumido)

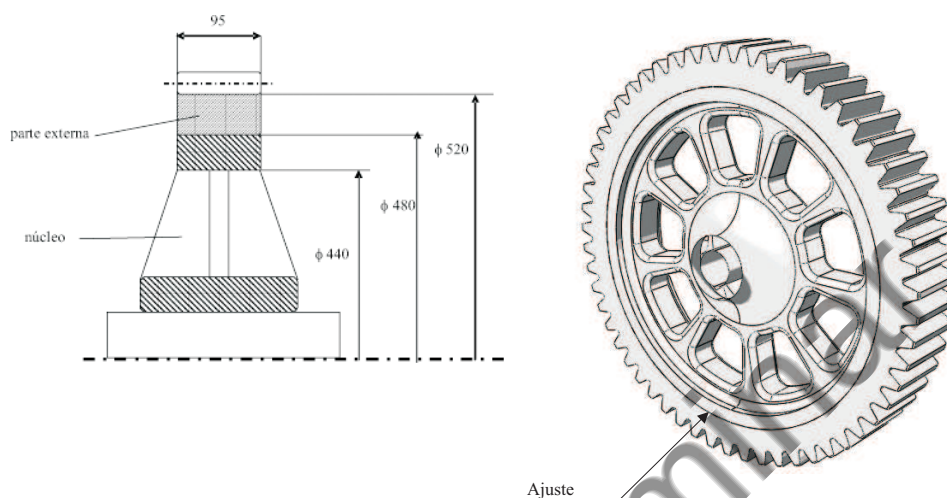


Figura 3.13: Exemplo.

Para solucionar este problema, vamos considerar dois pontos importantes:

- Modelo de análise de cilindros equivalentes concêntricos de mesma largura (aproximação dada pela figura 3.14);
- não se considera a força de inércia de giro.¹

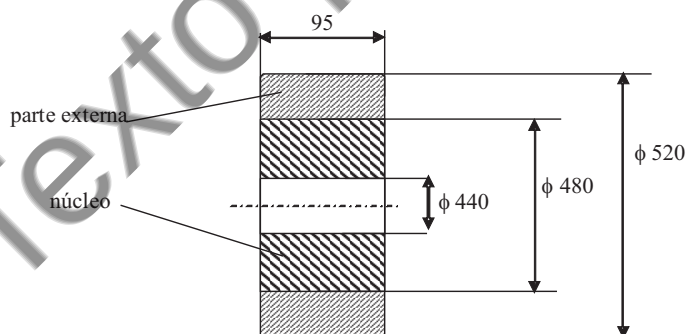


Figura 3.14: Modelo simplificado.

Determinação da pressão mínima para transmitir o torque: Imaginando a pior situação possível, ou seja, $\mu_{et} = 0,07$, podemos calcular a pressão mínima a partir da equação 3.36, que fornece:

¹A força de inércia de giro, vulgarmente chamada de centrífuga atua diretamente nas massas, sendo assim, ela aliviará a força de aperto, necessitando uma montagem com maior pressão mínima.

$$p_{min} = \frac{2 \cdot 8.100 \cdot 1,5}{\pi \cdot 0,48^2 \cdot 0,095 \cdot 0,07} \quad (3.37)$$

$$p_{min} = 5,048 \text{ MPa} \quad (3.38)$$

Determinação da pressão máxima na transmissão do torque: Neste caso precisamos avaliar a pressão máxima permitida tanto para o cubo quanto para o eixo, sendo assim, para o cubo (aço-liga), da equação 3.28:

$$p_{max} = 0,45 \cdot 700 \times 10^6 \cdot \frac{0,26^2 - 0,24^2}{0,26^2} \quad (3.39)$$

$$p_{max} = 50,31 \text{ MPa} \quad (3.40)$$

Da mesma forma, aplicando a equação 3.24 para o eixo (FoFo):

$$p_{max} = 0,45 \cdot 200 \times 10^6 \cdot \frac{0,24^2 - 0,22^2}{0,24^2} \quad (3.41)$$

$$p_{max} = 14,4 \text{ MPa} \quad (3.42)$$

Assim, considerando o menor valor calculado para a pressão máxima, os limites para este conjunto são:

$$p_{max} = 14,4 \text{ MPa} \quad p_{min} = 5,048 \text{ MPa} \quad (3.43)$$

Determinação da sobremedida efetiva

Seja uma peça externa (cubo) unida a um eixo, considerado como peça interna, conforme a figura 3.6 na página 66, o processo de compressão, gerado pelo afastamento da dimensão de fabricação de ambas as peças, produz uma pressão radial de união p , que dá lugar a uma força de atrito necessária para a transmissão das cargas. Nesse caso calcula-se a pressão de união segundo as leis da elasticidade da seguinte maneira:

$$p = \frac{\Delta d}{(K_1 + K_2) \cdot d} \quad (3.44)$$

Para p a pressão (considerada entre os valores de p_{min} e p_{max}); Δd a sobremedida do diâmetro; d o diâmetro das superfícies de ajuste, ou diâmetro nominal do ajuste; K_1 a constante elástica do eixo e K_2 a constante elástica do cubo.

As constantes elásticas são medidas a partir da dilatação ou compressão das peças ajustadas, dependendo do material, das dimensões e da rigidez destas. Estes parâmetros são obtidos com as seguintes expressões:

$$K_1 = \frac{(1 - \nu_1) + (1 + \nu_1) \cdot Q_1^2}{E_1 \cdot (1 - Q_1^2)} \quad (3.45)$$

Para ν_1 o coeficiente de Poisson do material do eixo; $Q_1 = d_1/d$ o parâmetro adimensional e E_1 o módulo de elasticidade do material do eixo.

Da mesma forma:

$$K_2 = \frac{(1 + \nu_2) + (1 - \nu_2) \cdot Q_2^2}{E_2 \cdot (1 - Q_2^2)} \quad (3.46)$$

Para ν_2 o coeficiente de Poisson do material do cubo; $Q_2 = d/d_2$ o parâmetro adimensional e E_2 o módulo de elasticidade do material do cubo.

Efeito da rugosidade superficial

A sobre medida Δd não é suficiente para promover o ajuste necessário entre os elementos, pois durante o ajuste prensado ocorre o amassamento das rugosidades superficiais dos elementos, conforme pode ser observado na figura 3.15, reduzindo a capacidade de transmissão dos esforços. Ocorre uma plastificação dos picos no perfil da rugosidade superficial do material, e perde-se, portanto, uma parte do valor da interferência, correspondente a Δd_r , o que se denomina **efeito da rugosidade superficial**. A experiência tem mostrado que o valor dessa redução encontra-se em torno de 60% da máxima rugosidade das peças [31].



Figura 3.15: Rugosidades e perda de sobremedida.

Portanto, a perda da sobremedida será:

$$\Delta d_r = 2(0,6.R_1 + 0,6.R_2) = 1,2(R_1 + R_2) \quad (3.47)$$

Dado que R_1 é a rugosidade do eixo e R_2 a rugosidade do cubo.

Esses valores são tabelados em função do processo de fabricação e devido as incertezas normalmente apresentam-se em uma faixa, como mostrado na tabela 3.2. Para dimensionar a sobremedida à favor da segurança, deve-se considerar os valores máximos das rugosidades dentro das faixas consideradas.

Tabela 3.2: Rugosidades máximas.

Processo de fabricação	Tipo	R(μm)
Retificação	Finíssima	0,15 - 1,5
	Muito fina	1,0 - 2,5
	Fina	2,5 - 6,0
	Grosseira	16 - 25
Em torno	Finíssimo (c/ diamante)	0,5 - 1,5
	Fino	1,5 - 5,0
	Normal	6 - 16
	Grosseiro	15 - 25
Fresagem	Acabamento	5 - 15
	Desbaste	15 - 25

Efeito da temperatura

Além da perda de interferência pelo amassamento das rugosidades, se as peças apresentam diferentes coeficientes de dilatação térmica ou trabalham com temperaturas diferentes, haverá perda de interferência devido ao efeito da temperatura. Essa perda é definida pelo parâmetro Δd_t , conforme determinado a seguir.

O aumento da temperatura causa o efeito de dilatação nos materiais, e no caso específico de um ajuste prensado, se a peça externa se dilata mais do que a peça interna, tem-se uma redução na capacidade de transmissão dos esforços, pois haverá um relaxamento na pressão entre as duas partes. A perda de interferência pelo efeito da temperatura pode ser calculada por:

$$\Delta d_t = \Delta T_2 \cdot \beta_2 \cdot d - \Delta T_1 \cdot \beta_1 \cdot d \quad (3.48)$$

$$\Delta d_t = d (\Delta T_2 \cdot \beta_2 - \Delta T_1 \cdot \beta_1) \quad (3.49)$$

Para β_1 o coeficiente de dilatação térmica linear do eixo, β_2 o coeficiente de dilatação térmica linear do cubo; ΔT_1 e ΔT_2 as diferença de temperatura das peças no funcionamento para a temperatura de montagem, respectivamente dados como: $\Delta T_1 = T_1 - T_0$ e $\Delta T_2 = T_2 - T_0$ (eixo e cubo), para T_0 a temperatura de montagem.

Os valores de β , coeficiente de Poisson (ν) e o Módulo de Elasticidade (E) de alguns materiais podem ser obtidos pela tabela 3.3. Interessante observar que o coeficiente de dilatação térmica tem valores diferentes no resfriamento e no aquecimento.

Tabela 3.3: Coeficientes de dilatação térmica e outras propriedades de materiais.

Material	Módulo de Elasticidade (GPa)	ν	β Aquec. (1/°C) $\times 10^{-6}$	β Resf. (1/°C) $\times 10^{-6}$
Aço carbono	207	0,292	11	8,5
Aço Inox	180	0,305	11	8,5
Aço Níquel	207	0,291	11	8,5
Alumínio	71	0,334	23	18
Bronze	111	0,349	17	15
Cobre	119	0,326	16	14
FoFo cinzento	100	0,211	10	8
Latão	106	0,324	18	16
Magnésio	44,8	0,350	26	21

3.3 Interferência de montagem

Considerando os efeitos da rugosidade e da temperatura comentados anteriormente na sobremedida necessária para promover o ajuste das peças, a interferência de montagem será dada por:

$$I = \Delta d + \Delta d_r + \Delta d_t \quad (3.50)$$

Para I a interferência de montagem; Δd a sobremedida, Δd_r a sobremedida adicional para compensar o efeito da rugosidade; e Δd_t a sobremedida adicional correspondente ao efeito da temperatura.

Um observação importante é que durante a montagem, Δd_t ainda não ocorreu e pode, portanto, no funcionamento, fazer com que a pressão máxima seja ultrapassada em seu limite.

Tolerância de ajuste

A interferência que deve ser determinada para configurar uma ligação cubo/eixo por ajuste prensado depende das pressões máxima e mínima, correspondentes ao limite de resistência dos materiais e a capacidade de transmissão dos esforços, respectivamente. Dessa maneira, pode-se estabelecer dois valores de interferência, I_{max} e I_{min} .

Dado que:

$$I_{max} = \Delta d_{max} + \Delta d_r + \Delta d_t \quad (3.51)$$

$$I_{min} = \Delta d_{min} + \Delta d_r + \Delta d_t \quad (3.52)$$

Vale observar que Δd_{max} será função do valor de p_{max} e que Δd_{min} de p_{min} .

Os valores de interferência fornecidos pelas equações 3.51 e 3.52, podem ser observados na figura 3.16, considerando os campos de tolerância do eixo e do cubo.

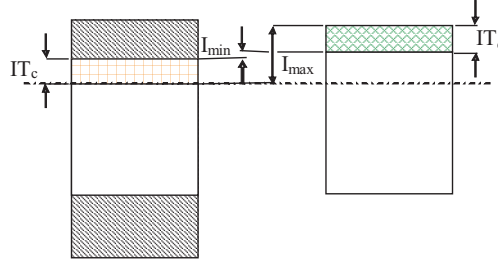


Figura 3.16: Interferências.

Vale comentar que o termo IT, vem de: *ISO Tolerance*, ou seja, é o campo de tolerância de dada medida nominal expressa pela qualidade de fabricação especificada no projeto. Assim, baseado nas interferências máxima e mínima, podemos calcular a tolerância de ajuste, dada por:

$$T_{aj} = I_{max} - I_{min} \quad (3.53)$$

Considerando os campos de tolerância do eixo e do cubo, a tolerância de ajuste da equação 3.53 pode ser reescrita como:

$$T_{aj} = IT_e + IT_c \quad (3.54)$$

Dado que:

$$IT_e = a_s - a_i \quad IT_c = A_s - A_i \quad (3.55)$$

Conforme mostrado na figura 3.17.

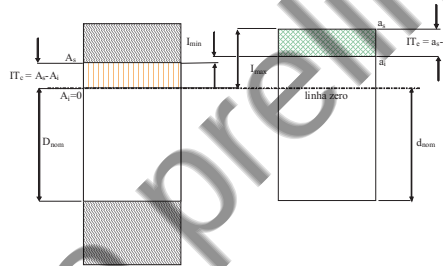


Figura 3.17: Definição das interferências.

De acordo com a figura 3.17, podemos dizer que a interferência máxima será dada da diferença entre o maior eixo com o menor cubo, ou seja:

$$I_{max} = d_{nom} + a_s - (D_{nom} + A_i) \quad (3.56)$$

$$I_{min} = a_s - A_i \quad (3.57)$$

Admitindo d_{nom} o diâmetro nominal do eixo e D_{nom} o diâmetro nominal do cubo. Da mesma forma, a interferência mínima será dada entre o menor eixo e o maior cubo:

$$I_{min} = d_{nom} + a_i - (D_{nom} + A_s) \quad (3.58)$$

$$I_{min} = a_i - A_s \quad (3.59)$$

Assim, podemos reescrever a equação 3.53, usando as equações 3.57 e 3.59, que fornece:

$$T_{aj} = I_{max} - I_{min} = (a_s - A_i) - (a_i - A_s) \quad (3.60)$$

$$T_{aj} = (a_s - a_i) + (A_s - A_i) \quad (3.61)$$

Igualando as equações 3.61 e 3.54 temos que:

$$a_s = a_i + IT_e \quad (3.62)$$

e,

$$a_i = A_s + I_{min} \quad (3.63)$$

Na prática costuma-se considerar que:

$$IT_c = (0,5 \sim 0,6)T_{aj} \quad (3.64)$$

A ANSI (*American National Standards Institute*) tem uma norma própria(B4.1) para definição das tolerâncias, que são divididas em 5 grupos chamados de Ajuste de força (Force Fit - FN)[34]. São eles:

- **FN1** (*light drive fit*): indicado para baixas pressões, especificamente para materiais de comportamento frágil, ou quando pouca força é transmitida pela união
- **FN2** (*medium drive fit*): é o modelo de uso geral quando se utiliza aços com seções transversais moderadas.
- **FN3** (*heavy drive fit*): usado para peças de aço pesadas.
- **FN4** (*force fit*): usado para montagens de ala resistência com elevadas pressões.
- **FN5** (*force fit*): similar ao **FN4** para pressões ainda maiores.

Modos de falha considerando o efeito da temperatura

Uma vez que a interferência é função do efeito da temperatura deve-se analisar os possíveis modos de falha, quando se tem diferentes condições para os coeficientes de dilatação térmica dos materiais do eixo e do cubo. Existem nesta forma duas situações possíveis que são:

CASO 1: O coeficiente de dilatação térmica do cubo é maior do que o coeficiente de dilatação térmica do eixo, ou seja, $\beta_2 > \beta_1$, onde o cubo dilata mais do que o eixo.

Como $\beta_2 > \beta_1$, o valor de Δd_t será positivo, pois $\Delta d_t = d \cdot (\Delta t_2 \cdot \beta_2 - \Delta t_1 \cdot \beta_1)$, e os modos de falha para este caso são:

- Se considerarmos o valor de Δd_t na determinação da interferência máxima, ou seja: $I_{max} = \Delta d_{max} + \Delta d_r + \Delta d_t$, para a montagem, poderá ocorrer falha pela ultrapassagem do limite da pressão máxima admissível. Logo, nessa condição, o valor de Δd_t positivo não deve ser introduzido no cálculo de I_{max} . Assim:

$$I_{max} = \Delta d_{max} + \Delta d_r \quad (3.65)$$

- Por outro lado, se desconsiderarmos o valor de Δd_t na determinação da interferência mínima, ou seja, $I_{min} = \Delta d_{min} + \Delta d_r$, quando a ligação estiver operando e a temperatura se elevar, poderá ocorrer falha pela folga gerada, já que o cubo dilata mais do que o eixo. Logo, nessa condição, o valor de Δd_t positivo deve ser introduzido no cálculo de I_{min} . Assim:

$$I_{min} = \Delta d_{min} + \Delta d_r + \Delta d_t \quad (3.66)$$

CASO 2: O coeficiente de dilatação térmica do eixo é maior do que o coeficiente de dilatação térmica do cubo, ou seja, $\beta_1 > \beta_2$, onde o eixo dilata mais do que o cubo.

Como $\beta_1 > \beta_2$, o valor de Δd_t será negativo, pois $\Delta d_t = d \cdot (\Delta t_2 \cdot \beta_2 - \Delta t_1 \cdot \beta_1)$, e os modos de falha para este caso são:

- Se considerarmos o valor de Δd_t , negativo, na determinação da interferência mínima, ou seja, $I_{min} = \Delta d_{min} + \Delta d_r - \Delta d_t$, para a montagem, teremos uma redução da interferência e quando a ligação estiver em funcionamento poderá ocorrer falha pelo deslizamento entre as peças. Logo, nessa condição, o valor de Δd_t negativo não deve ser introduzido no cálculo de I_{min} . Assim:

$$I_{min} = \Delta d_{min} + \Delta d_r \quad (3.67)$$

- Se não considerarmos o valor de Δd_t , negativo, na determinação da interferência máxima para a montagem, ou seja, $I_{max} = \Delta d_{max} + \Delta d_r$, poderemos ter falha nas peças, quando em operação, ultrapassar o limite de pressão máxima permitida para o conjunto. Logo, nessa condição, o valor de Δd_t negativo deve ser considerado na determinação de I_{max} . Assim:

$$I_{max} = \Delta d_{max} + \Delta d_r + \Delta d_t \quad (3.68)$$

Revisão de tolerâncias e ajuste

Como não é possível executar uma série de peças com a mesma dimensão, ou seja, rigorosamente em conformidade com o diâmetro nominal especificado, é necessário aceitar todas aquelas cujas dimensões estão dentro de certos limites, definidos por limite superior e limite inferior. Assim, de cada lote fabricado, são aceitáveis variações dimensionais entre estes dois limites, cuja diferença se chama de campo de variação da medida ou Tolerância.

Imagine que uma série de eixos deve ter o diâmetro de 40 mm mas, em vista da impossibilidade de se obter tal medida rigorosamente certa, resolveu-se estabelecer duas medidas extremas, isto é, uma máxima de $40 + 0,012 = 40,012$ e uma mínima de $40 - 0,005 = 39,995$. A tolerância neste caso é $40,012 - 39,995 = 0,017 \text{ mm} = 17 \mu\text{m}$.

As normas ABNT - TB 35 e NB 86 abordam a terminologia e a normalização dos sistemas de tolerância e ajustes.

Campo de tolerância

Toda dimensão de um elemento tem uma medida de referência, denominada dimensão nominal, dada pelo dimensionamento na fase de projeto, como o diâmetro de um eixo por exemplo, calculado a partir de requerimentos de rigidez e resistência mecânica. Todavia, em função do que foi descrito na seção anterior, existem um valor máximo aceitável e um valor mínimo aceitável, chamados de **afastamento superior** e **afastamento inferior**. Denomina-se **campo de tolerância** o conjunto de valores compreendidos entre os afastamentos superior e inferior, definidos como segue na figura 3.18 para furo e 3.19 para eixo:

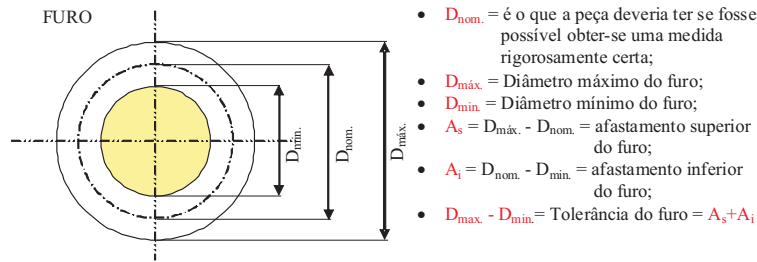


Figura 3.18: Tolerâncias para furos.

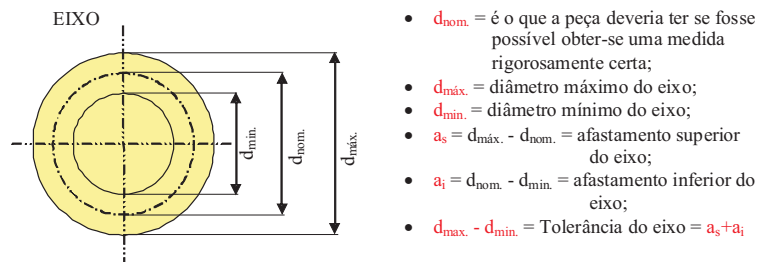


Figura 3.19: Tolerâncias para eixos.

Os campos de tolerância não são os mesmos para dimensões nominais grandes e pequenas. De fato, para se obter o mesmo efeito de ajuste para um eixo de 10 mm e um de 250 mm, o campo de tolerância do primeiro é bem menor que o do segundo. Para definir a ordem de grandeza destes campos de tolerância em função da dimensão nominal, utiliza-se a unidade de tolerância, que é o “...valor numérico calculado em relação às médias geométricas das dimensões limites de cada grupo, segundo a fórmula fundamental que serve de base ao desenvolvimento do sistema de tolerâncias e fixa a ordem de grandeza dos afastamentos”.

$$i = 0,45 \cdot \sqrt[3]{D} + 0,001 \cdot D \quad (3.69)$$

onde, i é a unidade de tolerância (μm) e D a média geométrica dos dois valores extremos de cada grupo de dimensões (mm).

Quanto menor for o campo de tolerância determinado pela unidade de tolerância melhor será a qualidade do trabalho e maior o custo de fabricação. A norma brasileira prevê 18 qualidades de trabalho, designadas por: IT01, IT0, IT1, IT2,.....IT16 (IT = série ISO de tolerâncias, I de ISO e T de *Tolerance*).

Em linhas gerais, utiliza-se as tolerâncias IT01 a IT4 para mecânica extra-precisa para furos, ao passo que para eixos o comum é entre IT01 a IT3. Já para valores superiores a IT12, o acabamento é grosseiro tanto para furos quanto para eixos.

Os campos de tolerâncias entre IT6 e IT16 são calculados em função da unidade de tolerância conforme as relações dadas pela tabela 3.4. As demais possuem relações particulares:

Tabela 3.4: Campos de tolerância.

IT	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Tolerância	10i	16i	25i	40i	64i	100i	160i	250i	400i	640i	1000i

Os grupos de diâmetros por sua vez podem ser dados como na tabela 3.5:

Tabela 3.5: Grupos de diâmetros.

de	a (inc.)	de	a (inc.)
3	6	180	200
6	10	200	225
10	18	225	250
18	30	250	280
30	50	280	315
50	80	315	355
80	120	355	400
120	140	400	450
140	180	450	500

3.4 Exemplo de aplicação

Determinar o campo de tolerância que corresponde a um diâmetro nominal de 60 mm com qualidade 7.

A IT7 corresponde a 16*i* e o diâmetro de 60 corresponde ao grupo 50-80. Dessa forma:

$$D = \sqrt{50 \times 80} = 63,2$$

$$i = 0,45 \cdot \sqrt[3]{63,2} + 0,0001 \times 63,2$$

$$i = 1,86$$

Posição das zonas toleradas

A posição das zonas toleradas com relação a linha zero são designadas por letras: minúsculas para eixos e maiúsculas para furos, e a amplitude da tolerância fundamental correspondente é indicada por números que caracterizam a qualidade (1 a 16, por exemplo)

Para eixos: a b c cd d e ef f fg g h j k m n p r s t u v x y z za zb zc;

Para FUROS: A B C CD D E EF F FG G H J K M N P R S T U V X Y Z ZA ZB ZC

A indicação de um campo de tolerância será feita anexando-se à dimensão nominal um símbolo que indica a posição do campo (H, por exemplo) e o número que indica a qualidade (7, por exemplo). Assim, 50 H7 (furo) e 50h7 (eixo)

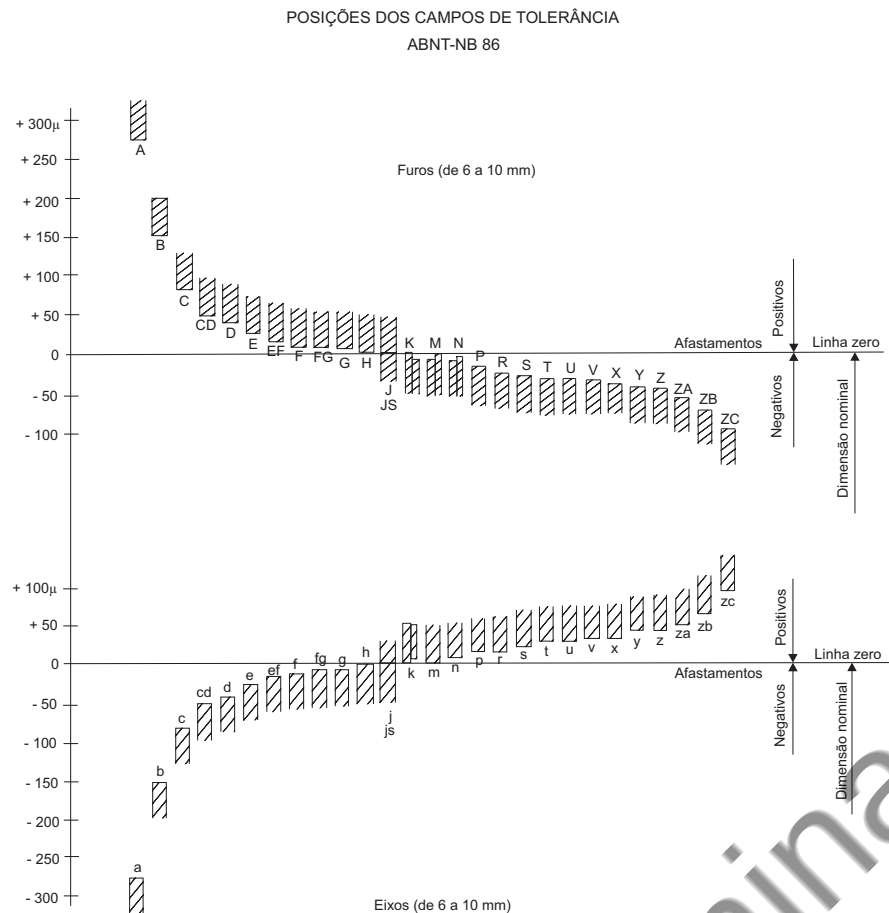


Figura 3.20: Demonstração das tolerâncias.

Sistemas de ajuste

Os sistemas de ajuste são normas já estabelecidas, baseadas principalmente na intercambialidade das peças e podem ser de dois tipos, o sistema **furo-base** e o sistema **eixo base**, como será mostrado a seguir.

Sistema furo base

Neste caso, a linha zero é o limite inferior da tolerância do furo ($A_i = 0$), ou seja, não existe furo com dimensão menor que a nominal (figura 3.21).

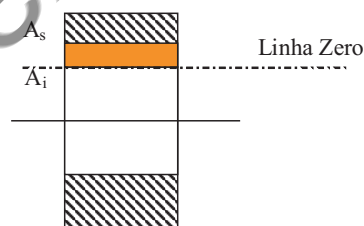


Figura 3.21: Sistema furo-base.

Os furos H, nesse sistema são o furo-base, definindo-se o afastamento dos eixos em função do tipo de ajuste desejado ou seja, os ajustes são conseguidos pela variação das dimensões do eixo. Exemplos podem ser observados na figura 3.22.

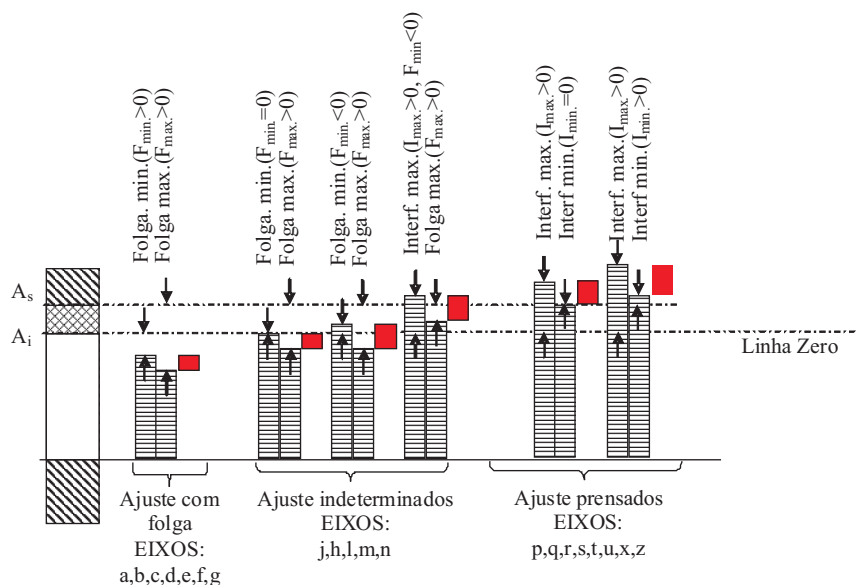


Figura 3.22: Exemplos de ajustes furo-base.

Sistema eixo base

Neste caso, a linha zero é no limite superior da tolerância do eixo ($a_s = 0$), não havendo portanto eixo com diâmetro maior do que o nominal, como mostrado na figura 3.23.

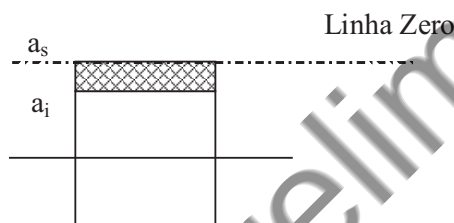


Figura 3.23: Sistema eixo base.

Esses ajustes são conseguidos com a variação das medidas dos furos. Em função do processo de fabricação, este tipo de ajuste é mais complexo de se obter, e assim, usualmente se utiliza o sistema furo base.

3.5 Ajustes prensados - obtenção

Os ajustes prensados são todos aqueles nos quais os diâmetros dos eixos são sempre maiores que os diâmetros dos furos, independente dos afastamentos utilizados, não havendo qualquer possibilidade de folga. Por esse motivo necessita-se sempre de um esforço externo mais ou menos intenso para sua efetivação. Dentro de uma classificação mais genérica, incluem-se como “forçados” os ajustes conseguidos sem auxílio de equipamentos especiais e “prensados” os que realmente necessitam de equipamentos para sua efetivação. Os ajustes podem ser obtidos por:

- por prensagem de uma peça contra a outra;
- por aquecimento da peça externa acima da temperatura ambiente;
- por esfriamento da peça interior abaixo da temperatura ambiente;
- por injeção de óleo na interface.

Decker [11] recomenda que a peça interna seja chanfrada entre 2 a 5 mm, a 5° de forma a facilitar a montagem.

Ajuste por prensagem ou martelamento

Consiste no processo mais simples onde as peças são unidas por força mecânica e a frio, atritando uma contra a outra. Recomenda-se uma velocidade de prensagem inferior a 2 mm/s, uma vez que de acordo com levantamentos experimentais, velocidades maiores podem reduzir o coeficiente de atrito em até 25%. Dobrovolski [12] recomenda o uso de chanfros, conforme indicados na figura 3.24, para facilitar a centragem das peças.

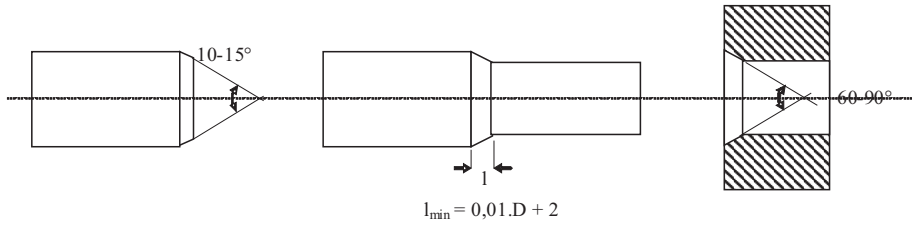


Figura 3.24: Montagem de ajuste prensado por martelamento.

Quando as montagens e desmontagens são frequentes, pode-se ter uma redução de até 25 % na capacidade de aderência com o tempo. Isto se deve principalmente pelo fato de que o atrito entre o cubo e o eixo fazem com que o material mais duro deforme o material mais mole, diminuindo consideravelmente a sua rugosidade superficial. Outro fato que pode acontecer é a riscagem da superfície mais mole, diminuindo a área útil de contato entre as duas superfícies. Neste caso, pelo fato da deformação a frio, a força de atrito entre as peças atinge sua capacidade máxima após algum tempo de montagem (recomenda-se esperar dois dias para a operação).

A força de montagem P_m é função do coeficiente de atrito de montagem μ_m e é dada por:

$$P_m = p \cdot A \cdot \mu_m \quad (3.70)$$

Neste caso, deve-se adotar $p = p_{max}$, para evitar dificuldade na montagem das peças. Vale observar que o coeficiente de atrito de montagem é tabelado para algumas situações.

Ajuste prensado por aquecimento/esfriamento

Neste caso podem ocorrer três situações diferentes, o esfriamento da peça interna, contraindo-a de forma que se possa efetuar a montagem, ou aquecendo a peça externa, de forma a aumentar o seu diâmetro interno, ou ainda a execução de ambos. Vamos analisar os dois primeiros casos, visto que o terceiro é um caso particular.

A) Aquecimento da peça externa (cubo):

A peça externa, cubo, é aquecida até uma temperatura suficiente para permitir uma fácil montagem. O aquecimento pode ser obtido por chama, banho de óleo, em fornos elétricos, ou em chapas. O por chama, embora prático, deve ser evitado, pois provoca a formação de óxidos na superfície aumentando o coeficiente de atrito e dificultando a desmontagem. Em banho de óleo considera-se uma temperatura na faixa de 350°C. Deve-se observar o uso de cubos não temperados, pois aquecimentos exagerados podem destruí-los.

A temperatura de aquecimento pode ser calculada pela seguinte relação:

$$t_2 = \frac{I_{max} + \delta}{d \cdot \beta_2} + t_0 \quad (3.71)$$

Para I_{max} = Interferência máxima, d o diâmetro nominal; t_0 a temperatura de montagem (ambiente), β_2 o coeficiente de dilatação térmica do cubo e δ a folga adicional correspondente à folga mínima de um ajuste do tipo H/f (ajuste com folga - ver figura 3.22). Este ajuste seria o ajuste de montagem.

B) Esfriamento da peça interna (eixo):

O resfriamento pode ser obtido com imersão da peça em gelo seco (dióxido de carbono sólido - CO_2 ($t = -72^\circ\text{C}$) ou em gás líquido ($t = -180^\circ\text{C}$).

A temperatura de resfriamento pode ser calculada pela seguinte relação:

$$t_1 = t_0 - \frac{I_{max} + \delta}{d \cdot \beta_1} \quad (3.72)$$

Para I_{max} a interferência máxima; D o diâmetro nominal; t_0 a temperatura de montagem (ambiente) β_1 o coeficiente de dilatação térmica do eixo, δ a folga adicional correspondente à folga mínima de um ajuste do tipo H/f (ajuste com folga, como visto na figura 3.22).

3.6 Exemplo de aplicação

Suponha-se que o eixo de saída de um redutor de elevação de uma ponte rolante siderúrgica deva ser acoplado, com interferência, a uma dada engrenagem. O momento torçor a ser transmitido é de 295,3 Nm. Os demais dados são:

- diâmetro do acoplamento - $D = 90$ mm;
- diâmetro do cubo da engrenagem - $D_e = 150$ mm;
- largura da engrenagem - $b = 150$ mm;
- material da engrenagem (SAE 1030):
 - $\sigma_e = 270$ MPa;
 - $E_e = 206,8$ GPa;
 - $\nu_e = 0,28$;
 - $R_2 = 16 \mu m$;
- material do eixo (SAE 1050):
 - $\sigma_e = 372$ MPa;
 - $E_e = 206,8$ GPa;
 - $\nu_e = 0,28$;
 - $R_1 = 10 \mu m$;
- A prensagem deverá ser feita com uma prensa de 35 ton. (verificar)

Cálculo da p_{min} para transmitir o momento

Dado que o torque transmitido é de 295,3 Nm, o coeficiente de segurança de 1,5 (dentro do limite 1,3 - 1,8), diâmetro nominal de 90 mm e comprimento do cubo de 150 mm. Vamos admitir também que o coeficiente de atrito entre o cubo e o eixo é de 0,05 (limite inferior do tabelado).

Assim, da equação 3.36 a pressão mínima passa a ser dada como:

$$p_{min} = \frac{2 \cdot 295,3 \times 10^3 \cdot 1,5}{\pi \cdot 90^2 \cdot 150 \cdot 0,05} \quad (3.73)$$

$$p_{min} = 4,64 \text{ MPa} \quad (3.74)$$

Cálculo da p_{max} admissível para os materiais

Cubo

Da equação 3.28, para os valores dados do material da engrenagem:

$$p_{max} = 0,45 \cdot 270 \cdot \frac{0,075^2 - 0,045^2}{0,075^2} \quad (3.75)$$

$$p_{max} = 77,76 \text{ MPa} \quad (3.76)$$

Eixo

Da equação 3.26, dado se tratar de um eixo maciço, a pressão máxima será:

$$p_{max} = 0,9 \cdot 372 \quad (3.77)$$

$$p_{max} = 335,5 \text{ MPa} \quad (3.78)$$

Portanto a pressão máxima para o conjunto ora proposto entre os valores calculados (eq. 3.76) e (eq. 3.78), será de 77,76 MPa.

Determinação da sobremedida

Da equação 3.44, isolando o valor de Δd podemos calcular a sobremedida como:

$$\Delta d = p \cdot (K_1 + K_2) \cdot d \quad (3.79)$$

Antes porem devemos calcular o valor de rigidez do eixo, dado a partir da equação 3.45, que neste caso, por ser maciço ($Q_1 = d_1/d = 0$), fornece:

$$K_1 = \frac{(1 - 0,28) + 0}{206,8 \times 10^3 \cdot (1 - 0)}$$

$$K_1 = 3,48 \times 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N} \quad (3.80)$$

Para o cubo, utilizando a equação 3.46, dado que $Q_2 = d/d_2 = 90/150 = 0,6$, teremos:

$$K_2 = \frac{(1 + 0,28) + (1 - 0,28) \cdot 0,6^2}{206,8 \times 10^3 \cdot (1 - 0,6^2)}$$

$$K_2 = 1,2 \times 10^{-5} \text{ mm}^2/\text{N} \quad (3.81)$$

Colocando agora o valor da pressão máxima (eq. 3.76), da pressão mínima da rigidez do eixo (eq. 3.80) e da rigidez do cubo (eq. 3.81) na equação 3.79, temos:

$$\Delta d_{max} = p_{max} \cdot (K_1 + K_2) \cdot d \quad \Delta d_{min} = p_{min} \cdot (K_1 + K_2) \cdot d$$

$$\Delta d_{max} = 77,76 \cdot (3,48 \times 10^{-6} + 1,2 \times 10^{-5}) \cdot 90 \quad \Delta d_{min} = 4,64 \cdot (3,48 \times 10^{-6} + 1,2 \times 10^{-5}) \cdot 90$$

$$\Delta d_{max} = 106 \mu m \quad \Delta d_{min} = 6,3 \mu m$$

Efeito da rugosidade superficial

Da equação 3.47, podemos calcular a diferença na sobremedida em função da rugosidade de ambos os materiais. assim:

$$\begin{aligned}\Delta d_r &= 1,2 \cdot (10 + 16) \\ \Delta d_r &= 31,2 \mu m\end{aligned}\quad (3.82)$$

Determinação das interferências

Como nada foi dito em sobre a temperatura, este fator será desconsiderado, assim a interferência máxima será calculada pela fórmula 3.51:

$$\begin{aligned}I_{max} &= 106 + 31,2 + 0 \\ I_{max} &= 137,2 \mu m\end{aligned}$$

Da mesma forma, pela equação 3.52, podemos calcular a interferência mínima como:

$$\begin{aligned}I_{min} &= 6,3 + 31,2 + 0 \\ I_{min} &= 37,5 \mu m\end{aligned}$$

Tolerância de ajuste

Da equação 3.53 podemos calcular a tolerância de ajuste como:

$$\begin{aligned}T_{aj} &= I_{max} - I_{min} \\ T_{aj} &= 137,2 - 37,5 \\ T_{aj} &= 99,7 \mu m\end{aligned}$$

Precisamos agora normalizar este ajuste de forma que parte dele fique no eixo e parte no cubo.

Normalização do ajuste

A tolerância do ajuste para a ligação proposta é: $99,7 \mu m$, que deverá ser dividida entre o furo e o eixo sob a seguinte recomendação:

$$T_{aj} = IT_e + IT_c \quad IT_c = (0,5 \sim 0,6) T_{aj} \quad (3.83)$$

Admitindo $IT_c = 0,6 T_{aj}$, teremos:

$$\begin{aligned}IT_c &= 0,6 \cdot 99,7 & IT_e &= 0,4 \cdot 99,7 \\ IT_c &= 59,8 \mu m & IT_e &= 39,9 \mu m\end{aligned}$$

Assim, tem-se um campo de tolerância menor para o eixo, ou seja, o eixo deverá ser de melhor qualidade do que o cubo. Isso é recomendado pois, em geral, a usinagem interna de cubos é mais difícil do que a usinagem externa de eixos.

Considerando o campo de tolerância do cubo, $IT_c = 59,8 \mu m$, e sendo seu diâmetro nominal de 90 mm, verifica-se que a qualidade que pode ser empregada é a IT8, ou seja:

IT8 $\rightarrow$ Campo de tolerância (de 80 a 120 mm) = $54 \mu m$

Portanto, no sistema Furo Base isso corresponde a: 90H8, ou 90 $\begin{smallmatrix} +54 \\ +0 \end{smallmatrix}$

A partir da seleção desse valor para o furo, deve-se encontrar os limites inferior e superior para a tolerância do eixo, considerando a tolerância de ajuste necessária.

Desta forma, teremos:

$$\begin{aligned} IT_e &= T_{aj} - IT_8 \\ IT_e &= 99,7 - 54 \\ IT_e &= 45,7 \mu m \end{aligned}$$

Conforme os resultados anteriores, procura-se na norma de tolerâncias uma qualidade compatível com o campo de tolerância $IT_e \leq 45,7 \mu m$, para o eixo de 90 mm de diâmetro nominal. Verifica-se que a qualidade IT7 atende esse requisito:

IT7 $\rightarrow$ Campo de tolerância (de 80 a 120 mm) = $35 \mu m$

Portanto, tem-se:

$$IT_8 + IT_7 = 54 + 35 = 89 < 99,7 \quad (3.84)$$

Da equação 3.63 e 3.62, podemos calcular as dimensões do eixo, dado como:

$$\begin{aligned} a_i &= A_s + I_{min} \\ a_i &= 54 + 37,5 \\ a_i &= 91,5 \mu m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_s &= a_i + IT_e \\ a_s &= 91,5 + 45,7 \\ a_s &= 137,2 \mu m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+137,2 \\ &+91,5 \end{aligned}$$

O eixo deve então ter as dimensões: 90

Todavia, de acordo com a norma ISO, a que mais se aproxima para esse diâmetro é o t7, ou

$$+126$$

seja: 90 +91

Assim, o ajuste normalizado será: **90H8/t7**.

Por fim deve se verificar se estas dimensões produzem interferências dentro dos valores máximos e mínimos calculados anteriormente, assim:

$$\begin{aligned} I_{max} &= a_s - A_i \\ I_{max} &= 126 - 0 \\ I_{max} &= 126 < 137,2 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} I_{min} &= a_i - A_s \\ I_{min} &= 91 - 54 \\ I_{min} &= 37 \approx 37,5 \end{aligned}$$

3.7 Ajuste prensado cônico

Nos tópicos anteriores foram mostrados os tipos de ligações cubo/eixo por ajuste prensado cilíndrico. A obtenção daquelas ligações se dava através de aquecimento/esfriamento ou martelamento/prensagem das peças, resultando em uniões capazes de transmitir esforços elevados.

As desvantagens daqueles tipos de uniões encontravam-se, principalmente, na desmontagem, especialmente no caso de peças de máquinas grandes e pesadas necessitando de forças de magnitudes muito elevadas, que quando aplicadas, produzem deformações e danos permanentes nas superfícies de ajuste.

Esses problemas foram resolvidos com o método de extração através de óleo sob pressão, desenvolvido pela SKF. Através de superfícies inclinadas no eixo e no cubo e de ranhuras anulares se introduz óleo sob pressão entre as superfícies fazendo com que o cubo dilate e o eixo comprima. Deste modo as peças podem ser facilmente separadas. Interessante notar que neste caso, as peças devem ter um limite de deformação elevado e não devem ser porosas, de forma que a ação da força hidráulica seja efetiva e eficiente. No ajuste prensado cônico, só é possível realizar uma união correta se as superfícies forem finamente acabadas (retificadas, por exemplo), e para nivelar as desigualdades recomenda-se fosfatar uma das superfícies da união. Deve-se atentar para o fato de que a altura das ranhuras de óleo devem ser pequenas comparadas com a largura da união [11].

Nas ligações prensadas cônicas, as forças na superfície são transmitidas como nos ajustes prensados cilíndricos e a pressão é obtida através de uma força axial, conforme mostrado na figura 3.25.

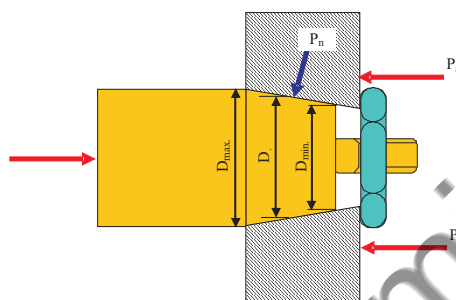


Figura 3.25: Ajuste prensado cônico.

Para P_a a força axial de montagem, P_n a força normal, D_{max} o máximo diâmetro da superfície de ajuste, D_{min} o mínimo diâmetro da superfície de ajuste e D o diâmetro médio da superfície de ajuste ($D = (D_{max} + D_{min})/2$).

Determinação das interferências

Para determinar as interferências nos ajustes prensados cônicos segue-se os mesmos procedimentos vistos anteriormente para os ajustes prensados cilíndricos. Nesse caso, porém, faz-se uma simplificação de forma que o modelo de cilindros concêntricos é estabelecido considerando-se o diâmetro médio da superfície de ajuste, como mostrado na figura 3.26.

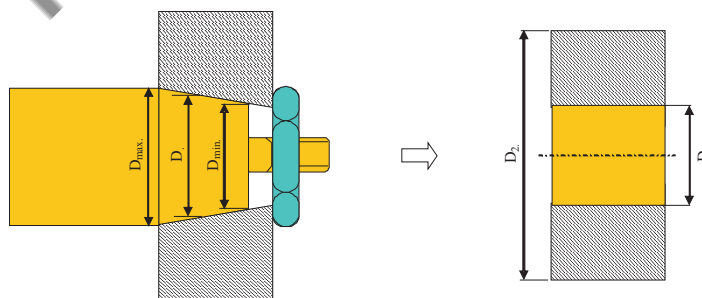


Figura 3.26: Ajuste prensado cônico - analogia.

Força axial de montagem

Considere as forças que atuam na superfície de ajuste ao longo do diâmetro médio, conforme demonstradas na figura 3.27:

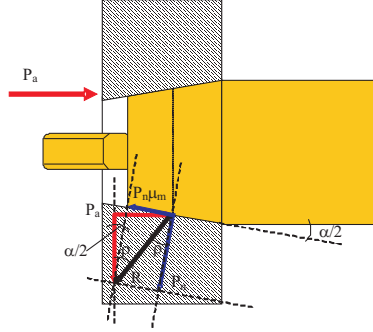


Figura 3.27: Montagem do ajuste cônico.

Dado que P_a é a força axial de montagem, P_n a força normal, $P_n\mu_m$ a força de atrito, R a força resultante, $\alpha/2$ o ângulo do cone e ρ o ângulo de atrito, temos que:

$$P_n = R \cdot \cos(\rho) \quad (3.85)$$

E assim,

$$R = \frac{P_n}{\cos(\rho)} \quad (3.86)$$

Da figura 3.27, obtém-se:

$$P_a = R \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \rho\right) \quad (3.87)$$

Analisando agora a vista frontal mostrada na figura 3.28, podemos dizer que para que não haja escorregamento, o equilíbrio deve ser satisfeito:

$$P_t = P_n \cdot \mu_{et} \quad (3.88)$$

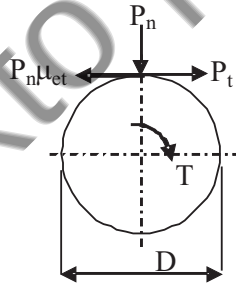


Figura 3.28: Vista frontal do modelo.

Desenvolvendo a equação 3.87, temos que:

$$P_a = R \cdot \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos(\rho) + \sin(\rho) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] \quad (3.89)$$

Obtendo agora o valor de R da equação 3.86, isolando P_n , na equação 3.88 e sabendo que

$$P_t = \frac{2 \cdot T}{d} \quad (3.90)$$

Reescrevemos a equação 3.89 como:

$$P_a = \frac{2.T}{\mu_{et}.d} \cdot \left[\text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) + \tan(\rho) \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (3.91)$$

Analisando a figura 3.27, temos a relação trigonométrica:

$$\tan(\rho) = \frac{P_n \cdot \mu_m}{P_n} \quad (3.92)$$

Assim, voltando à equação 3.91, teremos:

$$P_a = \frac{2.T}{\mu_{et}.d} \cdot \left[\text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) + \mu_m \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (3.93)$$

Que é a força axial de montagem do ajuste.

Conicidade recomendada

A conicidade para ajustes cônicos é recomendada pela norma DIN 254, conforme mostrado na figura 3.29:

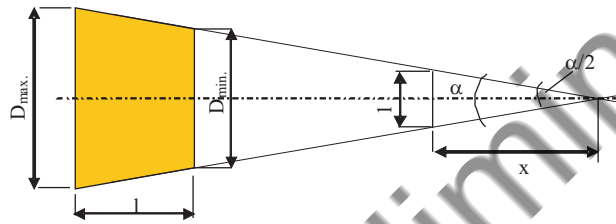


Figura 3.29: Conicidade segundo a norma DIN 254.

A conicidade **1:x** é definida como:

$$\tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{2} \div x = \frac{1}{2x} \quad (3.94)$$

Dado o ângulo α a conicidade é dada por:

$$1 : x = 2 \cdot \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad (3.95)$$

e dada a conicidade 1:x, o ângulo α é dado como:

$$\alpha = 2 \cdot \arctan \left(\frac{1}{2x} \right) \quad (3.96)$$

Algumas conicidades recomendadas pela norma DIN 254 são listadas na tabela 3.6:

Tabela 3.6: Conicidades recomendadas pela norma DIN 254.

	Cubos desmontáveis	Cubos facilmente desmontáveis
1:x	1:10	1:5
α	5°42' 30"	11°25' 16"

Deslocamento axial

A interferência de montagem é obtida a partir do deslocamento axial na montagem da ligação. O deslocamento axial é determinado segundo a expressão a seguir, conforme pode ser observado na figura 3.30:

$$a = \frac{I}{2 \cdot \tan(\alpha/2)} \quad (3.97)$$

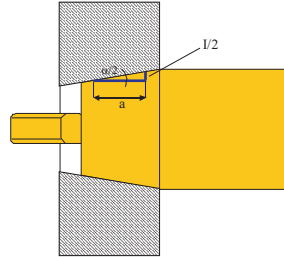


Figura 3.30: Deslocamento axial.

Assim, os deslocamentos máximos e mínimos passam a ser dados por:

$$a_{max} = \frac{I_{max}}{2 \cdot \tan(\alpha/2)} \quad a_{min} = \frac{I_{min}}{2 \cdot \tan(\alpha/2)} \quad (3.98)$$

Deve-se observar que entre esses valores de deslocamento axial deve-se procurar um valor intermediário na montagem, ficando-se à favor da segurança com relação à resistência das peças e com relação à transmissão do torque. Durante a montagem, este deslocamento pode ser controlado através de micrômetro.

3.8 Anéis elásticos cônicos

Os anéis elásticos cônicos, também chamados de elementos tensores de molas anulares, conforme mostrados na figura 3.31, são usados para ajuste por força de atrito, sem folga, de eixos e cubos. São fabricados de aços especiais e temperados.

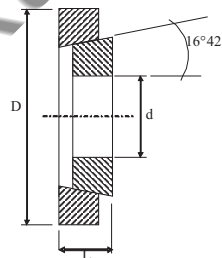


Figura 3.31: Anéis elásticos cônicos.

Na aplicação desses elementos, devido a força axial, os anéis se deformam radialmente provocando pressão no eixo e no cubo, gerando forças de atrito para a transmissão do carregamento (torque). Através desses elementos podem ser fixados rodas dentadas em eixos, volantes de inércia, polias para correias, discos de freio, etc, conforme exemplos mostrados na figura 3.32.

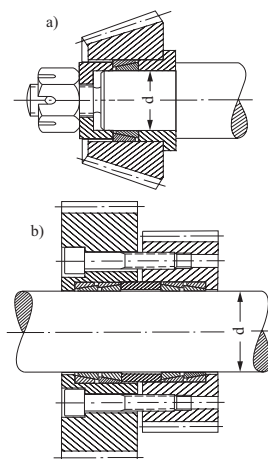


Figura 3.32: Aplicação de anéis elásticos cônicos.

Até um diâmetro de 30 mm somente um par de anéis cônicos é suficiente para a ligação. Acima desse valor são necessários pares adicionais.

Os ajustes recomendados para esses elementos são **H7** ou **H8** para o cubo e **j6**, **m6**, ou **h6**, para o eixo. Estes elementos são montados com uma dada folga e a força axial P_a deve ser suficiente para superar esta folga. A seguir tem-se as principais condições de operação desta ligação:

- na montagem, para vencer as folgas, $P_a < P_0$ onde P_a é a força de montagem (axial) e P_0 é a força necessária para vencer as folgas;
- quando $P_a = P_0$, tem-se numa condição de folga zero;
- no aperto, $P_a > P_0$ e deve-se somar uma força de aperto $P_{a'}$. Portanto, $P_a = P_0 + P_{a'}$

Os valores de P_0 e $P_{a'}$ são fornecidos pelos fabricantes, conforme exemplo a seguir, em função das características geométricas dos elementos e do torque necessário à transmitir.

d x D (mm)	L (mm)	l (mm)	T (kgf.m)	P_0 (kgf)	$P_{a'}$ (kgf)
9 x 12	4,5	3,7	2,26	750	1.640
10 x 13	4,5	3,7	2,79	610	1.780

Quando se utiliza um número maior de pares de anéis, devido ao atrito entre as faces dos anéis, a carga axial P_a não se transmite totalmente de um anel para outro, de modo que a capacidade de pressão dos anéis adicionais diminui, reduzindo a capacidade de transmitir o torque. Essa perda de capacidade é dada conforme a tabela 3.7.

Tabela 3.7: Perda de capacidade de torque por número de anéis.

1 par	Torque = T
2 pares	$T_2 = 1,5 T$
3 pares	$T_3 = 1,75 T$
4 pares	$T_4 = 1,875 T$
> 4 pares	não recomendado

3.9 Uniões por forma - Chavetas

Em geral, as polias para correias, rodas dentadas, volantes de inércia, entre outros elementos, são fixados aos eixos por meio de chavetas longitudinais. Trata-se de elementos, em geral prismáticos, que transmitem os esforços entre o cubo e o eixo através de superfícies de contato com esses elementos, conforme mostra o exemplo da figura 3.33.

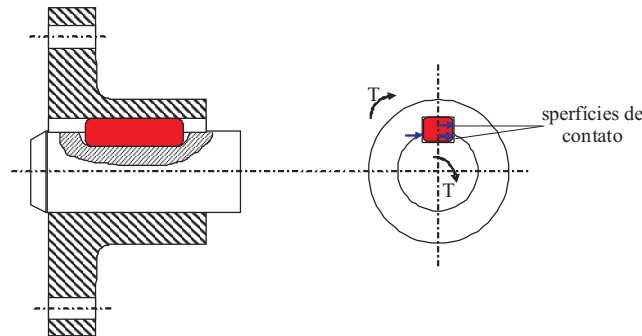


Figura 3.33: Exemplo de chaveta plana.

Estas ligações estão entre aquelas mais simples e talvez as mais difundidas no projeto e construção de máquinas, principalmente por serem fáceis de montar e desmontar e apresentarem baixíssimo custo. Entretanto, tem como desvantagens: a redução da capacidade de carga dos elementos devido a redução da seção resistente, aumento da concentração de tensões devido aos rasgos necessários² e dificuldade de posicionar as peças com precisão.

Tipos de chavetas

Existem diversos tipos de chaveta. Segundo Decker [11] tem-se: chaveta embutida, chaveta de força, chaveta de ranhura, chaveta plana e chaveta côncava, conforme podem ser observadas na figura 3.34.

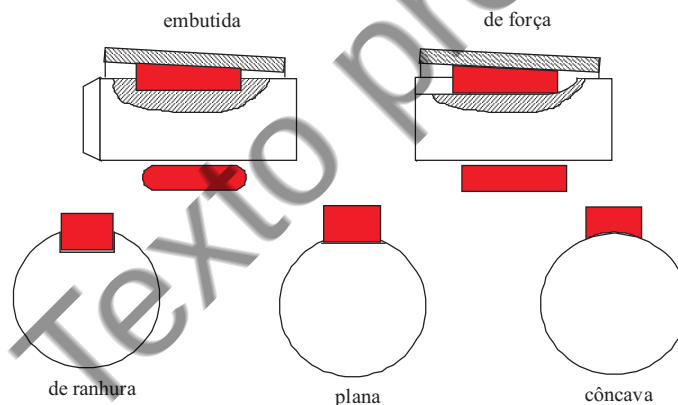


Figura 3.34: Tipos de chavetas segundo [11].

As chavetas embutidas de extremidades arredondadas se encaixam numa ranhura do eixo e, em seguida, se coloca o cubo. Nas chavetas de força, por sua vez, posiciona-se o cubo no eixo e logo em seguida se introduz a chaveta. Os demais tipos de chavetas longitudinais (de ranhura, plana e côncava) se distinguem pelo tipo de disposição sobre o eixo (em ranhura no eixo, sobre superfícies planas do eixo e sobre eixos lisos).

²Existem estudos que levantam fatores de concentração de tensão de até 3 para o uso de chavetas!

Já Norton [36] divide as chavetas em três grupos, seguindo a sua forma geométrica. São assim divididas em paralelas, cônicas e as de Woodruff, ou meia lua, como mostrado na figura 3.35.

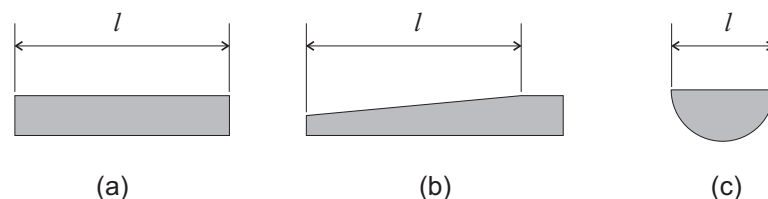


Figura 3.35: Tipos de chavetas segundo [36]. (a) Chaveta paralela, (b) Chaveta cônica, (c) Chaveta Woodruff.

As chavetas paralelas são as mais vastamente empregadas, sendo normalizadas em função do diâmetro do eixo. Neste caso adota-se por norma chavetas quadradas para eixos de até 22 mm de diâmetro e retangulares para eixos maiores. Geralmente o valor máximo do comprimento da chaveta deve ser de 1,5 vezes o diâmetro do eixo. Caso no dimensionamento sejam encontrados valores maiores do que este, há grande probabilidade da chaveta não ser a melhor solução para o problema.

As chavetas cônicas tem em relação as chavetas paralelas a vantagem de evitar o movimento axial relativo entre as partes. São fornecidas planas, como na figura 3.35 ou com cabeça, que tem a vantagem de facilitar a sua remoção, visto que a conicidade acarreta em um travamento dela entre o elemento girante e o eixo. As chavetas cônicas normalizadas têm uma conicidade de 1:100, ou seja, a altura h diminui 1 mm em 100 mm de comprimento. Elas se encaixam nos rasgos com folga ou jogo lateral (ajuste móvel). Para evitar efeito de concentração de tensões os cantos dos rasgos (no cubo e no eixo) devem ser arredondados.

As chavetas Woodruff ou meia-lua são geralmente indicadas para pequenos eixos e tem a principal vantagem de serem auto-alinhantes. São também indicadas para processos automatizados de montagem, pelo fato dela ser um sistema auto-alinhante. Como acontece nas chavetas paralelas, a Woodruff deve ser montada de forma que metade de sua altura fique dentro do eixo e a outra metade fique no cubo que está ligado a ela. São determinadas pela norma DIN 6888, como mostrado na figura 3.36.

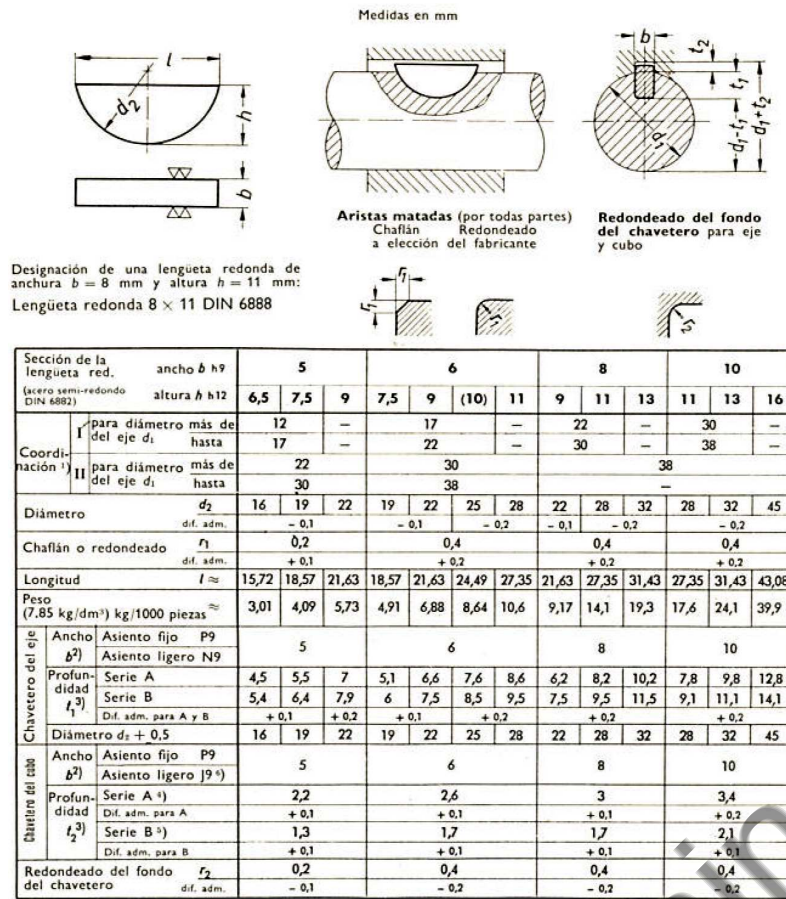


Figura 3.36: Dimensões das chavetas Woodruff (DIN 6888).

Deformações

Dado que a chaveta se deforma com o eixo e o cubo elasticamente no sentido radial, quando montada sob pressão, a situação relativa de ambos os elementos é excêntrica, conforme mostra a figura 3.37.

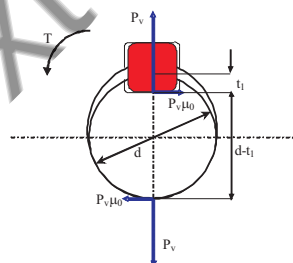


Figura 3.37: Dimensões referentes a chaveta em um eixo.

O atrito entre a chaveta e o eixo produz um momento $M_k = P_v \cdot \mu_0 (d - t_1)$ sendo μ_0 o coeficiente de atrito pelo ajuste prensado. Este momento provoca um deslizamento da chaveta na folga dos flancos fazendo com que fique mais comprimida em um dos lados, conforme mostra a figura 3.38.

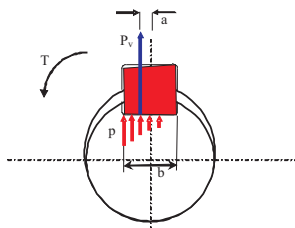


Figura 3.38: Deformação na chaveta devido ao torque.

Conforme se observa as compressões p já não se distribuem uniformemente de modo que a força de pre-tensão se desloca a uma distância a do centro. O deslizamento continuará até que os flancos da chaveta sejam comprimidos pelas paredes dos rasgos (compressão tangencial), como mostra a figura 3.39.

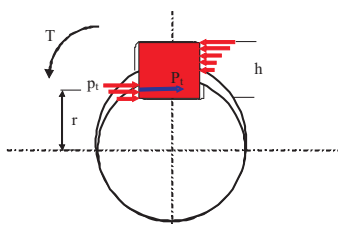


Figura 3.39: Pressão nos flancos da chaveta.

Esta compressão poderá provocar a falha na chaveta ou no eixo, ou cubo e deverá ser analisada quanto aos limites de tensões gerados.

Tensões em chavetas

Conforme se observa, as tensões geradas nas chavetas são de dois tipos principais:

- tensões provocadas devido ao ajuste prensado na ranhura (são de compressão e de difícil previsão) e,
- tensões provocadas pelo momento torçor e deslizamento da chaveta, produzindo compressão e cisalhamento.

Nesse segundo caso a distribuição da carga tangencial não é uniforme, sendo maior nas proximidades de entrada do momento torçor. Usualmente o dimensionamento das chavetas é feito considerando-se a força tangencial P_t uniformemente distribuída e as condições a serem analisadas são 4 possíveis:

Cisalhamento na chaveta

Neste caso, a força tangencial P_t é que pode levar a chaveta à falha e a formulação pode ser deduzida a partir da figura 3.40.

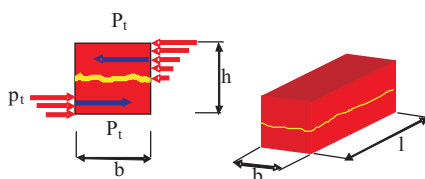


Figura 3.40: Tensão de cisalhamento na chaveta.

Assim, dado que a a força P_t é a força devido ao torque aplicado na chaveta e que b a largura da chaveta e l o seu comprimento, temos:

$$\tau_{ch} = \frac{F}{A} = \frac{P_t}{b.l} \leq \tau_{adm} = \frac{\tau_e}{n} \quad (3.99)$$

$$l > \frac{P_t.n}{b.\tau_e} \quad (3.100)$$

Compressão na chaveta

Do ponto de vista de compressão, a força P_t gerará uma pressão p_t no contato entre a chaveta e o eixo, que é igual a pressão no contato entre a chaveta e o cubo. Deve-se observar que a área resistiva agora é o flanco da chaveta, dado pela altura h e comprimento l , como mostrado na figura 3.41.

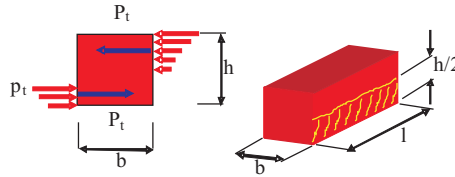


Figura 3.41: Tensão de compressão na chaveta.

Assim, a tensão devido a compressão será calculada como:

$$\sigma_{ch} = \frac{F}{A} = \frac{P_t}{l.h/2} \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{n} \quad (3.101)$$

$$l > \frac{2.P_t.n}{h.\sigma_e} \quad (3.102)$$

Considerando $b = h$ e a Teoria da Energia de Distorção (TED), onde $\tau_e = 0,58.\sigma_e$ a equação 3.100 pode ser reescrita como:

$$l > \frac{P_t.n}{h.0,58.\sigma_e} \quad (3.103)$$

$$l > \frac{1,72.P_t.n}{b.\sigma_e} \quad (3.104)$$

Comparando a equação 3.104 e a 3.102 verifica-se que o comprimento necessário para resistir a tensão de compressão é maior, devendo, portanto, servir de critério para o dimensionamento.

Na prática, $b > h$, o que reforça ainda mais o critério anterior.

Compressão no eixo

Considerando o mesmo problema da pressão no flanco da chaveta, e analisando agora o problema do ponto de vista do eixo, conforme mostrado na figura 3.42, teremos:

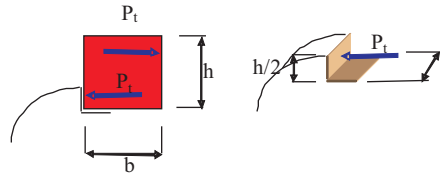


Figura 3.42: Compressão no eixo devido ao carregamento.

$$\sigma_{eixo} = \frac{F}{A} = \frac{P_t}{l \cdot h/2} \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{n} \quad (3.105)$$

$$l > \frac{2 \cdot P_t \cdot n}{h \cdot \sigma_e} \quad (3.106)$$

Observando que este valor de σ_e é para o eixo e não para a chaveta.

Compressão no cubo

Da mesma forma, ocorre pressão no flanco da chaveta com o cubo e, conforme mostrado na figura 3.43, teremos:

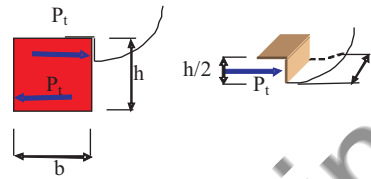


Figura 3.43: Compressão no cubo.

$$\sigma_{cubo} = \frac{F}{A} = \frac{P_t}{l \cdot h/2} \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{n} \quad (3.107)$$

$$l > \frac{2 \cdot P_t \cdot n}{h \cdot \sigma_e} \quad (3.108)$$

Lembrando que este valor de σ_e é o limite de escoamento do cubo.

Critério de dimensionamento

Considerando-se as expressões 3.102, 3.106 e 3.108 e, admitindo que a chaveta e o eixo são fabricados em aço de médio carbono, isto nos leva à situação onde a tensão limite de escoamento na chaveta é igual ou maior do que a do eixo e esta maior do que a do cubo. Assim conclui-se que o dimensionamento é feito pela equação 3.108.

Os fatores de segurança recomendados são:

- $n = 1,5$ para solicitações estáticas;
- $n = 2,5$ para solicitações com choques leves e
- $n = 4,5$ para solicitações com choques fortes

Exemplo de aplicação

Considere a ligação mostrada na figura 3.44 entre uma polia de ferro fundido e um eixo de aço liga e determine: qual o maior torque que pode ser transmitido se a chaveta tiver forma alta e a carga aplicada for com choques leves.

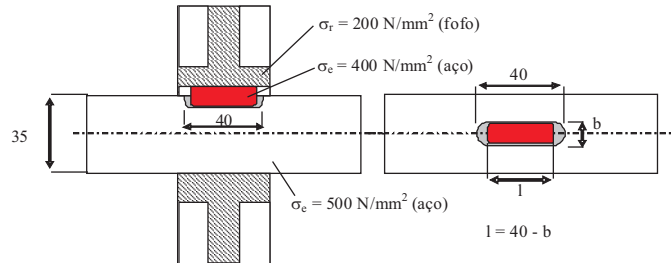


Figura 3.44: Exemplo de uso de chaveta

Pela DIN 6885 para a série forma alta, tem-se as seguintes informações:

- Para diâmetro entre 30 - 38 mm, $b \times h = 10 \times 8$ mm
- Para choques leves $n = 2,5$

Portanto, o problema é determinar a carga máxima de torque da chaveta. Assim, partindo da equação 3.108 e considerando $\sigma_e = \sigma_r$ para a polia, que é o elemento mais fraco na ligação, temos:

$$l > \frac{2 \cdot P_t \cdot n}{h \cdot \sigma_e} \quad (3.109)$$

$$(40 - b) > \frac{2 \cdot P_t \cdot n}{h \cdot \sigma_r} \quad (3.110)$$

$$P_t < \frac{(40 - 10) \cdot 8 \cdot 200}{2 \cdot 2,5} \quad (3.111)$$

$$P_t < 9.600 N \quad (3.112)$$

Como o torque é dado por:

$$T = P_t \frac{d}{2} \quad (3.113)$$

O seu valor é de $T = 9.600 \cdot 17,5 = 168 N.m$.

Valores de altura e base das chavetas

A norma DIN 6885 determina as dimensões das chavetas planas de forma alta, mostrado na tabela 3.8 e para forma baixa, mostrado na tabela 3.9.

Tabela 3.8: Dimensões de chavetas de forma alta pela DIN 6885 (valores em mm)

Eixo com mais de	6	8	10	12	17	22	30	38	44	50	58	65	75	85
até	8	10	12	17	22	30	38	44	50	58	65	75	85	95
b	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25
h	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	14	14

Eixo com mais de	95	110	130	150	170	200	230	260	290	330	380	440		
até	110	130	150	170	200	230	260	290	330	380	440	500		
b	28	32	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100		
h	16	18	20	22	25	28	32	32	36	40	45	50		

Tabela 3.9: Dimensões de chavetas de forma baixa pela DIN 6885 (valores em mm)

Eixo com mais de	12	17	22	30	38	44	50	58	65	75	85	95	110	130
até	17	22	30	38	44	50	58	65	75	85	95	110	130	150
b	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36
h	3	4	5	6	6	6	7	7	8	9	9	10	11	12

3.10 Uniões por forma - Eixos ranhurados

Por contarem com uma maior superfície de contato, os eixos ranhurados ou estriados possibilitam uma transmissão maior de torque, sendo indicados para locais onde é necessário cargas mais elevadas. Além disso, apresentam maior precisão na centragem dos elementos acoplados. Por outro lado, tem o inconveniente de exigir tecnologias de fabricação mais apuradas, além de outras desvantagens:

- surgimento de tensões locais nos ângulos de transição das ranhuras;
- irregularidades na distribuição das cargas (erro de passo);
- necessidades de equipamentos especiais para fabricação e controle.

Basicamente os eixos ranhurados podem assumir a forma de dentes retos ou de dentes baseados em curva evolvente, como engrenagens, como pode ser visto na figura 3.45

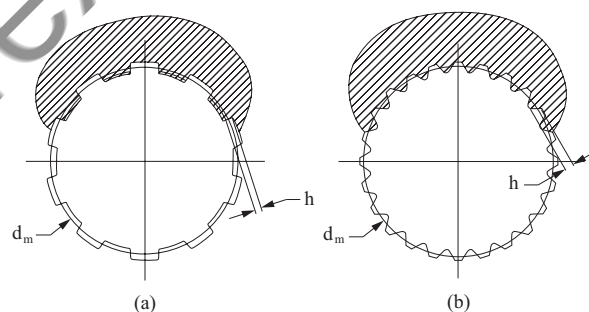


Figura 3.45: Eixos ranhurados com dentes retos (a) e evolventais (b) [31]

Exemplo típico dessas ligações é mostrados na figura 3.46.

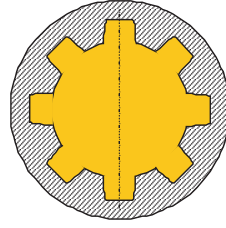


Figura 3.46: Exemplo de eixo ranhurado com cubo.

Os dentes com perfil evolvental, feitos por geração em alguns casos, tem sido mais empregados pois garantem uma melhor resistência mecânica comparativamente aos dentes retos. Contam com ângulo de pressão de 30° e tem a metade da altura de um dente de engrenagem.

As ranhuras evolventais são padronizadas pela SAE e seguem um padrão fracionário onde o primeiro número indica o pitch diametral. Por exemplo uma ranhura perfil 6/12 tem um pitch diametral igual a 6 dentes/polegadas.

Para determinação do diâmetro primitivo, utiliza-se a relação

$$D = \frac{N}{p} \quad (3.114)$$

Para N o número de dentes, p o passo diametral e D o diâmetro primitivo em polegadas.

Pitches diametraes padrão são: 1; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 24; 32; 40 e 48. Com relação as folgas entre os dentes, existem três diferentes categorias, as deslizantes, onde há folga entre as peças, as justas, que são apertadas no diâmetro menor ou maior das estria e as forçadas, com interferência

Dimensionamento

As dimensões das uniões por chavetas e dentadas são padronizadas e o dimensionamento, em geral, se reduz à determinação do comprimento l necessário para suportar as tensões admissíveis devido ao carregamento que deve ser transmitido. Como no caso de chavetas, os eixos ranhurados podem falhar por cisalhamento ou por esmagamento dos dentes

Para tal, considere o modelo apresentado na figura 3.47.

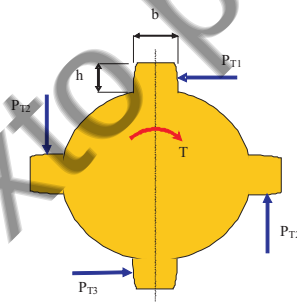


Figura 3.47: Dimensionamento das ranhuras de um eixo ranhurado.

O valor do torque total transmitido é dado por:

$$T = \sum_{i=1}^z P_{Ti} \cdot \frac{d}{2} \quad (3.115)$$

No cubo a tensão de compressão será por sua vez avaliada como:

$$\sigma = \frac{P_T}{z \cdot h \cdot l} \quad (3.116)$$

Dado que $P_T = \Sigma P_{Ti}$, z o número de dentes, e l o comprimento da ranhura.

Como P_{Ti} é diferente de P_{Tj} para qualquer $i \neq j$, devido a erros de passo e distribuição não uniforme de carga, emprega-se um fator de correção $\phi = 0,75$ a $0,80$.

Dessa forma, a equação 3.116 passa a ser dada como:

$$\sigma = \frac{P_T}{z \cdot \phi \cdot h \cdot l} < \sigma_{adm} \quad (3.117)$$

E assim, o comprimento das ranhuras (ou estrias) pode ser calculado como:

$$l > \frac{P_T \cdot n}{z \cdot \phi \cdot h \cdot \sigma_e} \quad (3.118)$$

Para σ_e a tensão de escoamento do material³, e n o fator de segurança, este definido da mesma forma que fora visto em chavetas (ver Seção 3.9, na página 115).

Do ponto de vista de cisalhamento, podemos admitir que ele se dá na interface entre o eixo e o cubo, cuja distância ao centro do primeiro é chamada de raio primitivo, assim, a área resistiva ao cisalhamento passa a ser:

$$A_{cis} = \frac{\pi d_p l}{2} \quad (3.119)$$

Para d_p o diâmetro primitivo e l o comprimento do cubo. A SAE recomenda que apenas 25% dos dentes estejam absorvendo a tensão de cisalhamento, assim sendo a tensão cisalhante se dará por:

$$\tau \cong \frac{4T}{r_p A_{cis}} = \frac{16T}{\pi d_p^2 l} \quad (3.120)$$

Para T o torque transmitido e $r_p = d_p/2$ o raio primitivo.

A figura 3.48 mostra a aplicação dos fatores de concentração de tensão para chavetas e estrias de dentes retos em eixos sob torção.

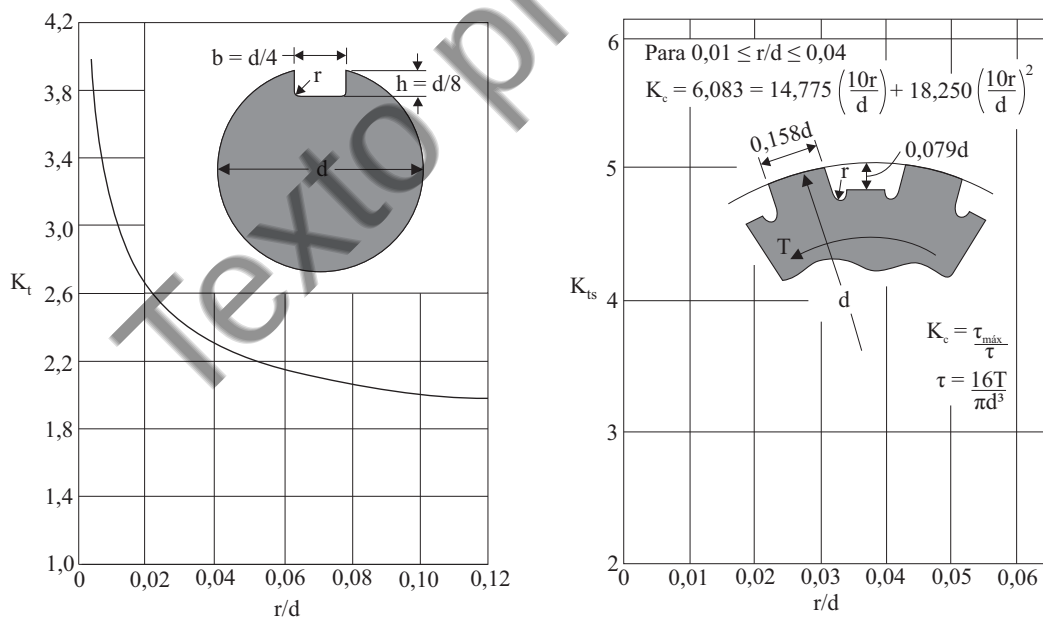


Figura 3.48: Fatores de concentração de tensão K_{ts} para eixos sob torção. Fonte [9]

³Adotar σ_r para materiais de comportamento frágil.

3.11 Normas

Algumas normas referentes a ligações cubo eixo:

- DIN 7150 - Tolerâncias ISO e ajuste ISO para medidas de 1 a 500 mm.
- DIN 7151 - Tolerâncias fundamentais ISO.
- DIN 7157 - Seleção de ajustes.
- DIN 7182 - Conceitos para tolerâncias de medidas.
- DIN 7182 - Ajuste cilíndrico prensado.
- DIN 7190 - Cálculo de ajustes prensados.
- DIN 6885 - Determinação da geometria das chavetas.
- DIN 6886 - Determinação da geometria de chavetas inclinadas.
- DIN 6887 - Determinação da geometria de chavetas inclinadas com cabeça.
- DIN 6888 - Determinação da geometria de chavetas meia lua (Woodruff).
- DIN 5461 - Acoplamento de eixos estriados com flancos retos.
- DIN 5462 - Acoplamento de eixos estriados com flancos retos, série leve.
- DIN 5463 - Acoplamento de eixos estriados com flancos retos, série média.
- DIN 5463 - Acoplamento de eixos estriados com flancos retos, tolerâncias.
- DIN 5481 - Eixos estriados.
- DIN 5482 - Eixos estriados com dentes envolventes.
- ISO 286 - Tolerâncias e ajustes.

3.12 Exercícios propostos

1. Um eixo maciço de aço de diâmetro de 20 mm ($\nu = 0,292$, $E = 207$ GPa $\sigma_e = 345$ MPa e $\sigma_r = 621$ MPa) tem em uma de suas extremidades uma engrenagem de dentes retos também de aço, fixada por ajuste prensado cilíndrico. Sabendo-se que no ponto de assento da engrenagem, o torque medido é de 120 Nm e não há momento fletor, pergunta-se: qual o ajuste para um comprimento do cubo dado pela relação $l = 2d$ e para $d_2 = 1,5l$, admitindo que o coeficiente de atrito entre as peças é de 0,74, que ambos são usinados com acabamento normal ($R_e = 6\mu m$) e que os efeitos de temperatura podem ser desconsiderados?
2. Admita que o eixo e o cubo trabalharão a uma temperatura de 130 °C. Sabendo que o coeficiente de dilatação térmica é de $11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ para ambos, qual a alteração no cálculo da sobremedida efetiva?
3. Dado um ajuste prensado **45H7r6**, determine a interferência mínima e máxima.
4. Sabendo que para o exercício anterior, o eixo é de aço ($\nu = 0,292$, $E = 206,8$ GPa) e o cubo de aço níquel ($\nu = 0,3$, $E = 206,8$ GPa), determine as pressões máximas e mínimas envolvidas no ajuste desconsiderando efeitos de rugosidade e temperatura, admitindo que o diâmetro da alma do cubo é o dobro do diâmetro nominal.

5. Para o exercício 4, qual a temperatura mínima que se deve aquecer o cubo de aço níquel, de forma que se possa fazer a montagem?
6. Utilizando o exercício 1, determine qual chaveta de aço a ser utilizada para um coeficiente de segurança 2 com relação ao cisalhamento.
7. Uma engrenagem de dentes retos em aço, é ligada a um eixo também de aço maciço por meio de um ajuste prensado cilíndrico **45H5p5**. Sabendo que a rugosidade de ambos é da ordem de $3\mu m$ e que ela trabalhará a uma temperatura de $75^{\circ}C$, responda:
 - a) Sabendo que ela transmite apenas torque, e dado um coeficiente de segurança igual a 1,5, além de $Q_2 = 0,5$ e $l = d_2$, determine qual o torque nominal transmitido pelo ajuste, a uma temperatura de montagem de $20^{\circ}C$.
 - b) Caso a engrenagem seja trocada por uma outra, de dentes helicoidais que transmita o mesmo torque além de uma carga axial de 40 kN é necessário utilizar outro ajuste? Qual?
8. Você é responsável por verificar se um projeto realizado previamente pode ser construído ou não. Trata-se de um ajuste prensado cilíndrico normalizado **35H5p6** entre uma polia de bronze ($\sigma_e = 69 MPa$) e um eixo maciço de aço 1020 ⁴. Verifique se o valor de interferência está adequado, considerando que ambos tem rugosidade da ordem de $3\mu m$ e que o torque transmitido é de $120 Nm$. A polia conta com um comprimento de cubo de $80 mm$, igual ao diâmetro da alma. Se não estiver adequado, encontre um novo valor de ajuste de projeto. Utilizar um coeficiente de segurança de 1,4 se necessitar!
9. Sabendo que o coeficiente de dilatação térmica do aço é de $11 \times 10^{-6} ^{\circ}C^{-1}$ para o aquecimento, determine a qual temperatura deve ser aquecido o cubo para que se possa fazer a montagem no ajuste **40H4r6** a uma temperatura de $20^{\circ}C$.
10. Uma chaveta de aço 1020 laminado a quente deve ser colocada em uma ligação entre uma polia e um eixo maciço, ambos do mesmo aço da chaveta. Determine o tamanho da chaveta, sabendo que o diâmetro nominal do eixo é de $90 mm$, e que o torque transmitido é de $840 Nm$ com choques leves.
11. Dada uma ligação cubo eixo representada pelo ajuste **42H7n7**, determine a qual temperatura o cubo deve ser aquecido para que seja possível realizar a montagem a $20^{\circ}C$ sabendo que ele é de alumínio. Considere que o coeficiente de dilatação térmica é de $23 \times 10^{-6} ^{\circ}C^{-1}$.

⁴dados do material no Anexo E.

Texto preliminar

Mancais

4.1 Mancais de rolamento

Origem dos rolamentos

A origem dos rolamentos provavelmente está ligada à origem da roda. Os primeiros indícios de rolamentos se situam por volta do ano 4.000 A.C., ajudando os escandinavos a deslizar com seus trenós. Outros historiadores preferem apontar o seu início por volta de 3.500 A.C., quando os Sumérios utilizaram um cubo de roda construído em madeira montado sobre um eixo também de madeira, conforme uma ilustração de uma biga usada por este povo. Já os egípcios apresentam diversas provas do seu uso. A construção de seus inúmeros monumentos foi muito facilitada quando passaram a usar rolos de madeiras para transportar pedras de grande peso. Nas civilizações clássicas, Grécia e Roma, tem-se grandes aplicações de elementos rolantes. Em muitos escritos gregos encontram-se referências ao uso de rolimãs ou esferas e sobre as vantagens do uso de objetos esféricos para propósitos geométricos e para aplicações de engenharia, como em suas catapultas, porém, é na civilização Romana onde os mais espetaculares desenvolvimentos são encontrados. Na mesma época dos Romanos, os Celtas também mostram evidências do uso de rolamentos. Ao longo do período da idade média, o chamado “período negro” em termos de desenvolvimento tecnológico, existe pouca evidência do uso ou desenvolvimento continuado de rolamentos. Isto é, na verdade, uma realidade para vários aspectos da tecnologia e da cultura em geral, de modo que somente no início do século XVI volta-se a falar de rolamentos. Por volta do ano 1.500 Leonardo da Vinci apresenta algumas ideias de rolamentos, conforme os manuscritos mostrados na figura 4.1.

Nota-se na figura 4.1, que os rolamentos foram concebidos como parte do eixo. Esse tipo de configuração, embora ainda hoje aplicada em algumas construções especiais, não é eficiente pelo excessivo desgaste das peças, demandando a troca do eixo ou da roda. Para minimizar esses problemas, foi criado o rolamento como peça independente e, assim, quando ocorrer alguma falha só é preciso a troca de uma peça: o rolamento.

O desenvolvimento dos primeiros rolamentos de esferas recebeu um grande impulso graças à bicicleta e ao automóvel. O baixo índice de atrito e a maior segurança de funcionamento foram os fatores determinantes para a introdução dos rolamentos. Na Europa, ini-

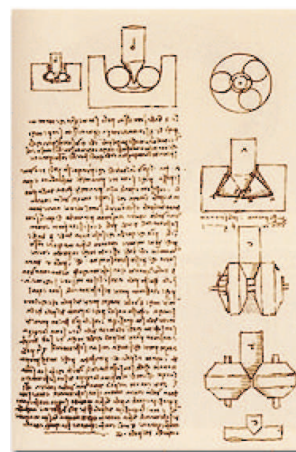


Figura 4.1: Estudos de rolamentos de Da Vinci.

cialmente, o desenvolvimento se concentrou nos rolamentos de esferas. Nos Estados Unidos o desenvolvimento da indústria automobilística se baseou mais nos rolamentos de rolos e, em especial, nos rolamentos de rolos cônicos. Na mesma época, na Europa, desenvolveu-se o rolamento de rolos cilíndricos e o rolamento autocompensador de uma carreira de rolos esféricos. A pesquisa é contínua e novos produtos mais adequados às necessidades dos clientes vão surgindo. É importante ressaltar também a pesquisa de novas matérias-primas, como poliamida e cerâmica.

Materiais para Rolamentos

Os mancais de rolamento trabalham praticamente sob tensão de contato de forma repetitiva, principalmente os elementos rolantes e os anéis, interno e externo. Da mesma forma, a gaiola opera geralmente sob compressão contra os elementos e os anéis.

Assim o material para ser adequado à fabricação de rolamentos deve contar com alta resistência à fadiga, elevada dureza, alta resistência ao desgaste e mecânica. Em algumas aplicações também são necessários uma boa resistência a corrosão e ao calor, além de absorver cargas de impacto [37].

Os aços de alto carbono ao cromo são geralmente utilizados na fabricação dos anéis e dos elementos rolantes, sendo empregado em algumas situações aços níquel cromo molibdênio, com endurecimento superficial. Nas gaiolas prensadas se utiliza aço baixo carbono e em algumas situações chapas de latão e aço inoxidável.

Definições e aplicações de mancais de rolamento

Os mancais de rolamento são empregados nas mais variadas aplicações. Máquinas e mecanismos são as principais. Na figura 4.2 observa-se o uso de mancais de rolamento em transmissões de automóveis.

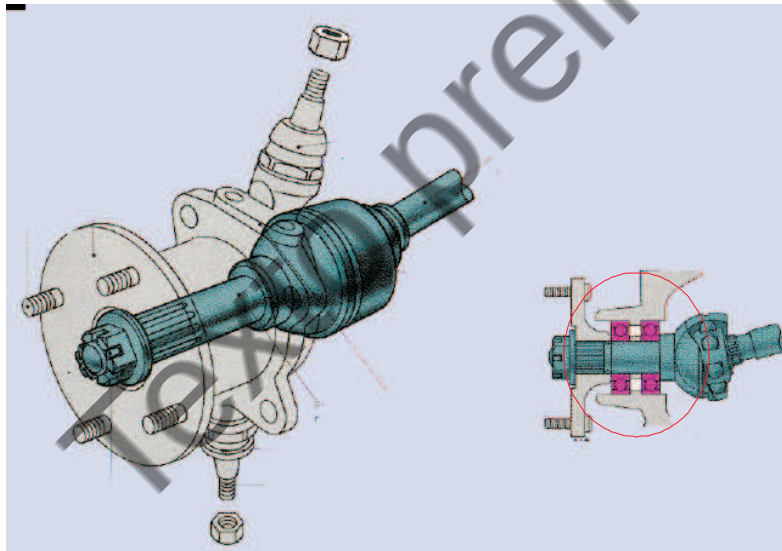


Figura 4.2: Suspensão dianteira com aplicação de rolamentos.

Funcionalmente, os mancais de rolamento são empregados para suportar cargas radiais, axiais, ou uma combinação destas, permitindo o movimento de rotação entre as partes. Para realizar essa função, o mancal de rolamento é constituído de quatro partes principais, o anel externo, o anel interno, os elementos rolantes que podem ser rolos ou esferas e o separador (também conhecido como gaiola), conforme mostrado na figura 4.3.

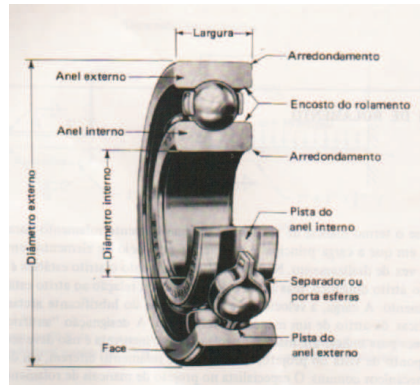


Figura 4.3: Nomenclatura de um mancal de rolamento de esferas (Fonte: [45]).

Em um mancal de rolamento a carga é transferida por meio dos elementos em contato por rolamento, no lugar de deslizamento. No mancal de rolamento o atrito estático é aproximadamente o dobro do atrito dinâmico, mas é desprezível em relação ao atrito estático de um mancal de deslizamento, o que propicia menor força para iniciar o movimento.

Tipos e classificação de mancais de rolamento

Os principais tipos de mancais de rolamento podem ser visualizados na figura 4.4, ao passo em que a figura 4.5 mostra uma classificação geral.

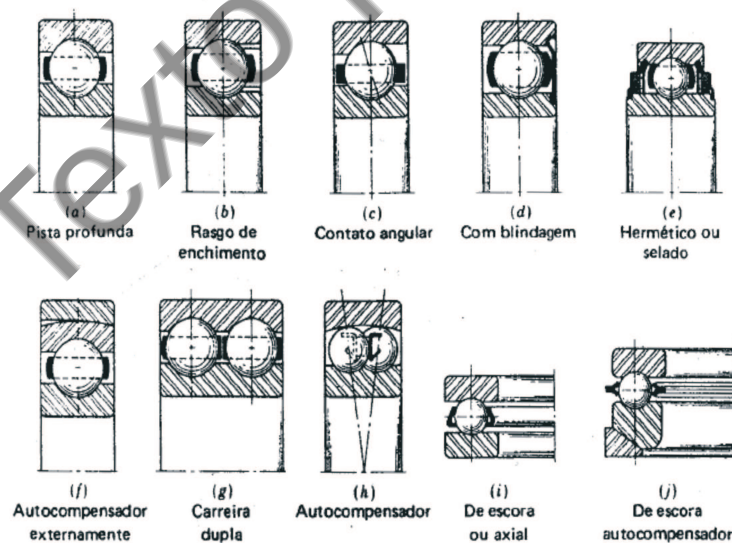


Figura 4.4: Principais tipos de rolamentos. (Fonte: [45]).

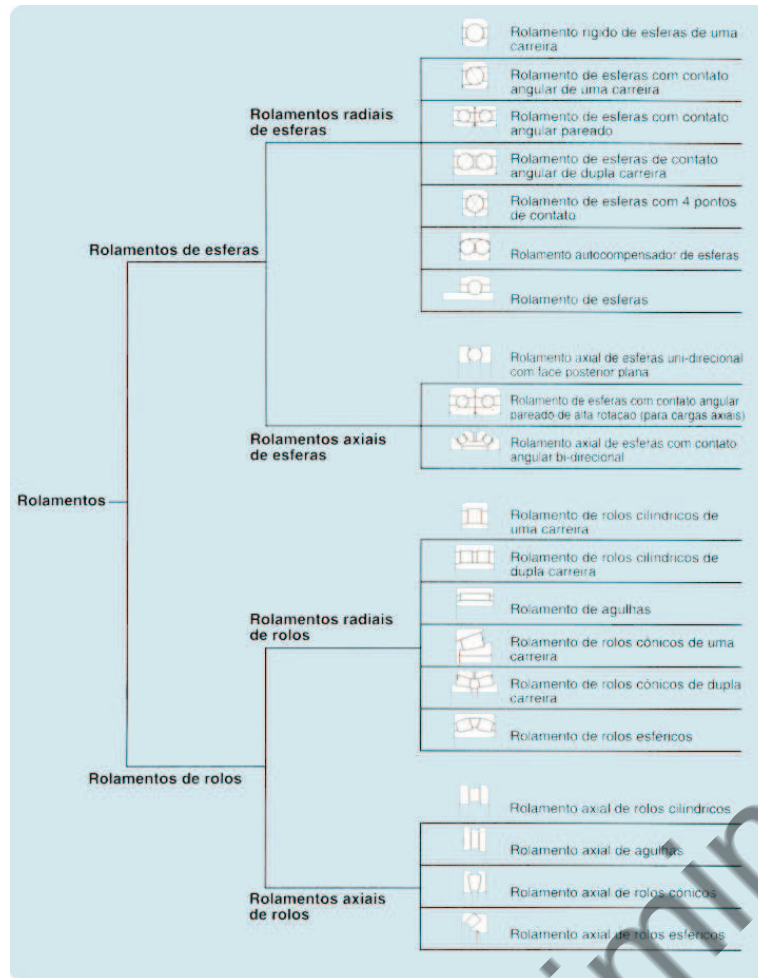


Figura 4.5: Classificação de mancais de rolamento (Fonte: <http://www.lacarolamentos.com.br>)

Listaremos a seguir os principais tipos de mancais de rolamento, suas características e aplicações.

Rolamento rígido de esferas

São os tipos mais comuns entre os rolamentos, de construção simples, não separáveis capazes de operar em altas velocidades e requerem pouca manutenção. Suportam cargas radiais e pequenas cargas axiais, possuem limitada capacidade de ajustagem angular, requerendo perfeito alinhamento entre eixo e cubo, o que implica na melhor qualidade da montagem.

Rolamento de esferas de contato angular

Estes rolamentos possuem as pistas do anel interno, e do anel externo, deslocadas entre si na direção do eixo do rolamento e são particularmente adequados para suportar cargas radiais e axiais de forma combinadas. Para tornar isto possível, possuem um ângulo de contato de 40° , medido com relação a uma linha perpendicular ao seu eixo.

Rolamento autocompensador de esferas

Possuem duas carreiras de esferas com uma pista externa esférica comum. A pista esférica possibilita o auto alinhamento, permitindo desalinhamentos angulares entre o eixo e o cubo (erros de montagem ou flexão do eixo). Se a capacidade de carga for insuficiente recomenda-se o uso de rolamentos autocompensadores de rolos

Rolamentos de rolos cilíndricos

São os tipos mais comuns entre os rolamentos de rolos e são mais apropriados para elevadas cargas radiais do que os rígidos de esferas(ex. laminadores). Seus componentes são separáveis em alguns casos, facilitando a montagem/desmontagem. Em contrapartida possuem pequena capacidade de suportar desalinhamento angular (da ordem de 3' a 4').

Rolamentos autocompensadores de rolos

Similar aos autocompensadores de esferas, são os tipos indicados para montagens que necessitam capacidade de suportar carga radial elevada e compensação de alinhamento.

Rolamentos de rolos cônicos

São adequados para suportar, além de cargas radiais, cargas axiais num dado sentido. Apresentam os anéis separáveis, facilitando a montagem/desmontagem, e devem ser montados aos pares quando há necessidade de suportar cargas axiais em dois sentidos. Neste caso é possível a montagem X ou O.

Rolamentos axiais de esferas

Também conhecidos como rolamentos de escora, são adequados para suportar cargas axiais em um único sentido. Não são apropriados para suportar cargas radiais e são de partes separáveis e de simples montagem.

Rolamentos de agulhas

Podem ser entendidos como um tipo particular do rolamento de rolos cilíndricos, com a característica principal de apresentar seção transversal fina, sendo portanto adequados quando o espaço radial é pequeno

A figura 4.6 apresenta os diferentes tipos de rolamentos descritos anteriormente.

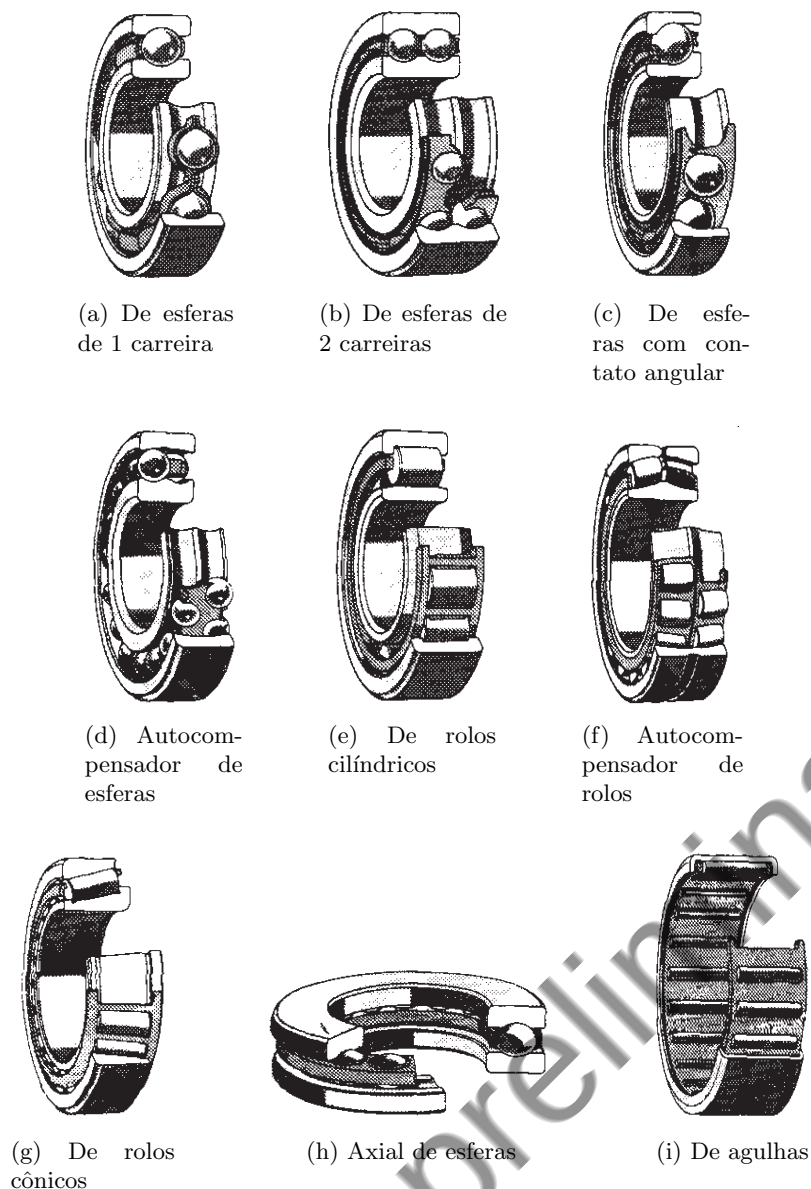


Figura 4.6: Principais topologias de rolamentos.

Os rolamentos se apresentam em diferentes formas e variedades, cada um com suas distintas características. Entretanto, quando comparados com mancais de escorregamento, todos os rolamentos têm as seguintes vantagens:

- (i) O coeficiente de atrito estático é inferior e há uma pequena diferença entre este e o coeficiente de atrito dinâmico.
- (ii) São padronizados internacionalmente, intercambiáveis e são obtidos com facilidade.
- (iii) São fáceis de lubrificar e consomem pouco lubrificante pois podem ser selados.
- (iv) Como regra geral, um rolamento pode suportar cargas simultaneamente em ambos os sentidos, tanto axial como radial.
- (v) Podem ser usados em aplicações de alta e baixa temperatura.
- (vi) A rigidez do rolamento pode melhorar com a aplicação de pré cargas.

- (vii) Não apresentam vibrações auto-excitas (*stick-slip*).
- (viii) São mais curtos na direção axial do que um mancal de escorregamento para uma mesma capacidade de carga.

Como desvantagens dos rolamentos em relação aos mancais de escorregamento podemos listar:

- (i) Podem falhar por fadiga.
- (ii) Tem maior dimensão que um mancal de escorregamento na direção radial.
- (iii) Praticamente não tem amortecimento algum.
- (iv) Geram mais ruído.
- (v) Com exceção dos auto-alinhantes o alinhamento é um ponto crítico na montagem.
- (vi) Tem custo maior.

Em linhas gerais, podemos também considerar que :

Geralmente, quando se comparam os **rolamentos de esferas** com os **de rolos** com as mesmas dimensões, os rolamentos de esferas exibem uma resistência ao atrito menor e uma menor variação de rotação que os rolamentos de rolos. Isto os faz mais adequados para uso em aplicações que requerem alta rotação, alta precisão, baixo torque e baixa vibração. Inversamente, os rolamentos de rolos tem uma capacidade de carga maior, o que os torna mais apropriados para aplicações que requerem longa vida e resistência para cargas elevadas e de choques.

Quase todos os tipos de rolamentos podem suportar simultaneamente cargas radiais e axiais . Geralmente, os **rolamentos com contato angular** inferior a 45° tem uma capacidade de carga radial muito maior e são classificados como rolamentos radiais; enquanto que os rolamentos que tem um contato angular superior ou igual a 45° tem uma maior capacidade de carga axial e são classificados como rolamentos axiais. Também existem rolamentos classificados como combinados, os quais combinam as características de carga tanto dos rolamentos radiais como dos axiais.

Os rolamentos que são padronizados internacionalmente em forma e tamanho são muito mais econômicos por sua intercambiabilidade e disponibilidade em todo o mundo. Entretanto, dependendo do tipo da máquina em que se vai utilizar, e da aplicação e condição de funcionamento que se espera, um rolamento não padronizado ou desenvolvido especialmente pode ser a melhor alternativa. Também há disponibilidade de rolamentos que foram adaptados para aplicações específicas, e de unidades de rolamentos que são integrados para formar um componente de máquina, assim como de rolamentos desenvolvidos especialmente às necessidades do cliente

Montagem de um mancal de esferas: etapas

A figura 4.7 apresenta uma visão geral do processo de montagem de um mancal de esferas onde se observa quatro etapas principais: (1) posicionamento dos anéis; (2) preenchimento das esferas entre os anéis; (3) distribuição das esferas e (4) aplicação da gaiola. Para aumentar a capacidade de carga, mais esferas devem ser inseridas.

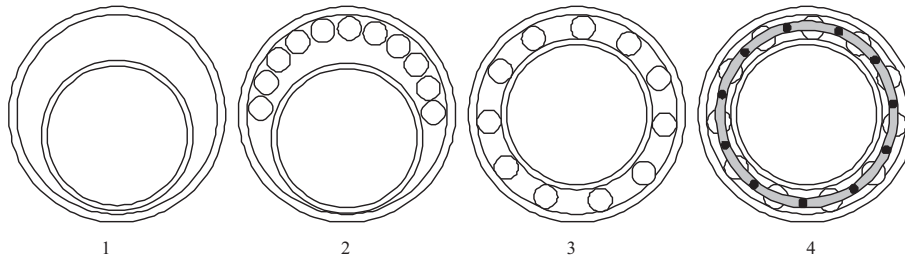


Figura 4.7: Etapas de montagem de um mancal de rolamento (Fonte: [29]).

A NSK em seu catálogo define algumas utilizações típicas para os rolamentos, conforme mostrado na figura 4.8. Sugere-se sempre utilizar as recomendações dos catálogos de fabricantes, sendo uma importante fonte de informação.

Tipos de Rolamentos	Fixas de uma carreira de esferas	Mag- neto	Uma carreira de esfe- ras de contato angular	Dois carrei- ras de esferas de contato angular	Condi- sacos	Esfe- ras de quatro pontos de con- tato	Auto- com- pen- sadores de esfe- ras	Rolos Cilíndri- cos	Dois carrei- ras de rolos Cilíndri- cos	Rolos Cilíndri- cos com Rabote em en- caixe	Rolos Cilíndri- cos com anel de encaixe	Rolos Agulha	Rolos Cônicos	Dois e multi- plas car- reiras de rolos Cônicos	Auto- com- pen- sadores de rolos	Anéis de esfe- ras	Anéis de esfe- ras com contra- placa esférica	Dois carrei- ras de esfe- ras de contato angular	Anéis de Rolos Cilíndri- cos	Anéis de Rolos Cônicos	Anéis auto- com- pen- sadores de rolos
Carga Radial	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Carga Axial	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Carga Com- binada	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Alta Velocidade	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Alta Pressão	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Baixo Torque e Ruído	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Rígidez	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Desalinhamento Permissível	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Ação de Compensação	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Seperção dos Anéis	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Rolamento Lado Fixo	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Rolamento lado Livre	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Puro Cônico	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Observação																					

😊 Muito Bom 😊 Bom 😊 Regular 😊 Piorado 😊 Inviável ➡ Somente em um sentido ➡ Dois sentidos 🟢 Aplicável 🟡 Aplicável, porém deve permitir a fuga de dilatação ou contração do eixo na superfície de ajuste do rolamento

Figura 4.8: Aplicações típicas de rolamentos segundo a NSK.

Padronização dos mancais de rolamento

Por uma série de razões, a padronização de elementos mecânicos é desejável. Visa, em geral, a intercambiabilidade e economia na produção e manutenção. A AFBMA (*Anti-Friction Bearing Manufacturers Association*) estabeleceu dimensões padronizadas para rolamentos, definindo o diâmetro interno, o diâmetro externo, a largura e os tamanhos dos filetes nos ressaltos do eixo e do encaixe. Esta padronização cobre os mancais de esfera e de rolos cilíndricos e está exemplificada na figura 4.9.

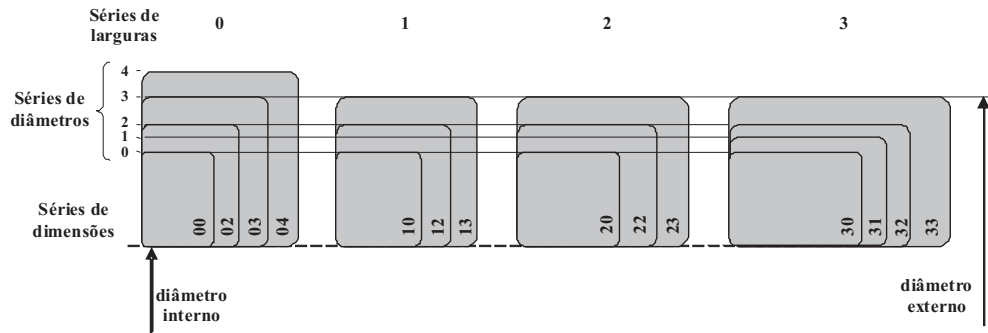


Figura 4.9: Padronização básica da AFBMA (Fonte: [45]).

Os rolamentos são identificados por um número de dois algarismos denominado código das séries de dimensões. O primeiro algarismo corresponde a série de larguras (0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6). O segundo algarismo é da série de diâmetros (externo) (8, 9, 0, 1, 2, 3, e 4). As séries 02 e 03 são as mais usadas na indústria.

A maioria das especificações ou designações dos rolamentos consiste de um número de cinco algarismos, com cada algarismo contendo certa informação, conforme exemplificado na figura 4.10. Vale observar que a definição do furo segundo este esquema é válido para diâmetros entre 20 e 480 mm, inclusive.

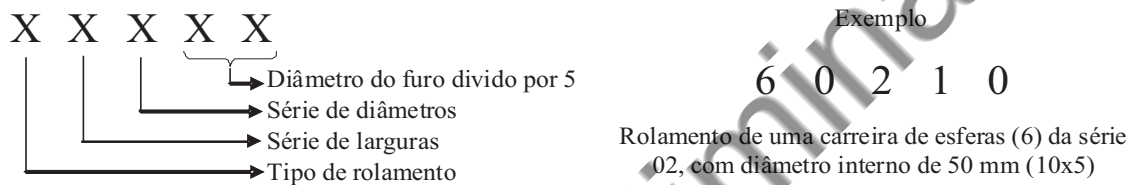


Figura 4.10: Designação usual de rolamentos.

A figura 4.11 mostra alguns exemplos de padronização de rolamentos da linha da NSK.

Duas carreiras de esfera de contato angular	Autocompensadores de esferas	Autocompensadores de rolos	De rolos cônicos	Rígidos de duas carreiras de esferas	Rígidos de uma carreira de esferas	Rígidos de contato angular
0	1	2	3	4	6	7
(0)32	1(1)0	239	329	4(2)2	618	7(0)2
(0)33	1(0)2	230	320	4(2)3	619	7(0)3
	(1)22	240	330		6(0)0	
	1(0)3	231	331		6(0)1	
	(1)23	241	302		6(0)2	
	112	222	322		6(0)3	
		232	332		6(0)4	
		213	303			
		223	313			
			323			

Figura 4.11: Alguns modelos padronizados da NSK.

Existem algumas particularidades com relação a nomenclatura dos rolamentos que devem ser observadas pelo engenheiro projetista.

Para rolamentos fixos de uma carreira de esferas pequenos e miniaturas (diâmetros na faixa de 1 a 9 mm) o número de identificação é composto de três dígitos, sendo que o último define a dimensão do furo em mm, como por exemplo:

- **601** - Corresponde a um rolamento de esferas com furo de 1 mm de diâmetro;
- **602** - Corresponde a um rolamento de esferas com furo de 2 mm de diâmetro;
- **609** - Corresponde a um rolamento de esferas com furo de 9 mm de diâmetro.

Para rolamentos com furo interno de diâmetro de 10, 12, 15 e 17 mm, a regra é fixa para qualquer tipo de rolamento:

- **xx00** - Corresponde a um rolamento com furo de 10 mm de diâmetro;
- **xx01** - Corresponde a um rolamento com furo de 12 mm de diâmetro;
- **xx02** - Corresponde a um rolamento com furo de 15 mm de diâmetro;
- **xx03** - Corresponde a um rolamento com furo de 17 mm de diâmetro.

Para rolamentos com maiores do que à 480 mm, após a série dimensional, acrescenta-se a dimensão do rolamento em *mm* precedido de uma barra:

- **xx/500** - Corresponde a um rolamento com furo de 500 mm de diâmetro;
- **xx/710** - Corresponde a um rolamento com furo de 710 mm de diâmetro;
- **xx/1060** - Corresponde a um rolamento com furo de 1060 mm de diâmetro

Existem algumas formas de proteger as trilhas onde rolam os elementos rolantes. A mais comum delas é a adoção de placas, conforme mostradas na figura 4.12. São elas:

- **placa de proteção Z**: é encaixada numa ranhura do anel externo;
- **placa de proteção LZ**: é encaixada numa ranhura de anel externo, formando um vão com o anel interno, sem rebaixo;
- **placa RS**: constituída por uma lâmina de aço e um lábio de borracha sintética, formando um vedador de contato.

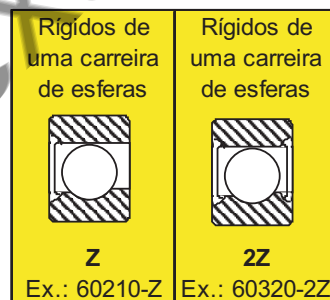


Figura 4.12: Modelos de proteção dos rolamentos da NSK e nomenclatura adotada.

Um importante elemento na definição do rolamento é a capacidade de carga dinâmica (figura 4.13). “A carga dinâmica é uma expressão da capacidade de carga de um rolamento, baseado numa carga constante a qual o rolamento pode sustentar durante 1 milhão de revoluções (vida

básica nominal)” [38]. Para os rolamentos radiais, o valor da carga é na direção radial, ao passo em que para os axiais, este valor de carga é para as cargas na direção axial.

Diâmetro interno [mm]	Diâmetro externo [mm]	Largura [mm]	Raio do filete [mm]	Diâmetro dos ressaltos [mm]		Capacid. dinâmica de carga [kN]
				eixo d_s	suporte d_H	
10	30	9	0,6	12,5	27	3,58
12	32	10	0,6	14,5	28	5,21
15	35	11	0,6	17,5	31	5,87
17	40	12	0,6	19,5	34	7,34
20	47	14	1,0	25	41	9,43
25	52	15	1,0	30	47	10,8
30	62	16	1,0	35	55	14,9
35	72	17	1,0	41	65	19,8
40	80	18	1,0	46	72	22,5
45	85	19	1,0	52	77	25,1
50	90	20	1,0	56	82	26,9
55	100	21	1,5	63	90	33,2
60	110	22	1,5	70	99	40,3
...	...	...	...	...	...	...
95	170	32	2,0	110	156	83,7

Figura 4.13: Capacidade de carga dinâmica dos rolamentos da NSK.

Selecionando um tipo de mancal de rolamento

Ao selecionar um rolamento para uma aplicação, devemos nos ater a dois processos sucessivos e complementares, a seleção do tipo do rolamento e o dimensionamento do mesmo.

Ao selecionar um rolamento para uma aplicação, devem ser considerados os seguintes pontos:

- Espaço disponível;
- Carga;
- Rotação;
- Ruído;
- Torque;
- Rigidez;
- Desalinhamento dos anéis;
- Instalação e remoção.

Iremos agora abordar cada tópico destes de forma individual.

Espaço disponível

Na maioria das vezes o espaço disponível para os rolamentos é limitada e é definida em sua grande maioria pelo eixo ou árvore onde ele será fixado. Assim, os rolamentos são selecionados com base no diâmetro do cubo do anel interno, como mostrado na figura 4.14.

Deve-se observar também o diâmetro externo e a largura do rolamento. Na maioria dos casos o mancal é o elemento que obriga a um reprojetado do eixo ou árvore.

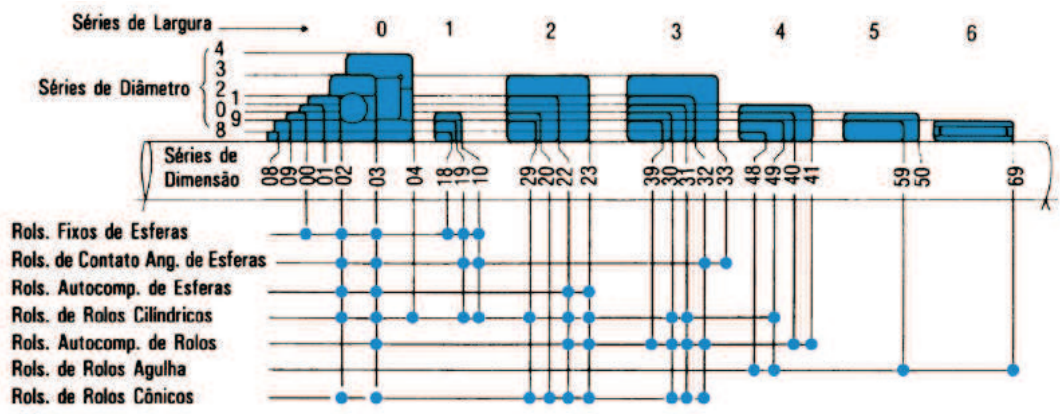


Figura 4.14: Seleção do cubo dos rolamentos.

Carga

As capacidades dos rolamentos suportarem cargas radiais e axiais, quando comparadas separadamente pelos tipos de rolamentos, são geralmente indicadas pelos fabricantes, como a tabela da figura 4.15.

Tipo de Rolamento	Cap. de Carga Radial				Cap. de Carga Axial			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Fixo de uma Carreira de Esferas	1				1			
Contato Angular de uma Carreira de Esferas	1	1			1	1		
Rolos Cilíndricos	1	1	1					
Rolos Cônicos	1	1	1	1				
Autocompensador de Rolos	1	1	1	1	1	1		

Figura 4.15: Capacidade de carga dos diferentes tipos de rolamento.

Quando se comparam rolamentos da mesma série de dimensão, a capacidade do rolamento de rolos é maior em relação ao rolamento de esferas.

Rotação

A rotação do rolamento tem influência direta no seu aquecimento, pois quanto maior o seu valor, maior o atrito entre os elementos do rolamento.

A rotação máxima permitida nos rolamentos, além de variar pelo tipo, difere em função da dimensão, do tipo e material da gaiola, da carga no rolamento, do método de lubrificação, das condições de refrigeração.

Por apresentarem pouco atrito, face a pequena área de contato com os anéis, os rolamentos radiais de esferas e os de contato angular de esferas são os mais recomendados para altas velocidades.

Ruído

Quando o ruído é um importante elemento na determinação da solução para o mancal de rolamento, os fixos de esferas são os mais indicados, como ocorre nos motores elétricos e instrumentos de medição.

Torque

Neste caso também, quando o torque desejado é pequeno, os rolamentos fixos de esferas já apresentam uma excelente indicação.

Rigidez

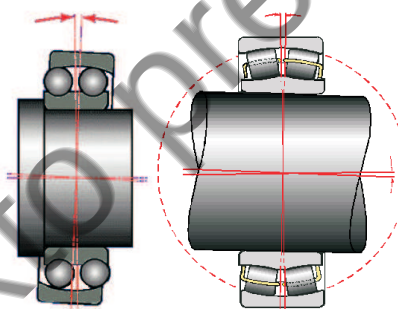
Devido à necessidade de aumentar a rigidez do rolamento juntamente com a rigidez do eixo, como no caso de árvores em máquinas-ferramentas, é comum a seleção de rolamentos de rolos, em razão da menor deformação pela carga, comparado com os rolamentos de esferas.

Desalinhamento dos anéis

Podem ocorrer desalinhamentos entre o anel interno e o anel externo do rolamento, devido à alguns fatores, como:

- Flexão do eixo em função da carga;
- Imprecisão do eixo e alojamento; ou
- Instalação deficiente ou inadequada.

Quando grandes desalinhamentos são previstos, devem ser selecionados os tipos de rolamentos com capacidade de auto-alinhamento, como os autocompensadores de esferas e os autocompensadores de rolos esféricos, como mostrado na figura 4.16. A escolha entre um ou outro se dará em função da carga!



Fonte: Adaptado de NSK (2003)

Figura 4.16: Exemplo de desalinhamento de eixo.

Instalação e remoção

Os tipos de rolamentos que tem os anéis interno e externo separáveis, como os rolamentos de rolos cilíndricos, de rolos de agulhas e de rolos cônicos, apresentam maior facilidade na instalação e remoção.

Estes tipos de rolamentos são apropriados para máquinas que tenham a instalação e a remoção do rolamento com relativa frequência, em função da inspeção periódica, por exemplo.

É interessante também avaliar a disposição dos mancais de rolamento de um eixo. A maioria dos fabricantes em seus catálogos de produto fornecem alguns exemplos de possíveis combinações em função da natureza e da magnitude das cargas, como pode ser visto na figura 4.17.

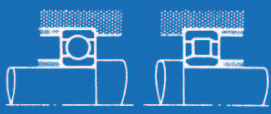
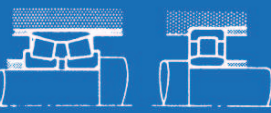
Disposição dos Rolamentos		Observação	Exemplos de Aplicações (referência)
Lado fixo	Lado livre		
		- Disposição básica em que não ocorre a incidência de carga axial anormal, mesmo que haja dilatação ou contração do eixo. - Adequado para uso em altas rotações quando a deficiência na instalação for pequena.	Motores elétricos de porte médio, ventiladores industriais, etc.
		- Utilizados em casos de cargas relativamente elevadas. - O arranjo costa a costa é usado para obter rigidez no rolamento de lado fixo. - A precisão do eixo e alojamento deve ser melhorada, necessitando-se também, diminuir a deficiência na instalação.	Mesa de rolos em usinas siderúrgicas, fusos de tornos, etc.

Figura 4.17: Exemplos de disposição de mancais de rolamentos.

Dimensionamento dos mancais de rolamento

Na definição das dimensões do rolamento devem ser considerados dois critérios principais, a sua **capacidade de carga** e a **vida do rolamento**. Começaremos o processo adotando o procedimento sugerido pela FAG [16]. Muito embora os fabricantes adotem diferentes métricas para determinar vida e carga, os princípios e conceitos adotados são muito próximos, variando apenas alguns parâmetros.

Definindo a carga do rolamento para carregamento estático

Com relação a carga, os rolamentos podem ser carregados estaticamente e com carga variável ao longo do tempo. O leitor pode se perguntar porque estática, se o princípio do uso do rolamento se baseia no movimento relativo entre duas peças. Em função do desgaste para movimentos muito lentos, menores do que 10 rpm [16], o carregamento pode ser considerado estático e o principal modo de falha passa a ser a plastificação das pistas ou mesmo dos elementos rolantes. Neste caso, adota-se um fator de esforço estático (f_s) para determinar a capacidade de carga estática do rolamento (C) tal que:

$$C = F_e \times f_s \quad (4.1)$$

A FAG sugere como fatores de esforço estático os dados pela tabela:

Tabela 4.1: Fatores de esforço estático

Valor de f_s	Amplitude da carga
1,5 a 2,5	Cargas elevadas
1,0 a 1,5	Cargas ordinárias
0,7 a 1,0	Cargas Leves

Para um funcionamento mais suave, deve-se adotar valores maiores do fator de esforço estático.

A carga equivalente será radial para rolamentos radiais e axial para rolamentos axiais, todavia se houver a combinação dos dois tipos de carregamento, deve-se adotar uma fórmula que permita a proporcionalidade entre eles, dada pela equação 4.2:

$$F_e = X_0 \dot{F}_r + Y_0 \dot{F}_a \quad (4.2)$$

Tal que: F_r é a carga radial no mancal, F_a é a carga axial no mancal, X_0 e Y_0 são fatores de carga radial e axial, função do rolamento, dados pela tabela 4.2 para alguns tipos:

Tabela 4.2: Fatores radial e axial para definição da carga equivalente

Tipo de rolamento	X_0	Y_0
Fixo de esferas ($F_a/F_r \leq 0,8$)	1	0
Fixo de esferas ($F_a/F_r > 0,8$)	0,6	0,05
De esfera de contato angular individual ¹ $F_a/F_r \leq 1,9$	1	0
De esfera de contato angular individual ¹ $F_a/F_r > 1,9$	0,5	0,26
De esfera autocompensador ²	1	1,14 a 4,08
De rolos cilíndricos	1	0
De rolos cônicos individual $F_a/F_r \leq 1/(2Y'_0)$	1	0
De rolos cônicos individual $F_a/F_r > 1/(2Y'_0)$	1	0,4 a 1,45
Autocompensador de rolos ³	1	1,46 a 3,92

Definindo a carga do rolamento para carregamento variável ao longo do tempo

No carregamento variável ao longo do tempo, a vida passa a ser parte importante na seleção de um rolamento. Este na verdade é o item que determinará qual a capacidade de carga dinâmica no processo de seleção, como pode ser visto na sequência.

Definindo a vida do rolamento

Mesmo que utilizado corretamente, ao passar do tempo, o rolamento deixa de desempenhar sua função de forma satisfatória, devido aos desgastes naturais, podendo acarretar:

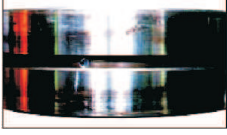
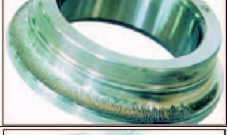
- Aumento de ruído e vibração;
- Redução da precisão pelo desgaste;
- Deterioração da graxa lubrificante; ou
- Escamamento por fadiga na superfície de rolamento.

Durante o funcionamento, os elementos rolantes (esferas, rolos e agulhas) são periodicamente carregados e descarregados, resultando em esforços variáveis cujos módulos dependerão do número de elementos rolantes.

Na análise da operação com rolamentos, há vários modos de falha, que podem ser listados na tabela 4.3.

Nenhum rolamento tem vida infinita. Os rolamentos podem ser protegidos contra agentes agressores do ambiente (como poeira), por meio da correta lubrificação, mas não se pode anular o processo de fadiga, porque a carga de trabalho é de natureza periódica. Somado a isto, o efeito de contato cria a situação propícia para o surgimento de micro trincas que levarão à falha do rolamento.

Tabela 4.3: Falhas em rolamentos

Modo de falha	Exemplo	Descrição
Desgaste		Desgaste por deficiência de lubrificação, o que promove além da folga exagerada o aspecto reluzente das superfícies
		Desgaste por partículas abrasivas o que promove remoção de material das pistas, sendo mais pronunciado nas pontas dos rolos e nas gaiolas.
		Desgaste por patinação caracterizado por sulcos no exterior do rolamento e é provocado por pequenos engripamentos de rolos ou esferas, causado por partículas estranhas ou falta de lubrificação.
Fadiga		Descascamento em forma de geada, revelando fadiga por carga excessiva.
		Descascamento parcial revelando fadiga por desalinhamento.
Falhas mecânicas		Rachaduras e fraturas resultantes geralmente de aperto do anel sobre o eixo ou devido a sobrecargas.

A *Timken Company* utiliza como critério de falha o descascamento ou o enrugamento de uma área de $6,45 \text{ mm}^2$ ($0,01 \text{ pol}^2$). Porém, a vida útil pode exceder este ponto.

A vida nominal é um termo definido pela DIN 281 e utilizado pela maioria dos fabricantes de rolamentos no mundo, como SKF, TNT, FAG e NSK, por exemplo.

A vida nominal de um grupo de mancais de rolamento, aparentemente idênticos, é definida como o número de revoluções, ou de horas a uma determinada velocidade constante, na qual 90% deles completarão ou excederão até ocorrer o critério de falha. Utiliza-se, também, os termos Vida mínima e Vida L_{10} .

A vida mediana, corresponde a algum ponto entre 4 a 5 vezes a vida L_{10} , como pode ser observado na representação esquemática da figura 4.18.

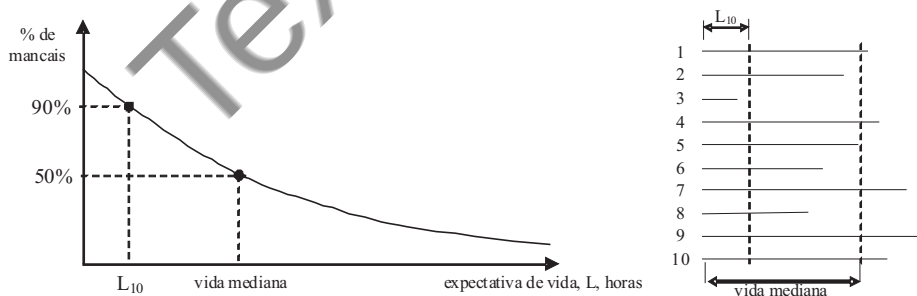


Figura 4.18: Definição da vida mediana

Se a máquina é montada com um total de N mancais, cada qual tendo a mesma confiabilidade R , então a confiabilidade do grupo, será:

$$R_N = (R)^N \quad (4.3)$$

Suponha-se que se tenha uma caixa de redução de engrenagens consistindo de seis mancais, todos carregados de forma que as vidas L_{10} sejam iguais. Como a confiabilidade de cada mancal é de 90%, aplicando a equação 4.3, a confiabilidade do conjunto será:

$$R_6 = (0.9)^6 = 0,531 \quad (4.4)$$

Este resultado indica a necessidade de se selecionar rolamentos com confiabilidades maiores do que 90%. Assim, é necessário encontrar uma equação que relacione vida e confiabilidade para determinar qual o rolamento a ser utilizado.

A distribuição de falhas de rolamentos segue aproximadamente a distribuição de Weibull, que é uma distribuição de probabilidade contínua, utilizada em engenharia sendo particularmente útil no estudo de falhas por fadiga e na estimativa de tempo de vida.

Nas aplicações de rolamentos considera-se a seguinte equação:

$$R = e^{-\left(\frac{L}{m \cdot L_{10}}\right)^b} \quad (4.5)$$

Para L a vida de projeto em horas, L_{10} vida nominal em horas, m constante de escala e b expoente de Weibull.

Pode-se encontrar a constante de escala (m) e o expoente de Weibull (b), se dois pontos da curva de expectativa de vida forem conhecidos. Por definição, considerando os seguintes pontos, temos:

$$L = L_{10} \quad R = 0,90 \quad L = 5L_{10} \quad R = 0,50 \quad (4.6)$$

Para o ponto 1, a equação 4.5, fornece:

$$\begin{aligned} 0,90 &= e^{-\left(\frac{1}{m}\right)^b} \\ -0,105361 &= -\frac{1}{m^b} \\ m^b &= 9,491178 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para o ponto 2, a equação 4.5, fornece:

$$\begin{aligned} 0,50 &= e^{-\left(\frac{5 \cdot L_{10}}{m \cdot L_{10}}\right)^b} \\ -0,693147 &= -\left(\frac{5}{m}\right)^b \end{aligned} \quad (4.8)$$

Pegando o valor de m^b da equação 4.7 e colocando na equação 4.8 teremos:

$$5^b = 9,49117 \cdot 0,693147 \quad (4.9)$$

$$b = 1,17$$

Uma vez definido o expoente de Weibull, pegando a equação 4.7, teremos como valor para a constante de escala:

$$m^b = 9,491178$$

$$m^{1,17} = 9,491178 \quad (4.10)$$

$$m = 6,84$$

E assim, podemos reescrever a equação 4.5 de confiabilidade dos rolamentos em função da vida como:

$$R = e^{-\left(\frac{L}{6,84 \cdot L_{10}}\right)^{1,17}} \quad (4.11)$$

Exemplo de aplicação

Um determinado mecanismo requer que um rolamento dure 1.800 h, com confiabilidade de 99%. Qual deve ser a vida nominal do rolamento selecionado para essa aplicação?

$$\begin{aligned}
 R &= e^{-\left(\frac{L}{6,84 \cdot L_{10}}\right)^{1,17}} \\
 0,99 &= e^{-\left(\frac{1.800}{6,84 \cdot L_{10}}\right)^{1,17}} \\
 -0,010050 &= -\frac{678,7}{L_{10}^{1,17}} \\
 L_{10} &= 13,4 \times 10^3 \text{ horas}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Definindo a capacidade de carga

Experiências demonstram que dois grupos de mancais idênticos, testados com diferentes carregamentos F_1 e F_2 , terão vidas respectivas L_1 e L_2 , segundo a relação:

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^a \tag{4.13}$$

Para $a = 3$ quando se tratar de mancais de esferas e $a = 10/3$ para os demais mancais de rolamento.

A AFBMA estabeleceu uma carga nominal padrão para mancais onde a velocidade não é considerada. Este valor é denominado capacidade dinâmica de carga C para uma vida de 1 milhão de revoluções.

Da equação 4.13 podemos admitir duas situações: a primeira é que dado o valor de vida de 1 milhão de revoluções, a capacidade dinâmica de carga será igual a C , e dado o valor de vida nominal L_{10} a carga será F . Assim, a equação 4.13 passa a ser escrita como:

$$\frac{L_{10}}{1} = \left(\frac{C}{F}\right)^a \tag{4.14}$$

Que pode ser reescrita na forma:

$$C = F \cdot \sqrt[a]{L_{10}} \tag{4.15}$$

Para L_{10} a vida nominal em milhões de revoluções, dada uma carga equivalente F qualquer. Alguns fabricantes especificam a capacidade dinâmica de carga C para uma certa velocidade angular (em rpm) e certa vida nominal (L_{10}), em horas.

A Tinken⁴, por exemplo, fornece tabelas de cargas para 3.000 h de vida L_{10} a 500 rpm. Para este caso, reescreve-se a equação 4.15, da seguinte forma:

$$C_R = F \left[\frac{L_D \cdot n_D}{L_R \cdot n_R} \right]^{\frac{1}{a}} \tag{4.16}$$

Dado que: C_R é a capacidade de carga para L_R em horas de vida nominal (L_{10}) a n_R rotações (carga de catálogo). F é a carga radial atuante no mancal para uma vida L_D desejada (em horas) a n_D rotações (de projeto).

De forma mnemônica, $R \rightarrow$ de catálogo (*REFERENCE*), $D \rightarrow$ de projeto (*DESIGN*).

⁴Ver: <http://www.timken.com/>

Tabela 4.4: Fatores radial e axial para definição da carga dinâmica equivalente

Tipo de rolamento	X_0	Y_0
De esfera de contato angular individual ($F_a/F_r \leq 1,14$) ⁵	1	0
De esfera de contato angular individual ($F_a/F_r > 1,14$) ⁶	0,35	0,57
De esfera autocompensador ($F_a/F_r \leq e$) ⁷	1	1,14 a 4,08 ⁸
De esfera autocompensador ($F_a/F_r > e$)	0,65	1,14 a 4,08 ⁸
De rolos cônicos individual ($F_a/F_r \leq e$) ⁹	1	0
De rolos cônicos individual ($F_a/F_r > e$) ⁹	0,4	0,4 a 1,45

Tabela 4.5: Carga Dinâmica Equivalente para rolamentos de rolos cilíndricos

Série	Relação de carga	Carga dinâmica equivalente
19, 10, 2, 2E, 3, 3E	$F_a/F_r \leq 0,11$	$F = F_r$
	$F_a/F_r > 0,11$	$F = 0,93F_r + 0,69F_a$
29V, 22,22E, 23, 23E, 23 VH	$F_a/F_r \leq 0,17$	$F = F_r$
	$F_a/F_r > 0,17$	$F = 0,93F_r + 0,45F_a$
30V	$F_a/F_r \leq 0,23$	$F = F_r$
	$F_a/F_r > 0,23$	$F = 0,93F_r + 0,33F_a$
50B, 50C	$F_a/F_r \leq 0,08$	$F = F_r$
	$F_a/F_r > 0,08$	$F = 0,96F_r + 0,5F_a$

Capacidade dinâmica de carga

A SKF e a FAG por exemplo, classificam seus mancais para um milhão de revoluções de vida nominal, de modo que a quantidade $L_R \cdot n_R = 10^6$ rev, seguindo a norma DIN 281.

A partir da equação 4.11, podemos isolar L_{10} na unidade de 1 milhão de ciclos, de forma que:

$$L_{10} = \frac{L}{6,84} \frac{1}{[\ln(1/R)]^{1/1,17}} \quad (4.17)$$

Inserindo este valor de L_{10} na equação 4.15, encontra-se a capacidade dinâmica de carga correspondente a qualquer vida L por milhões de ciclos com determinada confiabilidade R , dada por:

$$C_R = F \left[\frac{L}{6,84} \frac{1}{[\ln(1/R)]^{1/1,17}} \right]^{1/a} \quad (4.18)$$

Todavia, a carga equivalente F precisa ser definida em função do tipo de carregamento ao qual o mancal é submetido, e assim cabe o questionamento que foi feito anteriormente sobre o peso da parcela radial e da parcela axial. Assim, a carga dinâmica equivalente F é agora definida como:

$$F = X_0 \dot{F}_r + Y_0 \dot{F}_a \quad (4.19)$$

Tal que: F_r é a carga radial no mancal, F_a é a carga axial no mancal, X_0 e Y_0 são fatores de carga radial e axial, função do rolamento, dados pela tabela 4.4 para alguns tipos:

Os rolamentos de rolos cilíndricos seguem a definição da carga dinâmica equivalente mostrado na tabela 4.5, em função da série e da relação F_a/F_r que não deve passar de 0,4.

Os rolamentos rígidos de esfera apresentam um cálculo mais complexo da carga dinâmica equivalente, sendo sugerido a leitura detalhada dos catálogos de fabricantes.

Exemplo de aplicação

Como exemplo de aplicação, considere a seleção de mancais de rolamentos da série 02 para o eixo indicado na figura 4.19 (corresponde ao problema 10.5 [45]), e sob as seguintes condições:

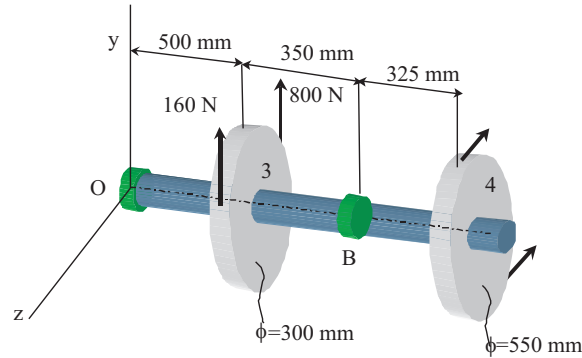


Figura 4.19: Exemplo de dimensionamento de rolamento.

- tensão no ramo frouxo da polia 4 é 20% da tensão no ramo tenso;
- A árvore gira a 840 rpm;
- Os rolamentos radiais de esferas a serem selecionados, para os pontos O e B, devem apresentar confiabilidade (R) de 99%, correspondendo à vida (L) de projeto de 24.000 horas.

Primeiramente deveremos avaliar o torque do sistema para poder definir as forças na polia 4, assim, na polia 3, teremos:

$$T_3 = (800 - 160) \cdot \frac{0,300}{2} = 96 Nm \quad (4.20)$$

Na polia 4,

$$T_4 = (F_1 - F_2) \cdot \frac{0,550}{2} = 96 Nm \quad (4.21)$$

Dos dados do problema, sabe-se também que:

$$F_2 = 0,2 \cdot F_1 \quad (4.22)$$

Assim, substituindo a equação 4.22 na equação 4.21, teremos:

$$0,8 \cdot F_1 \cdot \frac{0,55}{2} = 96 Nm \quad (4.23)$$

O que fornece:

$$\begin{aligned} F_1 &= 436 N \\ F_2 &= 87 N \end{aligned} \quad (4.24)$$

Aplicando os conceitos de estática podemos determinar as reações nos mancais (pontos O e B da árvore), dados conforme a figura 4.20:

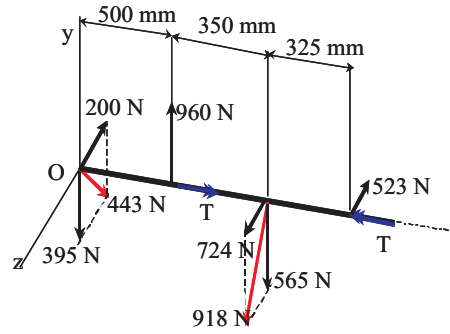


Figura 4.20: Reações nos mancais.

Ou Seja, as cargas nos mancais são:

$$\begin{aligned} F_0 &= 443N \\ F_B &= 918N \end{aligned} \quad (4.25)$$

Passando a estimativa de vida para rotações, teremos:

$$\begin{aligned} L &= 60 \cdot n \cdot L_h \\ L &= 60 \cdot 840 \cdot 24000 \\ L &= 1,21 \times 10^9 \text{rot.} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Aplicando a equação 4.17 para definir a vida nominal para os mancais, teremos:

$$\begin{aligned} L_{10} &= \frac{1,21 \times 10^9}{6,84} \frac{1}{[\ln(1/0,99)]^{1/1,47}} \\ L_{10} &= 9,02 \times 10^9 \text{rot} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Aplicando a equação 4.15 podemos calcular a capacidade dinâmica de carga para a vida em milhões de rotações dada como:

$$\begin{aligned} C &= F \cdot \sqrt[3]{9,02 \times 10^3} \\ C &= 20,81F \end{aligned} \quad (4.28)$$

Assim aplicando a equação 4.28, para o mancal 0, teremos, dado que F_0 é dado pela equação 4.25.

$$\begin{aligned} C_0 &= 20,81 \cdot 443 \\ C_0 &= 9,2kN \end{aligned} \quad (4.29)$$

e da mesma forma, para o mancal B:

$$\begin{aligned} C_B &= 20,81 \cdot 918 \\ C_B &= 19,1kN \end{aligned} \quad (4.30)$$

Assim, da tabela 11-2, página 546 [46], podemos perceber que para rolamentos de esferas da série 02, dada uma capacidade dinâmica de carga, recomenda-se para o mancal 0 o diâmetro de 17 mm e de 35 mm para o mancal B.

Cargas nos rolamentos

As cargas nos rolamentos geralmente estão associadas à: massa do corpo sustentado pelo rolamento, massa do próprio corpo em rotação, força de transmissão das engrenagens e correias, e cargas de origem no trabalho da máquina.

Muitas máquinas são sujeitas a vibrações e choques durante o funcionamento, o que dificulta obter com exatidão a totalidade das cargas atuantes no rolamento. Isto nos faz necessitar de fatores de correção de carga ou coeficientes de carga, que possibilitem de forma empírica, estipular o seu valor real.

As cargas que atuam efetivamente nos rolamentos são, em função das vibrações e choques nas máquinas, maiores que as calculadas. Essas cargas podem ser obtidas pelas equações seguintes:

$$\begin{aligned} F_r &= f_w \cdot F_{rc} \\ F_a &= f_w \cdot F_{ac} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Dado que F_r e F_a são as forças radial e axial corrigidas, f_w o coeficiente de carga, F_{rc} e F_{ac} as forças radial e axial teóricas. A tabela 4.6 mostra os fatores de carga propostos por [46].

Tabela 4.6: Fatores de carga para rolamentos.

Coeficiente de carga - Tipo de Aplicação(Fonte: [46])	Fator de carga
Engrenamento de precisão	1,0 - 1,1
Engrenamento comercial	1,1 - 1,3
Aplicações com rolamentos selados	1,2
Máquinas sem carga de choque	1,0 - 1,2
Máquinas com carga de choque pequeno	1,2 - 1,5
Máquinas com carga de choque médio	1,5 - 3,0

Com relação a vida dos rolamentos, alguns autores recomendam valores em horas como critério de projeto. Shigley [46], recomenda alguns valores como mostrado na tabela 4.7.

Tabela 4.7: Valores de vida

Tipo de aplicação	vida em 1.000 h
Instrumentos e aparelhos de pouco uso	Até 0,5
Motores de aviões	0,5 - 2
Máquinas para operação curta ou intermitente onde a interrupção do serviço é de pouca importância	4 - 8
Máquinas para serviço intermitente onde é muito importante uma operação confiável	8 - 14
Máquinas para 8 h de serviço diário nem sempre utilizadas inteiramente	14 - 20
Máquinas para 8 h de serviço diário, utilizadas inteiramente	20 - 30
Máquinas para serviço contínuo de 24 h	50 - 60
Máquinas para serviço contínuo de 24 h onde a confiabilidade é de extrema importância	100 - 200

Exemplo de aplicação

Um rolamento fixo de uma carreira de esferas é submetido a uma carga radial $F_r = 5$ kN e a uma carga axial $F_a = 3$ kN. O rolamento deve funcionar 20.000 horas a uma velocidade de 530 rpm com uma confiabilidade de 95%. Pede-se para selecionar rolamentos da série 02 e 03 para essas condições.

Passando a estimativa de vida de horas para rotações, teremos:

$$L = 60 \cdot n \cdot L_h$$

$$L = 60 \cdot 530 \cdot 20.000 \quad (4.32)$$

$$L = 636 \times 10^6 \text{ rot.}$$

Da equação 4.11, temos:

$$0,95 = e^{-\left(\frac{636 \times 10^6}{6,84 \cdot L_{10}}\right)^{1,17}} \quad (4.33)$$

$$L_{10} = 1,178 \times 10^9 \text{ rot.}$$

Para aplicar a equação 4.15 necessitamos primeiramente avaliar a carga, que neste caso será equivalente. Aplicando os valores da tabela 4.4, temos $X_1 = 1$, $Y_1 = 0$, $X_2 = 0,5$ e $Y_2 = 1,4$.

Utilizando a equação 4.2, chegamos a:

$$F_{e1} = 1 \cdot 5 + 0 \cdot 3 = 5kN$$

$$F_{e2} = 0,5 \cdot 5 + 1,4 \cdot 3 = 6,7kN \quad (4.34)$$

Com a carga equivalente (6,7 kN) e a vida em $1,178 \times 10^3$ milhões de ciclos, a equação 4.15 fornece:

$$C = F \cdot \sqrt[3]{1,178 \times 10^3}$$

$$C = 10,565 \cdot F_e \quad (4.35)$$

$$C = 70,75kN$$

Assim, da tabela 11-2, p. 546 [46], para série 02, podemos utilizar um rolamento com diâmetro interno de 85 mm e para série 03, com rolos cilíndricos, da tabela 11-3, p. 547 [46] o diâmetro será de 45 mm.

Montagem de rolamentos

Na montagem, devem ser tomados os seguintes cuidados:

- Verificar se as dimensões do eixo e cubo estão corretas;
- Usar o lubrificante recomendado pelo fabricante;
- Remover as rebarbas do eixo;
- No caso de reaproveitamento do rolamento, ele deve ser lavado e lubrificado imediatamente, para evitar oxidação;
- Não usar estopa nas operações de limpeza; e
- Trabalhar em ambiente livre de pó e umidade.

Considerações finais

Os fabricantes disponibilizam vasta bibliografia e referências sobre rolamentos, desde o projeto, passando pela montagem, desmontagem, manutenção, fabricação, etc, sendo uma importante fonte de conhecimento para o engenheiro.

Os fabricantes também fornecem dados sobre limites de rotação que os mancais podem ser submetidos e os fatores de correção para determinadas condições de utilização, de maneira a corretamente identificar o melhor rolamento para o uso projetado.

Para conseguir ter acesso a estas informações, hoje muitos dados são obtidos na Internet, no site dos fabricantes, que geralmente disponibilizam catálogos e manuais de cálculo, operação, montagem e manutenção de rolamentos.

Na seleção do tamanho do rolamento, dependendo das condições de utilização, deve-se analisar a capacidade estática de carga C_o , a qual também é fornecida pelos fabricantes.

4.2 Mancais de escorregamento

Definições

O conceito de mancal surge do movimento relativo entre duas partes. Os mancais de escorregamento também são conhecidos como mancais planos [36] ou radiais [46]. Diferentemente do que ocorre com os mancais de rolamento, nos de escorregamento existe um munhão que gira dentro de uma bucha através do cisalhamento de um filme de lubrificante que preenche a folga diametral.

A lubrificação, que é a introdução no mancal de substâncias com determinadas propriedades entre as superfícies em movimento, além de permitir o movimento relativo, reduz o atrito, o desgaste e o aquecimento do conjunto. Devemos observar que a propriedade mais importante a ser estudada na lubrificação é a viscosidade do fluido.

Lubrificação

Como falado anteriormente, o objetivo da lubrificação é reduzir o atrito, o desgaste e o aquecimento de peças que têm movimento relativo entre si.

ATRITO: é a ação de resistência ao movimento que existe quando um objeto sólido é movido tangencialmente em relação à superfície de um outro objeto com o qual está em contato.

Da mecânica clássica, a força de atrito (F_a) é proporcional à força normal entre as superfícies (N), e independente da área aparente de contato ou seja,

$$F_a = \mu \cdot N \quad (4.36)$$

Para μ o coeficiente de atrito.

Teoria da adesão

Quando dois materiais sólidos são colocados em contato, em função da rugosidade superficial, algumas regiões de suas faces estarão muito próximas, enquanto outras ficarão afastadas, com uma região livre entre elas, como mostrado na figura 4.21;

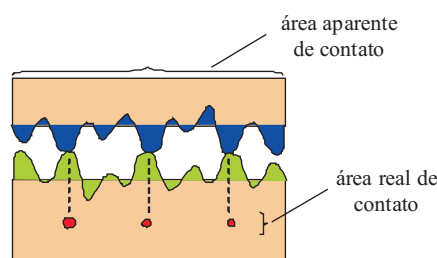


Figura 4.21: Interface das superfícies.

Toda a interação acontece nas regiões entre as superfícies em que ocorre contato átomo a átomo, que são chamadas de junções. A soma das áreas das junções constituem a área real de contato, diferente da área aparente, que teoricamente estaria em contato direto.

Teoria simplificada (Bowden e Tabor)

Conforme mostrado na figura 4.21, a área real de contato é pequena e a pressão nas asperezas em contato é suficientemente elevada para causar a plastificação do material.

Esta deformação plástica (escoamento do material) ocasiona um aumento progressivo na área real de contato até que esta seja suficiente para suportar a carga.

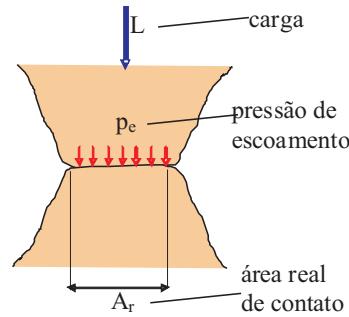


Figura 4.22: Teoria de Bowden e Tabor.

Da figura 4.22 podemos dizer que a carga (L) será o produto da área real (A_r) pela pressão de escoamento do material (p_e):

$$A_r \cdot p_e = L \quad (4.37)$$

Dado que τ_e é a tensão proveniente da força por unidade da área de contato necessária para cisalhar as junções, então, inserindo o valor de A_r dado pela equação 4.37, tem-se:

$$F = \tau_e \cdot A_r = \tau_e \cdot \frac{L}{p_e} = \mu \cdot L \quad (4.38)$$

$$\mu = \frac{\tau_e}{p_e}$$

Observe que a força (F) é de cisalhamento, ao passo em que a força (L) é normal. Além disso, a equação 4.38 comprova que o atrito independe da área de contato.

Interessante também comentar que a relação τ_e/p_e , é praticamente constante para vários metais, de tal forma que podemos admitir que o coeficiente de atrito varia pouco para uma gama ampla de metais.

Para **metais duros**, a pressão de escoamento é elevada, a área de contato é pequena e a tensão de cisalhamento elevada.

Nos **materiais moles**, a pressão de escoamento e a tensão de cisalhamento são baixas e as áreas de contato elevadas.

Desgaste

Podemos definir o desgaste como: “... as indesejáveis e cumulativas mudanças em dimensões motivadas pela remoção gradual de partículas discretas de superfícies em contato e com movimento relativo, devido predominantemente, a ações mecânicas ” [33].

O desgaste é um processo inerente a alguns componentes mecânicos e depende de alguns fatores como: os materiais colocados em contato, o valor da carga no contato das superfícies, o tipo de movimento entre as superfícies e a velocidade entre elas, a presença e tipo de lubrificante, a temperatura de operação e o acabamento de superfície.

O desgaste é um dos principais motivadores das falhas mecânicas e pode ser dividido em subcategorias, que são:

- desgaste por adesão;
- desgaste por abrasão;
- desgaste corrosivo e
- desgaste por fadiga superficial.

Vamos aqui estudar os dois primeiros visto que o terceiro é estudado em outra disciplina e o quarto no capítulo 10 quando explicaremos sua aplicação em engrenagens.

Desgaste por adesão

O desgaste por adesão é também conhecido como descamação e ocorre basicamente quando duas superfícies são colocadas em contato, sob uma pressão que origina forças de adesão nos picos das asperezas dos materiais. Se as superfícies forem submetidas ao movimento relativo, as junções serão rompidas promovendo arranque de partículas, como pode ser visto na figura 4.23

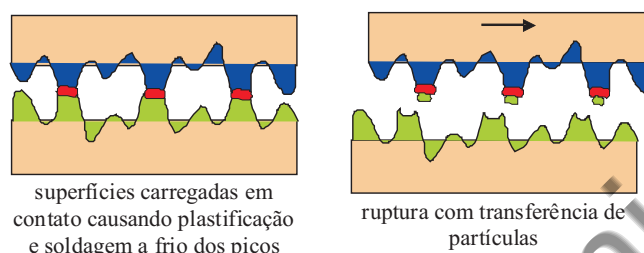


Figura 4.23: Desgaste por adesão.

Desgaste por abrasão

Ocorre quando uma superfície rugosa dura desliza sobre uma superfície mais mole. Neste caso podem ocorrer basicamente dois processos, a fratura do corpo mais mole ou, o riscamento da superfície mais mole, o que acontece na maioria das vezes. Estima-se que este tipo de desgaste é o mais recorrente na Engenharia Mecânica, respondendo por praticamente metade dos processos de desgaste na indústria.

O caso de riscamento da superfície mais mole é mostrado na figura 4.24 e leva ao aumento da rugosidade, podendo gerar sérios problemas de lubrificação. Nesse caso, as superfícies que devem resistir ao desgaste abrasivo necessitam ser mais duras.

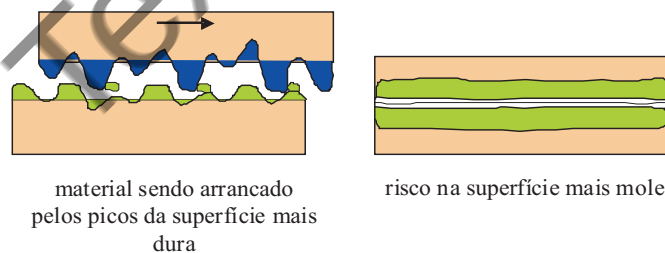


Figura 4.24: desgaste por abrasão.

Em ambos os casos de desgaste comentados anteriormente, ocorre o problema de aquecimento. Parte da energia para movimentar peças é dissipada sob a forma de calor na interface dos corpos em contato, o que se traduz fisicamente na elevação da temperatura.

A geração de calor e elevação da temperatura durante o escorregamento gera dois outros problemas:

- Redução da resistência mecânica dos materiais em contato: os materiais de engenharia geralmente diminuem sua resistência mecânica com o aumento da temperatura, assim, teremos problemas para suportar cargas mais elevadas.
- Deterioração do lubrificante: com o aumento da temperatura os fluidos lubrificantes diminuem sua viscosidade (como será visto na seção 4.2, diminuindo também a sua capacidade de suportar cargas de cisalhamento).

Lubrificantes

Vamos analisar o uso de lubrificantes como o terceiro elemento de um mancal, juntamente com a bucha e com munhão. Neste caso as suas principais funções são:

- controle do atrito;
- controle do desgaste;
- controle da temperatura;
- controle da corrosão.

No **controle do atrito**, o trabalho do lubrificante depende do tipo de lubrificação, que pode se apresentar sob três formas: **fluida**, **mista** e **limite**. Nesse caso a principal contribuição do lubrificante é minimizar as perdas por atrito fluido (perdas pelo cisalhamento interno do lubrificante) que são, por sua vez diretamente associadas à viscosidade do fluido.

A grosso modo, podemos dizer que a inclusão do lubrificante na interface reduz o atrito pois a força de atrito viscoso é muito menor do que as forças de adesão e cisalhamento que teríamos no contato metal-metal.

Na **lubrificação fluida** as superfícies do mancal, que suportam a carga, estão separadas por uma película de lubrificante relativamente espessa de modo a evitar ou prevenir o contato de metal com metal. É chamada também, de lubrificação de filme completo, como visto na figura 4.25, e neste caso o equilíbrio de forças quando se está em regime passa a ser explicado pelas leis da mecânica dos fluidos. Este é o melhor tipo de lubrificação pois o coeficiente de atrito é geralmente muito pequeno (até 0,01 ou menos).

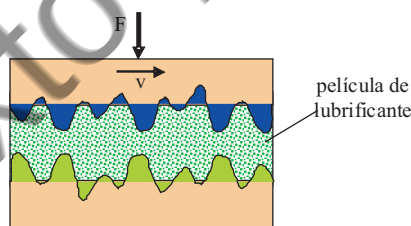


Figura 4.25: Lubrificação de filme completo ou fluida.

A lubrificação fluida tem como características:

- Não depender da introdução de lubrificante sob pressão, embora possa sê-lo;
- Requerer um suprimento adequado de lubrificante o tempo todo;
- A pressão da película é criada pelo movimento das próprias superfícies, impelindo o lubrificante para a zona convergente do mancal (cunha de óleo) a uma velocidade suficientemente alta para criar a pressão necessária para separar as partes

Na **lubrificação mista** a viscosidade não é o único fator significativo, pois a condição de filme fluido ocorre em uma parte do tempo, enquanto em outras, as asperezas superficiais aproximam-se o suficiente para influir no coeficiente de atrito. Neste regime de lubrificação há uma parcela de operação que se comporta como de filme completo e outra como lubrificação limite.

Nestes casos podem ser mais adequados óleos minerais com a presença de materiais polares (graxas, ácidos graxos, ésteres, alguns álcoois, etc.) que são absorvidos pelas superfícies do mancal minimizando contato metal/metal.

Na **lubrificação limite** o efeito do lubrificante no atrito depende muito menos de suas propriedades do que de efeitos na interface ou efeitos da contaminação superficial.

Depende da reatividade das superfícies em atrito com os aditivos do lubrificante e da temperatura de decomposição do fluido. Portanto a natureza química das superfícies é o ponto mais importante visto não termos um filme mínimo de óleo.

A lubrificação limite está sempre associada a ocorrência de pelo menos um dos seguintes fatores:

- área superficial insuficiente;
- queda na velocidade de movimento;
- redução na quantidade de lubrificante; ou
- aumento da temperatura do lubrificante, reduzindo a sua viscosidade.

A figura 4.26 mostra esquematicamente o filme de óleo, que é insuficiente para separar as duas superfícies.

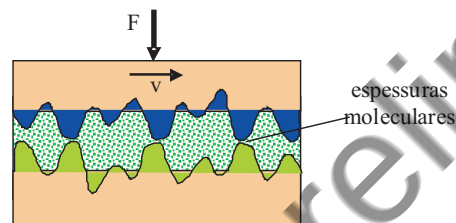


Figura 4.26: Lubrificação limite.

No controle do desgaste: nesse caso, a ação forçada do lubrificante serve para remover partículas sólidas nocivas. Filtros e vedações são acessórios importantes para manter o lubrificante sempre livre de impurezas.

No controle da temperatura: Na lubrificação hidrodinâmica o calor de atrito é baixo, ao contrário do que ocorre por exemplo no contato metal/metal, quando a temperatura superficial pode chegar ao ponto de fusão. Para o controle de temperatura é necessário um suprimento constante de lubrificante que remova o calor gerado nas superfícies. Neste caso o calor é retirado basicamente sob condução e convecção forçada.

Viscosidade

A viscosidade é uma característica dos materiais fluidos e está diretamente relacionada a sua resistência ao cisalhamento. Assim, tem relação direta com a capacidade de se aderir às superfícies sólidas, de forma a manter uma camada lubrificante, geralmente chamada de filme.

A definição de viscosidade foi estabelecida por Newton em 1668, com base num experimento com dois cilindros concêntricos submersos em água. Ele observou que era necessário uma força para promover o movimento relativo entre os cilindros e que esta força era uma medida da resistência interna do fluido, na verdade a sua resistência ao cisalhamento, e que era proporcional

à área do cilindro (A), à velocidade de rotação (u) e inversamente proporcional à distância que separava as superfícies (h), ou seja:

$$F = k \cdot A \cdot \frac{u}{h} \quad (4.39)$$

Considere agora um elemento móvel se deslocando com uma velocidade u sobre uma película de lubrificante de espessura h , como mostrado na figura 4.27.

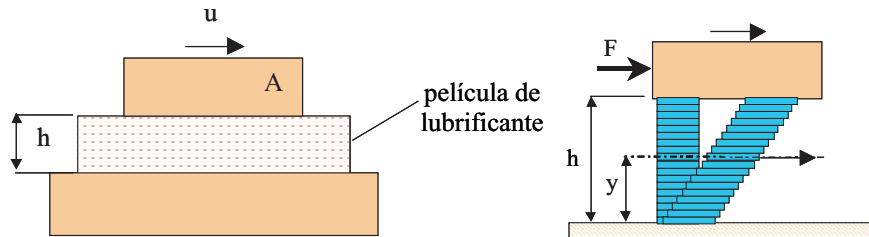


Figura 4.27: Definição de viscosidade.

A camada em contato com o corpo A tem velocidade u , enquanto a camada em contato com a superfície estacionária tem velocidade zero. Imaginando agora que o fluido possa ser dividido em camadas paralelas, as intermediárias terão velocidade que depende da altura y .

Pela lei de Newton, a tensão de cisalhamento no fluido é proporcional à taxa de variação da velocidade, com relação a y , ou seja:

$$\tau = \frac{F}{A} = k \cdot \frac{du}{dy} \quad (4.40)$$

Dado que $\mu = k$ é a constante de proporcionalidade e define a viscosidade absoluta. Também é chamada de viscosidade dinâmica e estabelece a média da força de atrito interno do fluido, cuja unidade é em Pascal por segundo (Pa.s), e du/dy é a taxa de variação da velocidade com a distância y , chamado também de grau de cisalhamento ou gradiente de velocidade.

A viscosidade absoluta é utilizada para os cálculos relacionados a projeto e dimensionamento de sistemas hidráulicos, além dos mancais de escorregamento. Vale comentar que a viscosidade absoluta é calculada a partir da **viscosidade cinemática** (ν), esta sim, medida em laboratório por um instrumento chamado viscosímetro, podendo este ser rotacional ou de capilaridade.

A relação entre a viscosidade absoluta e a cinemática é dada pela densidade do fluido (ρ):

$$\mu = \nu \cdot \rho \quad (4.41)$$

Admitindo que o gradiente de velocidade é constante, a equação 4.40 passa a ser:

$$\tau = \mu \cdot \frac{U}{h} \quad (4.42)$$

e

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \cdot \frac{U}{h} \quad (4.43)$$

$$\mu = \frac{F \cdot h}{A \cdot U}$$

A viscosidade apresenta três unidades diferentes, [Pa.s] no SI, *reyn* no sistema inglês e *poise* no sistema CGS. A tabela 4.8 apresenta os valores de conversão entre estas unidades:

Tabela 4.8: Conversão entre unidades de viscosidade.

1 Pa.s	=	$6,894 \times 10^3$ reyns
1 Pa.s	=	10^3 centipoises
1 reyns	=	$1,45 \times 10^{-5}$ poises

A viscosidade varia com a pressão e a temperatura, muito embora a primeira seja praticamente desprezível no espectro de pressão em que geralmente se trabalha em mancais. A influência da temperatura é muito mais sentida nos fluidos, conforme pode ser visto na figura 4.28 e passa a ser a única variável a ser considerada ao se trabalhar com a viscosidade.

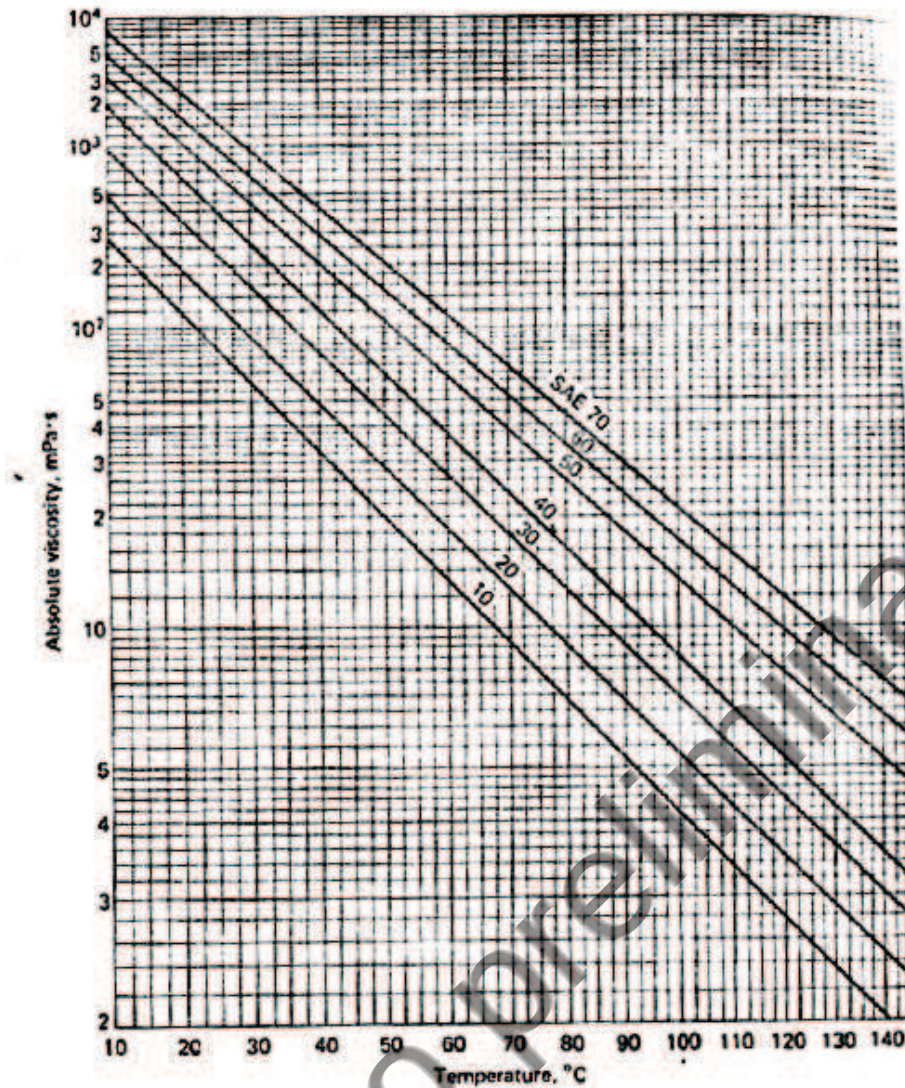


Figura 4.28: Valores de viscosidade de alguns fluidos. Fonte:[45].

Medição da viscosidade

A viscosidade é medida por vários métodos:

- medição do fluxo de óleo através de um tubo capilar (viscosímetro cinemático);
- Medição do fluxo de óleo por um orifício (viscosímetro Saybolt);
- Medição do tempo de deslocamento de um objeto sólido através do óleo (viscosímetro de esferas);
- Medição do cisalhamento que se produz entre duas superfícies com movimento relativo (viscosímetro rotativos)

O viscosímetro Saybolt Universal é mostrado na figura ?? e consiste, essencialmente, de um cilindro, completo de lubrificante. No ensaio, mede-se o tempo para que uma amostra de 60 cm^3 de óleo, a uma dada temperatura, flua pelo tubo capilar do viscosímetro. Este tempo, medido em segundos é chamado de SUS: Saybolt Universal Seconds, e fornece o valor da densidade cinemática calculado por:

Lei de Petroff

O fenômeno do atrito em um mancal foi primeiramente explicado por Petroff (1883), admitindo que a árvore e o mancal fossem concêntricos, como mostrado na figura 4.29.

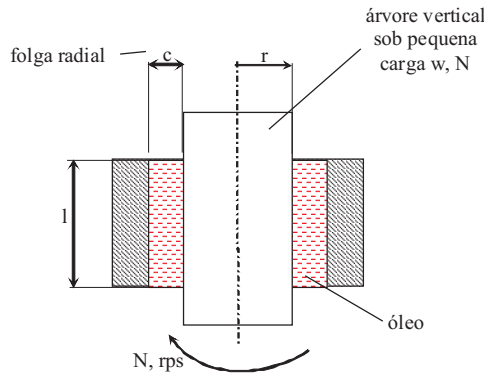


Figura 4.29: Modelo de Petroff.

O método de Petroff define o coeficiente de atrito em função de parâmetros do projeto de mancais, assim, se a árvore com raio r girar a n rotações por segundo, sua velocidade tangencial será:

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \quad (4.44)$$

Lembrando que a tensão cisalhante no lubrificante é dada pela equação 4.42, teremos:

$$\tau = \mu \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n}{c} \quad (4.45)$$

Para c a altura do filme de óleo dado na figura 4.29. Desta forma, a força necessária para cisalhar a película de óleo é o produto da tensão pela área e o torque é o produto força pelo o raio. Então:

$$\begin{aligned} T_s &= (\tau \cdot A) \cdot r \\ A &= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \\ T_s &= \left(\mu \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n}{c} \right) \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot l) \cdot r \\ T_s &= \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot l \cdot \mu \cdot n}{c} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Sendo T_s o torque para vencer as resistências de cisalhamento do lubrificante e possibilitar o movimento do mancal.

Por outro lado, a força de atrito em um mancal é dada como:

$$F_a = f \cdot W \quad (4.47)$$

Para W a carga sobre o mancal e f o coeficiente de atrito dinâmico. Sabendo que o mancal tem um raio r , o torque de atrito será então o produto da equação 4.47 por r , de forma que:

$$T_a = f \cdot W \cdot r \quad (4.48)$$

Analisando o modelo de Tower, mostrado na figura 4.30, a pressão no mancal será dada por:

$$p = \frac{W}{A} = \frac{W}{2 \cdot r \cdot l} \quad (4.49)$$

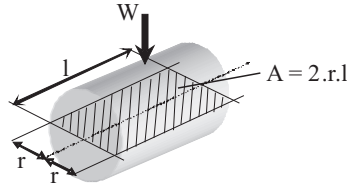


Figura 4.30: Pressão aproximada em um mancal de Petroff.

E assim, podemos determinar que o torque de atrito, substituindo o valor de W dado pela equação 4.49 na equação 4.48, como:

$$T_a = f \cdot W \cdot r = f \cdot (2 \cdot p \cdot r \cdot l) \cdot r \quad (4.50)$$

$$T_a = 2 \cdot r^2 \cdot f \cdot l \cdot p$$

Comparando-se o torque de atrito (eq. 4.50) com o torque de cisalhamento (eq. 4.46), tem-seno equilíbrio que:

$$T_a = T_s$$

$$2r^2 f l p = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot l \cdot \mu \cdot n}{c} \quad (4.51)$$

E assim:

$$f = 2\pi^2 \cdot \frac{\mu n}{p} \cdot \frac{r}{c} \quad (4.52)$$

A equação 4.52 estabelece a Lei de Petroff.

Exemplo de aplicação

Determinar a perda de potência em um mancal com as seguintes características:

- Viscosidade absoluta do fluido $\mu = 0,0276 \text{ Pa.s}$
- Rotação de trabalho $n = 1.800 \text{ rpm}$
- Carga $W = 2.224 \text{ N}$
- Raio do munhão $r = 19 \text{ mm}$
- Coeficiente de atrito dinâmico $f = 0,007$

O torque de atrito, dado pela equação 4.50 para este mancal é de :

$$T_a = f W r$$

$$T_a = 0,007 \cdot 2.224 \cdot 0,019 \quad (4.53)$$

$$T_a = 0,296 \text{ Nm}$$

A potência consumida por sua vez, pode ser calculada como:

$$P_a = T_a \cdot \frac{n}{60} \cdot 2\pi$$

$$P_a = 55,8W$$
(4.54)

Experimento dos irmãos McKee

Os irmãos McKee realizaram um experimento com mancais de escorregamento, empregando o dispositivo mostrado na figura 4.31.

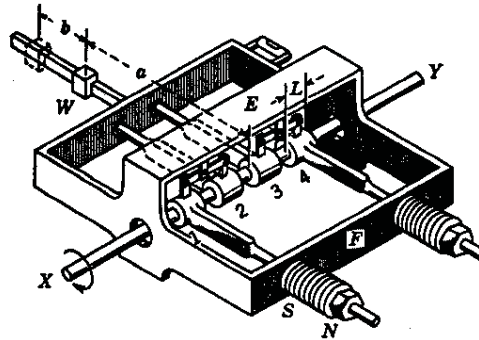


Figura 4.31: Experimento dos irmãos McKee.

Nesse experimento foi medido o atrito nos mancais em função de um parâmetro dado como:

$$\frac{\mu \cdot n}{p}$$
(4.55)

Para μ a viscosidade absoluta, n a rotação e p a pressão média, o que forneceu a curva característica da lubrificação mostrada na figura 4.32

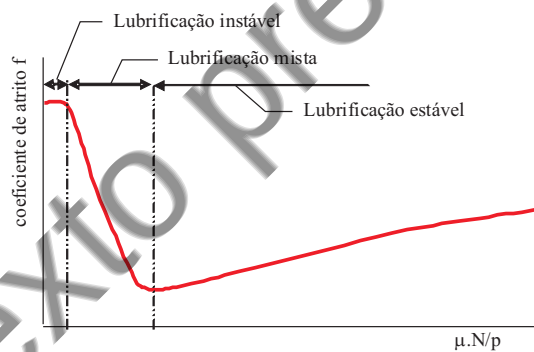


Figura 4.32: Curva característica de lubrificação.

Analisando a figura 4.32, podemos observar 3 regiões distintas, dadas como:

Lubrificação estável: neste caso, há separação completa entre as partes por um filme de fluido, sendo portanto a melhor condição de operação do mancal, pois o atrito é baixo e a operação do mancal é estável. O coeficiente de atrito nesta condição é da ordem de 0,001 e as variações são auto corrigidas. Com um aumento na temperatura do lubrificante, por exemplo, tem-se uma viscosidade mais baixa, reduzindo o valor de $\mu \cdot n / p$. Neste caso o coeficiente de atrito diminui, o que gera menor calor no cisalhamento do lubrificante, caindo, conseqüentemente, a sua temperatura. Tem-se assim uma região de lubrificação estável porque as variações são auto corrigidas

Lubrificação mista: neste caso as condições de operação são tão severas que um filme completo não pode ser formado para separar as superfícies. Há contato de metal com metal nos picos de rugosidade das superfícies e o coeficiente de atrito é elevado (0,02 a 0,08) o que provoca desgaste das partes. Neste caso, como na lubrificação estável, um aumento na temperatura provocaria um decréscimo na viscosidade, diminuindo também o parâmetro $\mu.n/p$. Isso provoca um aumento no atrito, aumentando ainda mais a temperatura e reduzindo ainda mais a viscosidade. No limite, chega-se a condição de lubrificação limite.

Lubrificação limite ou instável: neste caso não há filme de lubrificante que separa as superfícies, chegando em alguns pontos a espessuras moleculares. O coeficiente de atrito nesta condição é elevado (0,08 a 0,14) e depende fortemente das propriedades dos materiais em contato. Dependendo das condições de operação tem-se atrito seco e pode ocorrer a falha dos mancais por engripamento.

Outros tipos de lubrificação

Nos ateremos ao estudo da lubrificação hidrodinâmica que será abordada na sequência, todavia, é interessante comentar que existem outros tipos de lubrificação relacionados a elementos de máquinas que são:

- Hidrostática;
- Elastohidrodinâmica e
- De filme sólido.

Lubrificação hidrostática

É obtida pela introdução de lubrificante que por vezes pode ser ar ou água, dentro da área carregada do mancal, a uma alta pressão, suficiente para separar as superfícies com uma película de fluido relativamente espessa. Nesse caso não é necessário o movimento relativo entre as partes, como mostrado na figura 4.33.

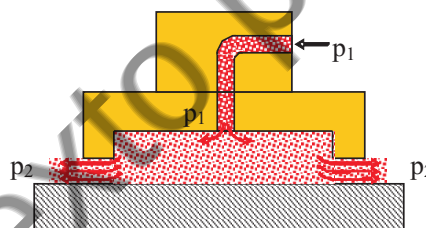


Figura 4.33: Lubrificação hidrostática.

Esta forma de lubrificação requer uma unidade de bombeamento fora do mancal.

Lubrificação elastohidrodinâmica

É o fenômeno que ocorre quando o lubrificante é introduzido entre superfícies que estão em contato de rolamento, tais como engrenagens ou mancais de rolamento. Como no caso da hidrodinâmica apresenta uma razão de bombeamento, muito embora neste caso ela seja gerada pelo rolamento de uma superfície em relação a outra e não pelo movimento de escorregamento relativo.

Lubrificação sólida

É recomendada quando os mancais devem operar em temperaturas extremas. Em geral utiliza-se grafite ou bissulfeto de molibdênio (MoS_2). Em alguns casos, plásticos também podem ser utilizados como elemento lubrificante.

Vale observar que alguns lubrificantes sólidos tem características lamelares onde os átomos são ligados em camadas paralelas a distâncias relativamente grandes formando ligações fracas (cartas de baralho).

Esses lubrificantes formam filmes que aderem as superfícies a serem lubrificadas. O cisalhamento desses lubrificantes também se dá pelos vapores formados nas superfícies os quais enfraquecem as ligações entre os cristais

Lubrificação hidrodinâmica

A figura 4.34a mostra uma árvore e seu mancal no instante em que começa a girar no sentido horário. Neste momento o mancal estará seco e portanto, devido ao atrito, a árvore sobe ou rola para cima em função da sua rotação e do contato direto do munhão no mancal. O equilíbrio somente será obtido quando a força de atrito for contrabalançada pela componente tangencial da carga no mancal.

Em um segundo instante, supondo que seja introduzido lubrificante na parte superior do mancal, como mostra a figura 4.34b, a rotação da árvore conduz o lubrificante em torno do mancal no sentido horário (o mesmo da rotação). O lubrificante é introduzido no mancal em forma de cunha e força em função da tensão cisalhante o munhão da árvore para o lado esquerdo, ao mesmo tempo em que o coeficiente de atrito no mancal vai diminuindo, seguindo o esquema representado na figura 4.32.

Ao final, forma-se, então, um filme de lubrificante com uma espessura mínima da película h_0 , deslocada, conforme mostrado na figura 4.34c. Isto ocorre porque a pressão atuante na metade convergente da película atinge um valor máximo em algum local à esquerda do centro do mancal. Com este gradiente de pressão ao longo do mancal, cria-se o efeito de bombeamento.

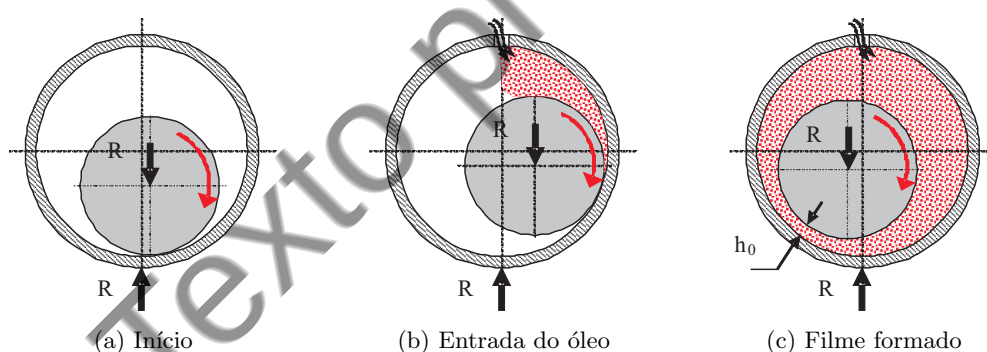


Figura 4.34: Etapas da formação do filme de óleo na lubrificação hidrodinâmica

Teoria hidrodinâmica

O comportamento dos mancais pode ser explicado pela teoria hidrodinâmica, estudada inicialmente no laboratório de Beauchamp Tower nos anos de 1880. A figura 4.35 mostra um desenho esquemático do modelo de mancal radial investigado por Tower. Trata-se de um mancal parcial de 4 polegadas de diâmetro por 6 polegadas de comprimento, com um arco de 157 graus com lubrificação do tipo banho de óleo.

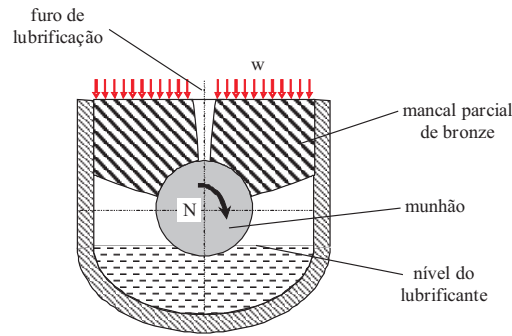


Figura 4.35: Experimento de Tower.

Os experimentos de Tower serviram de base para Reynolds concluir que deveria existir uma lei relacionando o atrito, a pressão e a velocidade do mancal. Para encontrar essa relação, Reynolds fez uma série de suposições a cerca do mancal e de sua operação, de forma a simplificar o seu modelo matemático. Ele imaginou o lubrificante aderindo a ambas as superfícies, sendo arrastado pela superfície em movimento em forma de cunha, criando uma pressão suficiente para suportar a carga no mancal. Outra suposição que ele levantou é de que por ser muito pequena a espessura da película, a curvatura do mancal poderia ser desprezada.

Ao final, Reynolds elencou uma série de suposições que são listadas a seguir:

- o lubrificante adere a ambas as superfícies em movimento;
- o mancal parcial curvo é analisado como um mancal plano (espessura muito pequena da película), como mostrado na figura 4.36.
- o lubrificante obedece as lei de Newton para fluido viscoso, ou seja, segue a equação:

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.56)$$

- as forças devido a inércia do fluido são desprezadas: desconsidera-se a aceleração e forças centrífugas
- o lubrificante é considerado incompressível: o fluxo é constante para qualquer seção transversal;
- a pressão é constante na direção axial do mancal;
- não há fluxo de lubrificante na direção axial (direção Z), ou seja, considera-se o comprimento na direção z;
- a pressão na película é constante na direção radial (direção y) variando somente na direção de θ (direção x) para um sistema de coordenadas polar;
- a velocidade de qualquer partícula do lubrificante depende somente das coordenadas x e y.

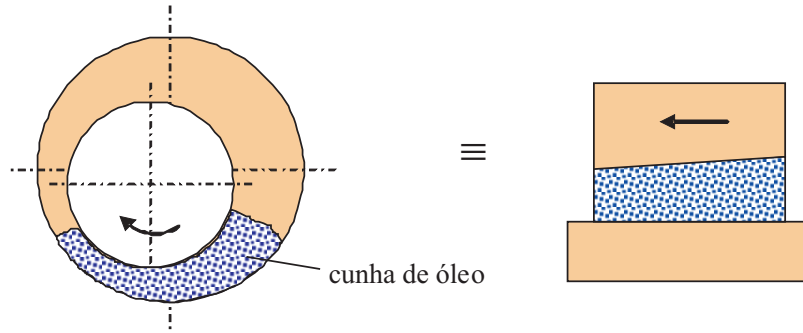


Figura 4.36: Modelo do mancal plano de Reynolds.

Baseado nessas suposições e considerando um elemento de volume no interior da película de lubrificante, tem-se o modelo apresentado na figura 4.37.

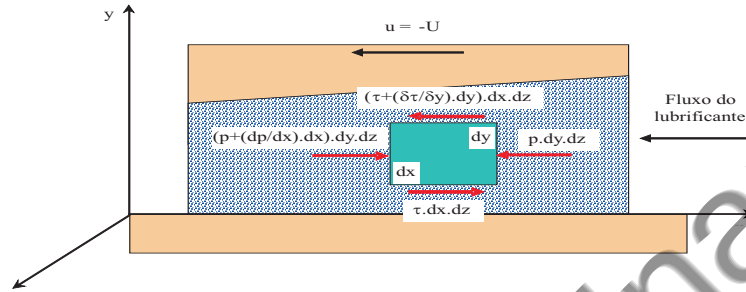


Figura 4.37: Modelo hidrodinâmico.

Aplicando as condições de equilíbrio no elemento infinitesimal de volume de controle da figura 4.37, tem-se:

$$\begin{aligned} \left(p + \frac{dp}{dx} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz + \tau \cdot dx \cdot dz - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dx \cdot dz - p \cdot dy \cdot dz &= 0 \\ \frac{dp}{dx} \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \frac{\partial \tau}{\partial y} \cdot dy \cdot dx \cdot dz &= 0 \\ \frac{dp}{dx} &= \frac{\partial \tau}{\partial y} \end{aligned} \quad (4.57)$$

Dado que se trata de um fluido Newtoniano, derivando τ (eq. 4.56) em relação a y , teremos:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dx} &= \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ \frac{dp}{dx} &= \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \end{aligned} \quad (4.58)$$

Sabendo-se que a pressão é constante na direção x (dp/dx) e invariável na direção y , integrando em relação a y , teremos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot y + C_1 \\ u &= \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot y^2 + C_1 y + C_2 \end{aligned} \quad (4.59)$$

Uma vez que o lubrificante adere à superfície, podemos aplicar as condições de contorno:

$$\begin{cases} y = 0 \rightarrow u = 0 \\ y = h \rightarrow u = -U \end{cases} \quad (4.60)$$

Que aplicadas na equação 4.59 fornecem:

$$\begin{aligned} C_2 &= 0 \\ C_1 &= -\frac{U}{h} - \frac{h}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \end{aligned} \quad (4.61)$$

Assim, a equação da velocidade do lubrificante (eq. 4.59) pode ser reescrita como:

$$u = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot (y^2 - hy) - \frac{U}{h} \cdot y \quad (4.62)$$

A partir da figura 4.37 podemos definir o fluxo de lubrificante em qualquer seção na direção de x , na unidade de tempo que é dado por:

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^h u \cdot dy (dz = 1) \\ Q &= -\frac{U \cdot h}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \end{aligned} \quad (4.63)$$

Para a hipótese de fluido incompressível, ou seja $dQ/dx = 0$, teremos a partir da equação 4.63:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dx} &= -\frac{U}{2} \frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx} \left(\frac{h^3}{12\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \right) = 0 \\ \frac{d}{dx} \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \right) &= -6U \frac{dh}{dx} \end{aligned} \quad (4.64)$$

A equação 4.64 é a equação clássica de Reynolds para um escoamento unidimensional, onde se despreza a fuga lateral de lubrificante.

Para essa equação foram obtidas soluções aproximadas, sendo uma delas dada por Sommerfeld em 1904 sob a forma:

$$p = \frac{\mu \cdot U \cdot r}{c_r^2} \left[\frac{6\varepsilon(\sin\theta)(2 + \varepsilon \cdot \cos\theta)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cdot \cos\theta)^2} \right] + p_o \quad (4.65)$$

Dado que p é a pressão no filme do lubrificante, para a posição sob as coordenadas polares (θ, r) , c_r a folga radial, ε a razão de excentricidade, ϵ a razão de excentricidade adimensional, dada como $\epsilon = e/c_r$, para e a excentricidade, U a velocidade da superfície e μ a viscosidade do lubrificante e p_o a pressão em $\theta = 0$, se houver, visto que geralmente este termo é nulo. Esta solução desconsidera o fluxo na direção axial do eixo, ou seja, não há fuga na direção z , e portanto é também conhecida como **solução para mancal longo**.

Alguns valores de referência para folga radial são dados pela tabela 4.9.

A partir da equação 4.65 pode-se calcular a carga P em um mancal longo, dado por

$$P = \frac{\mu \cdot U \cdot l \cdot r^2}{c_r^2} \cdot \frac{12\pi\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \quad (4.66)$$

A versão adimensional da equação 4.66 fornece o que chamamos de Número de Sommerfeld utilizado para definição do mancal, dado como:

$$S = \left(\frac{\mu \cdot n'}{p_{med}} \right) \left(\frac{d}{c_d} \right)^2 \quad (4.67)$$

Tabela 4.9: Valores recomendados de folga radiais para mancais em μm .

Aplicação	Folga radial [μm] para eixos com diâmetros de até [mm]:				
	13	25	50	90	700
Eixo de precisão com velocidade tangencial de até 2,5 m/s	6 a 19	19 a 38	38 a 64	64 a 89	89 a 127
Eixo de precisão com velocidade tangencial acima de 2,5 m/s	13 a 25	25 a 51	51 a 76	76 a 114	114 a 165
Motor elétrico ou gerador	13 a 38	25 a 51	38 a 89	51 a 102	76 a 152
Máquinas variadas - movimento contínuo	51 a 102	64 a 114	76 a 127	102 a 178	127 a 203
Máquinas variadas - movimento oscilante	64 a 114	64 a 114	76 a 127	102 a 178	127 a 203
Virabrequim automotivo			38 a 51	64 a 89	

Dado que $p_{med} = P/A$ e n' o número de revoluções por segundo e c_d a folga diametral do mancal. Observe que alguns autores utilizam o termo (r/c_r) , em relação ao raio, no lugar de (d/c_d) em relação ao diâmetro. Deve-se tomar cuidado para não relacionar dados do raio com o diâmetro pois os erros serão muito grandes!

Resolvendo problemas de mancais de escorregamento por Sommerfeld

No projeto de um mancal de escorregamento, temos basicamente dois grupos de variáveis. No primeiro grupo listamos aquelas que são as variáveis de projeto, nas quais o engenheiro tem controle. São elas:

- a viscosidade do fluido (μ);
- a carga no mancal (W);
- a velocidade angular (n');
- as dimensões geométricas do mancal (r , l , e c).

O segundo grupo de variáveis são as chamadas dependentes da operação do mancal e não estão diretamente sob o controle do projetista. São elas:

- o coeficiente de atrito do mancal (f);
- o aumento da temperatura (ΔT);
- o fluxo de fluido lubrificante (Q);
- a espessura mínima de fluido lubrificante (h_0);

Assim, o problema do ponto de vista de projeto passa a ser a definição dessas variáveis.

Uma solução foi proposta por Raimondi e Boyd que resolveram em 1958 a equação de Reynolds (4.64) de forma numérica, levantando uma série de gráficos, mostrados no anexo J. Basicamente são diagramas que relacionam o coeficiente de atrito, e o fluxo de fluido. Ambos os valores são determinísticos na elevação de temperatura do fluido, o que por sua vez alterará a viscosidade e sua capacidade de carga.

A solução por Raimondi e Boyd passa a ser um processo iterativo de forma a se encontrar a nova temperatura de operação do mancal de forma a se obter a espessura mínima satisfatória para sua operação.

Raimondi e Boyd em sua experiência observaram que a temperatura do fluido variava entre a entrada e saída no mancal, de forma que eles criaram o conceito de temperatura média, dada por 4.68:

$$T_{med} = T_1 + \frac{\Delta T}{2} \quad (4.68)$$

Para T_1 a temperatura na entrada do mancal e ΔT o aumento na temperatura entre a entrada e saída do mancal. Este valor terá impacto na determinação da viscosidade final do fluido

Outro dado importante a ser considerado no projeto de mancais é a espessura mínima de fluido (h_0), que será função da excentricidade adimensional (ε).

Para resolver o problema de geração de calor no mancal, Raimondi e Boyd levantaram a hipótese de que todo o calor gerado é dado por:

$$H = \frac{2\pi T_a n'}{J} \quad (4.69)$$

Para T_a o torque de atrito, dado pela equação 4.48, n' rotações do eixo por segundo, J a constante equivalente de calor 4,19 J/cal.

Assim, a elevação da temperatura sera dada como:

$$\Delta T = \frac{H}{\gamma C Q} \quad (4.70)$$

Dado que γ é peso por unidade de volume do fluido lubrificante, C o calor específico do lubrificante e Q a vazão de lubrificante. Assumindo:

$$Q = (rcn'l)Y \quad f = (c/r)X \quad T_a = fWr \quad (4.71)$$

E fazendo as substituições nas equações 4.69 e 4.70, teremos:

$$\Delta T = 8,3p \frac{(r/c)f}{Q/(rcn'l)} \quad (4.72)$$

Para p a pressão em MPa e $(r/c)f$ o fator de atrito e $Q/(rcn'l)$ o fator de fluxo, retirados respectivamente dos gráficos J.1 e J.2 no anexo J.

Entretanto, parte do fluxo do lubrificante é perdido pela lateral do mancal e não consegue retirar todo o calor gerado, assim, admitindo que este óleo que vaza pelas laterais tem a sua temperatura elevada pela média entre a saída e entrada, podemos reescrever a equação 4.69 como sendo:

$$H = \gamma C (Q - Q_s) \Delta T + \frac{\gamma C Q_s \Delta T}{2} \quad (4.73)$$

Para Q_s a quantidade de fluxo lateral, que pode ser determinado pela figura J.4. Assim, a elevação de temperatura final do fluido lubrificante admitindo perdas de fluxo lateral, passa a ser dada por:

$$\Delta T = \frac{8,3p}{1 - 0,5 (Q_s/Q)} \frac{(r/c)f}{Q/(rcn'l)} \quad (4.74)$$

Exemplo de aplicação

Um mancal com uma rotação de 1800 rpm deve suportar uma carga de 2 kN, dado um eixo de 30 mm de diâmetro com uma folga radial de 15 μm e comprimento de 30 mm. Determine qual a temperatura média de operação sabendo que o fluido lubrificante tem uma viscosidade de 2×10^{-2} Pa.s, que a temperatura de entrada é de 32 °C e que existe fluxo lateral.

Primeiramente vamos calcular a relação entre diâmetro e comprimento do mancal: $l/d = 30/30 = 1$

Dada a carga e os valores geométricos do mancal, podemos calcular a pressão:

$$\begin{aligned} p &= \frac{W}{2rl} \\ p &= \frac{2000}{2 \cdot 15 \cdot 30} \\ p &= 2,22 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Assim, podemos determinar o número característico de Sommerfeld:

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu n'}{p} \\ S &= \left(\frac{15}{15 \times 10^{-3}}\right)^2 \frac{2 \times 10^{-2} \cdot 1800}{2,2 \times 10^6 \cdot 60} \\ S &= 0,27 \end{aligned}$$

Assim, entrando no diagrama do fator de atrito J.1 com $S = 0,27$ e $l/d = 1$, teremos:

$$\frac{r}{c} f \approx 7 \quad (4.75)$$

e do diagrama de fator de fluxo (J.2):

$$\frac{Q}{rcn'l} \approx 3,8 \quad (4.76)$$

Do diagrama de Razão de fluxo lateral (J.4):

$$\frac{Q_s}{Q} \approx 0,465 \quad (4.77)$$

Assim, a variação da temperatura será dada pela equação 4.74, e colocando nela os valores dados por 4.75, 4.76 e 4.77, teremos:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{8,3p}{1 - 0,5(Q_s/Q)} \frac{(r/c)f}{Q/(rcn'l)} \\ \Delta T &= \frac{8,3 \cdot 2,2}{1 - 0,5(0,465)} \frac{7}{3,8} \\ \Delta T &= 43,8^\circ \text{C} \end{aligned}$$

Assim, a temperatura média do fluido lubrificante será dada pela equação 4.68, ou seja:

$$\begin{aligned} T_{med} &= T_1 + \frac{\Delta T}{2} \\ T_{med} &= 32 + \frac{43,8}{2} \\ T_{med} &= 53,9^\circ \text{C} \end{aligned}$$

Além do número de Sommerfeld que é utilizado por Shigley [46], há uma outra abordagem levantada por Norton [36], que utiliza a solução de Ocvirk.

Ocvirk e DuBois encontraram uma solução para a equação de Reynolds (4.64) considerando as fugas na direção axial, uma vez que na prática, mancais longos praticamente não existem. Assim, eles deduziram a equação 4.78:

$$p = \frac{\mu \cdot U}{r \cdot c_r^2} \left[\frac{l^2}{4} - z^2 \right] \cdot \frac{3 \cdot \varepsilon \cdot \sin \theta}{(1 + \varepsilon \cdot \cos \theta)^3} \quad (4.78)$$

A equação 4.78 é conhecida como a solução de Ocvirk e deve-se observar que esta equação é válida para θ variando entre 0 e π . A figura 4.38 apresenta a distribuição da pressão ao longo do mancal, onde pode-se observar que o valor de pressão máxima p_{max} será encontrada na posição de θ_{max} , calculado pela equação 4.79

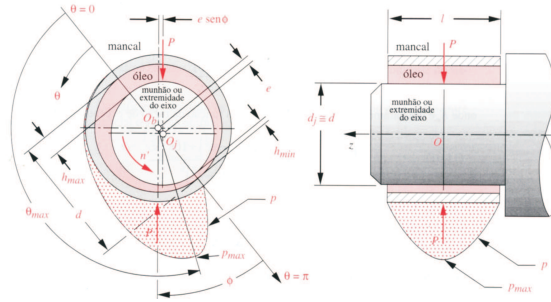


Figura 4.38: Distribuição de pressão em um mancal curto segundo Ocvirk. (Fonte: [36])

$$\theta_{max} = \cos^{-1} \left(\frac{1 - \sqrt{1 + 24\varepsilon^2}}{4\varepsilon} \right) \quad (4.79)$$

Observando que a origem do sistema de coordenadas é no meio do mancal (fig. 4.38), o valor da pressão máxima pode ser calculada pela equação 4.78, dado que $\theta = \theta_{max}$ da equação 4.79 e $z = 0$. De acordo com ensaios feitos por Ocvirk e DuBois, a solução proposta por eles dá excelentes resultados para relações de $l/d = 1/4$ até 1, o que é aceitável visto que a maioria das aplicações hoje trabalham com relações próximas desta medida.

Voltando a analisar a figura 4.38, podemos verificar que a força P não está alinhada com o eixo θ , mas sim fazendo um ângulo (ϕ) com o eixo dado por $\theta = \pi$, em função da excentricidade. Assim, o ângulo ϕ pode ser avaliado como:

$$\phi = \tan^{-1} \left(\pi \cdot \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{4\varepsilon} \right) \quad (4.80)$$

Além disso podemos determinar a carga P em função dos parâmetros do mancal, como:

$$P = k_\varepsilon \cdot \frac{\mu \cdot U \cdot l^3}{c_r^2} \quad (4.81)$$

Lembrando que $U = \pi \cdot d \cdot n'$ a velocidade linear e dado que k_ε é um parâmetro adimensional, função da excentricidade ε , fornecido por:

$$k_\varepsilon = \frac{\varepsilon \sqrt{\pi^2(1 - \varepsilon^2) + 16\varepsilon^2}}{4(1 - \varepsilon^2)^2} \quad (4.82)$$

Substituindo agora o valor de U e admitindo que $c_r = c_d/2$ a equação 4.81 passa a ser:

$$P = k_\varepsilon \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d \cdot n' \cdot l^3}{c_d^2} \quad (4.83)$$

Perdas em mancais de deslizamento

Por contar com um filme de óleo entre o munhão da árvore e o cubo, a rotação relativa entre as duas peças gera forças cisalhantes que tendem a cortar o fluido, de forma que isto gere forças contrárias ao movimento, tanto na parte que gira quanto na parte fixa do mancal, gerando torques, respectivamente o torque de rotação T_r e o torque estacionário T_s . Observando a figura 4.38, podemos admitir que o torque gerado pelo par de forças P será proporcional a projeção da excentricidade, ou seja $P.e.\sin\phi$. Assim, o torque de rotação passa a ser dado por:

$$T_r = T_s + P.e.\sin\phi \quad (4.84)$$

Dado que o torque estacionário pode ser avaliado por:

$$T_s = \mu \cdot \frac{d^3.l.n'}{c_d} \cdot \frac{\pi^2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \quad (4.85)$$

Podemos perceber que a equação 4.85 e 4.46 são muito parecidas, de forma que podemos criar uma relação da forma:

$$\frac{T_s}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \quad (4.86)$$

Para T_0 o valor de T_s calculado pela equação 4.46.

Por fim, tendo o valor de torque de rotação definido (calculado pela equação 4.84) podemos determinar a potência perdida no mancal como:

$$\Phi = T_r.\omega = 2\pi.T_r.n' \quad (4.87)$$

Projetando mancais hidrodinâmicos pelo método de Ocvirk

Geralmente são requisitos de projeto de mancais hidrodinâmicos a carga P e a rotação n' , sendo algumas vezes definido também o diâmetro ou a relação l/d como descrito na seção 4.2. Nestes casos, o primeiro ponto a ser determinado é o fator de carga do mancal ou *número de Ocvirk*, que pode ser avaliado a partir da equação 4.81, que isolando k_ε fornece:

$$k_\varepsilon = \frac{P.c_d^2}{4\mu.\pi.d.n'.l^3} \quad (4.88)$$

Admitindo uma pressão média dada por $p_{med} = P/A = P/(l.d)$ e substituindo este valor de P na equação 4.88, temos:

$$k_\varepsilon = \frac{p_{med}.l.d.c_d^2}{4\mu.\pi.d.n'.l^3} \cdot \frac{d}{d} = \frac{1}{4\pi} \left[\left(\frac{p_{med}}{\mu n'} \right) \left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(\frac{c_d}{d} \right)^2 \right] = \frac{1}{4\pi} \cdot O_N \quad (4.89)$$

Sendo O_N o número de Ocvirk. Vale observar que a razão de excentricidade ε é um excelente indicador do quão perto da falha o mancal está. Podemos também perceber que este fator é importante na determinação das pressões, cargas e torque, e na própria determinação do número de Ocvirk. A relação entre estes dois últimos pode ser demonstrada pela figura 4.39.

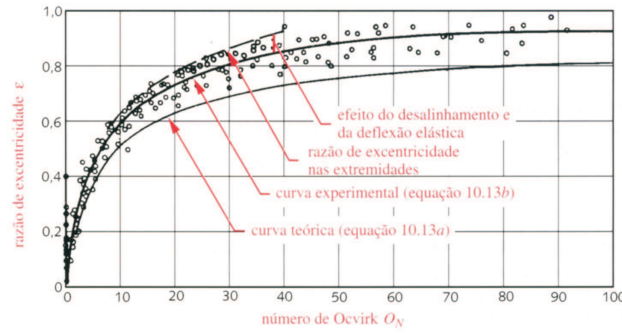


Figura 4.39: Relações analíticas e experimentais entre ε e O_N (Fonte: [36]).

O gráfico da figura 4.39 apresenta uma curva experimental (empírica) que pode ser aproximada pela equação:

$$\varepsilon_x \cong 0,21394 + 0,38517 \log O_N - 0,0008(O_N - 60) \quad (4.90)$$

Voltando ao problema de dimensionamento do mancal, lembremos que a carga e a velocidade são dados do projeto, devidamente conhecidas a princípio e que o diâmetro do eixo é determinado em função do nível tensões e da rigidez necessária. O passo seguinte é a arbitragem do comprimento do mancal em função da definição de uma relação l/d entre $1/4$ e 2 , que esteja de acordo com os requisitos do projeto do mancal, ou seja, espaço físico disponível. Importante ter em mente que para valores menores desta relação, maiores serão as pressões no filme de óleo, necessitando um melhor cuidado na vedação. Por outro lado, grandes valores de l/d facilitam o contato metal/metal em eventuais deflexões angulares.

Definido o comprimento do mancal, deve-se arbitrar agora a folga diametral c_d , que recomenda-se manter entre $0,1\%$ a $0,2\%$. Importante observar que ao aumentar esta relação, aumenta-se o número de Ocvirk (equação 4.89) o que tem impacto direto na excentricidade (fig. 4.39) e por sua vez na carga (eq. 4.83) e torque (eq. 4.84).

Por fim, determina-se um número de Ocvirk para avaliar a excentricidade (eq. 4.90) e o parâmetro admissional K_ε (eq.4.82). Com isto é possível avaliar a viscosidade do lubrificante rearranjando a equação 4.88. A partir daí pode-se optar por um óleo em função da temperatura de operação e da viscosidade encontrada (fig. 4.28).

Assim, podemos avaliar a pressão média ($p_{med} = P/A = P/(l.d)$), o ângulo no qual a pressão é máxima (eq. 4.79), o valor da pressão máxima (eq. 4.78), do torque estacionário (eq. 4.85), do torque rotacional (eq. 4.84) e a potência perdida (eq.4.87).

Por fim, devemos avaliar a espessura mínima da película de óleo pela equação:

$$h_{min} = c_r(1 - \varepsilon) \quad (4.91)$$

Este valor não pode ser inferior ou muito próximo do valor da rugosidade superficial do material, sob risco de haver contato metal/metal. Recomenda-se que a rugosidade fique no máximo na faixa de $1/3$ a $1/4$ do filme de óleo. Caso isto não se verifique, é necessário encontrar um novo número de Ocvirk que satisfaça a condição. Dados de rugosidade podem ser obtidos a partir da tabela 3.2, na página 91.

Dubois recomenda como valores máximos do número de Ocvirk igual a 30 para carregamento moderado, 60 para carregamento pesado e 90 para carregamento severo, sendo usualmente utilizados valores próximos a 20.

4.3 Procedimentos para projeto de mancais

Agora que foram apresentados os dois modelos sugeridos pela literatura, cabe estruturar como proceder no desenvolvimento de uma solução para um mancal de deslizamento. Os passos aqui mostrados são sugeridos por Collins [9].

- 1 Escolha uma razão entre o comprimento do mancal e seu diâmetro entre 1/2 e 2.
- 2 Selecione uma relação entre a folga radial e o raio apropriada, tomando como sugestão a folga radial dada pela tabela 4.9.
- 3 Escolha uma razão de excentricidade apropriada para elevada carga (ε grande) ou para baixo atrito (ε baixo).
- 4 Escolha o processo de usinagem para o munhão e para a bucha de forma a ter uma estimativa da rugosidade de ambos.
- 5 Escreva funções a para carga, comprimento e velocidade em função do diâmetro do mancal determinando este como a variável independente do projeto.
- 6 Utilize os fatores de fluxo e de atrito¹⁰

4.4 Normas

Alguma normas relacionadas a mancais:

ISO 15 - Determinação de dimensões gerais de rolamento radiais.

ISO 76 - Definição de cargas estáticas em rolamentos.

ISO 104 - Determinação de dimensões gerais de rolamento de escora.

ISO 113 - Determinação de dimensões de unidades de rolamento.

ISO 199 - Tolerâncias em mancais de rolamento de escora.

ISO 281 - Determinação de carga dinâmica e vida nominal.

ISO 4378:1, 2, 3, 4, 5 - Definição dos termos para mancais de escorregamento

ISO 4379 - Buchas de ligas de cobre para mancais de escorregamento.

ISO 8826:1, 2 - Desenho técnico para mancais de rolamentos.

ISO 15312 - Cálculo da velocidade de referência térmica para rolamentos.

4.5 Exercícios propostos

1. Um eixo conta com uma reação em um dos apoios da ordem de 3,5 kN, na direção radial. Sabendo-se que o mesmo é construído em aço 1040, com diâmetro de 45 mm, determine um mancal de rolamento de rolos adequado para ele, admitindo que a sua vida deva ser da ordem de 40.000 horas a uma rotação de 1.500 rpm, com confiabilidade de 99 %.
2. Demonstre que para uma mesma carga equivalente e de projeto, os mancais de rolamento de rolos terão sempre vida mais longa do que os de esferas.
3. Dado o eixo vertical da figura 10.18, pede-se para selecionar os mancais de rolamento de esferas nas posições **A** e **B**, sabendo-se que existe uma engrenagem helicoidal no ponto **C**, de forma que esta contará com uma componente tangencial de força dada por $F_t = 740\text{ N}$, uma componente axial dada por $F_a = 120\text{ N}$ e uma componente radial de $F_r = 220\text{ N}$. Admita que a distância $l_1 = 720\text{ mm}$ e $l_2 = 140\text{ mm}$ e que o diâmetro do eixo em ambos

¹⁰ Apêndice J, figuras J.1 e J.2.

os mancais é de 45 mm. A velocidade de operação é de 800 rpm para uma vida de 10.000 horas com 99% de confiabilidade. Adote que o carregamento axial será suportado pelo mancal A.

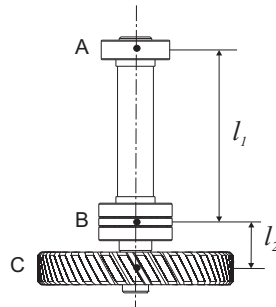


Figura 4.40: Eixo para os exercícios 3 e 4.

4. Imaginando agora o eixo da figura 4.40 na posição horizontal, substitua o rolamento da posição **B** por um mancal hidrodinâmico, utilizando o mesmo carregamento. Utilize um óleo SAE 30 operando a uma temperatura de 47 °C. (Sugestão de solução: arbitre $O_N = 20$ e utilize $\mu = 1,1 \text{ Pa.s}$ e $c_d = 0,2\%$).
5. Dada a figura 4.41, determine os mancais de rolamento de rolo nos pontos **A** e **B** do eixo abaixo, sabendo se tratar de um aço 4340 temperado e revenido a 1.200°F (ver dados na tabela E.2, na página 391). A polia no ponto **D** recebe um torque de 0,5 kNm que é transmitido para a serra circular no ponto **C**. O diâmetro da serra é de 220 mm enquanto que da polia é de 135 mm. Considere que as foças na serra e na polia estão no mesmo plano, admitindo que para esta, a força no lado tracionado da correia é 9 vezes maior do que não tracionado, utilizando $l_1 = 80 \text{ mm}$, $l_2 = 140 \text{ mm}$ e $l_3 = 140 \text{ mm}$, para uma rotação de 2.400 rpm. Observe que na serra aparecera uma força de atrito que consome todo o torque! Dados $d_A = 35 \text{ mm}$ e $d_B = 45 \text{ mm}$ para uma confiabilidade de 99% e 1.500 horas de vida!

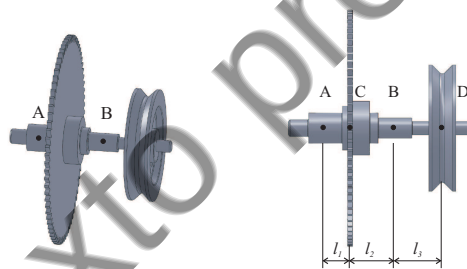


Figura 4.41: Eixo para os exercícios 5 e 6.

6. Utilizando os dados do problema 5, calcule o mancal de escorregamento necessário para suportar a carga no ponto **B** do eixo. Utilize um lubrificante com viscosidade absoluta de 0,90 Pa.s.
7. Determine os mancais de escorregamento no ponto **B** utilizando a solução por Ocvirk e de rolamento **A** do eixo dado pela figura 4.42, para o problema dado: Um eixo maciço de aço ($\nu = 0,292$, $E = 207 \text{ GPa}$, $S_e = 345 \text{ MPa}$ e $\sigma_r = 621 \text{ MPa}$), e forças $F_1 = 620 \text{ N}$ e $F_2 = 120 \text{ N}$ no plano horizontal e $F_3 = 400 \text{ N}$ no plano vertical, para as medidas: $l_1 = 65 \text{ mm}$, $l_2 = 270 \text{ mm}$ e $l_3 = 140 \text{ mm}$. Utilize uma polia no ponto C com diâmetro de 340 mm e um rebolo no ponto D de 120 mm, para uma rotação de 1.200 rpm. Não esqueça do surgimento de uma força de atrito no rebolo que dissipa todo o torque fornecido pela

polia. Dados $d_A = 15 \text{ mm}$ e $d_B = 40 \text{ mm}$, com uma confiabilidade de 95% e vida de 10^7 ciclos.

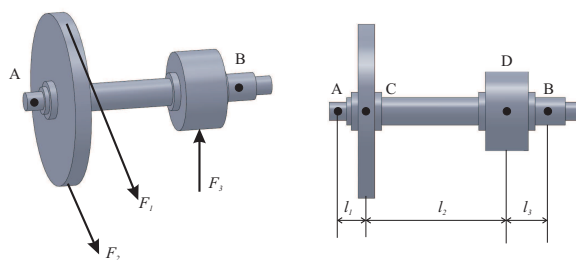


Figura 4.42: Eixo para o exercício 7.

8. Determine os mancais de rolamento de esferas para os pontos **A** e **B**, na árvore mostrada na figura 4.43 abaixo, dados que os diâmetros nos dois pontos é igual a 20 mm. Esta árvore deve funcionar para uma vida de 1×10^7 ciclos. Adote uma confiabilidade de 99% no projeto, sob um torque entre os pontos **C** e **D** de 15 Nm. O diâmetro no ponto **D** é de 15 mm, onde há uma correia onde o lado frouxo representa 25% da força no lado tensionado.

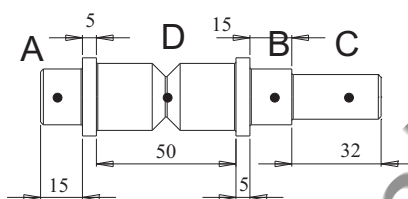


Figura 4.43: Árvore para o exercício 8.

9. Sabendo que um mancal de rolamento **6204** tem uma Capacidade de carga de 12,8 kN, determine qual a vida em horas deste para uma carga de operação de 5,2 kN a uma velocidade de 1000 rpm com 99% de confiabilidade?
10. Deve ser colocado um mancal de rolamento de rolos no ponto B mostrado na figura abaixo, sabendo que o eixo tem nesta posição, 50 mm de diâmetro. A rotação é de 400 rpm e se deseja uma vida total de 3.200 horas, com uma confiabilidade de 99%. Determine qual rolamento deve ser utilizado

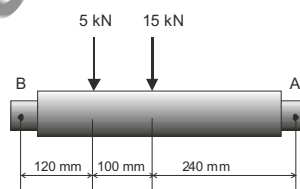


Figura 4.44: Árvore para o exercício 10.

11. Um mancal hidrodinâmico projetado pelo método de Sommerfeld apresenta as seguintes características. Carga de 10 kN, diâmetro do eixo de 45 mm, comprimento do cubo de 45 mm, rotação de 300 rpm e uma folga diametral de 0,1%. Diante disto, pergunta-se: qual o número de Sommerfeld e a espessura mínima de filme de óleo? Sabendo que a fabricação é por usinagem em torno, com rugosidade média de $2 \mu\text{m}$, qual a sua opinião com relação ao mancal, pode ser fabricado ou necessita de alteração no projeto. Se necessitar de alteração,

qual você propõem e por que? O óleo utilizado é um SAE 30 e encontre os valores após 3 iterações.

12. É necessário selecionar um mancal de esferas de contato angular para uma eixo de 40 mm de diâmetro. Sabe-se que no ponto em questão existe um conjunto de reações dadas como: 9 kN radial, 4 kN axial. Para este projeto é necessário uma vida de 4 milhões de ciclos a uma velocidade de 500 rpm, com confiabilidade de 95%. Deseja-se também pequenas deflexões angulares e sabe-se que a parte externa do mancal é fixa
13. Um mancal hidrodinâmico com Ocvirk de 22 conta com um diâmetro de 40 mm, uma folga diametral de 0,125%, operando a uma velocidade é de 3600 rpm com uma carga radial de 33 kN. Imaginando a redução de custos de produção, deseja-se utilizar este mesmo mancal para uma aplicação com mesmo diâmetro, a uma velocidade de 12.000 rpm com carga de 2 kN, pergunta-se, qual o novo número de Ocvirk? Você recomenda esta aplicação? Adote um lubrificante com viscosidade de 0,12 Pa.s
14. Um munhão e um mancal hidrodinâmico devem ser projetados para um eixo que gira a uma rotação de 340 rpm. Deve-se utilizar um óleo com viscosidade de 0,014 Pa.s e o comprimento do mancal deve ser igual a metade do diâmetro. Se o torque necessário para vencer o cisalhamento é de 2×10^{-3} Nm, determine o diâmetro máximo para uma folga diametral de 0,5 %.
15. Um mancal hidrodinâmico é utilizado sob uma caraga de 3,5 kN com uma rotação de 5.000 rpm. O eixo conta com um diâmetro de 30 mm e folga diametral de $20\mu\text{m}$. O fluido de lubrificação, óleo SAE 50 entra a 38°C Calcule a a temperatura de operação com uma tolerância de 5°C para dois casos: a) sem fluxo lateral e b) com fluxo lateral. Comente os resultados.
16. Calcule o coeficiente de atrito para o mancal do exercício anterior.
17. Um mancal hidrodinâmico opera com óleo mineral SAE 40 a uma temperatura de 95°C Determine qual o fluxo de fluido lubrificante necessário a este regime, sabendo que o raio do mancal é de 20 mm, a folga diametral é de $12\mu\text{m}$, a velocidade de operação é de 180 rpm e a pressão de operação do óleo é de 4,2 MPa. A relação l/d é unitária.
18. Qual a espessura de filme de operação do mancal do exercício anterior?

Acoplamentos

5.1 Introdução

O acoplamento surge no projeto mecânico como uma forma de ligar uma árvore a outra, geralmente proveniente de uma fonte de potência. Neste caso a ligação se realiza pela união das duas extremidades (flanco) fazendo com que ambas as árvores sejam colineares. Alguns modelos de acoplamentos podem ser vistos na figura 5.1.

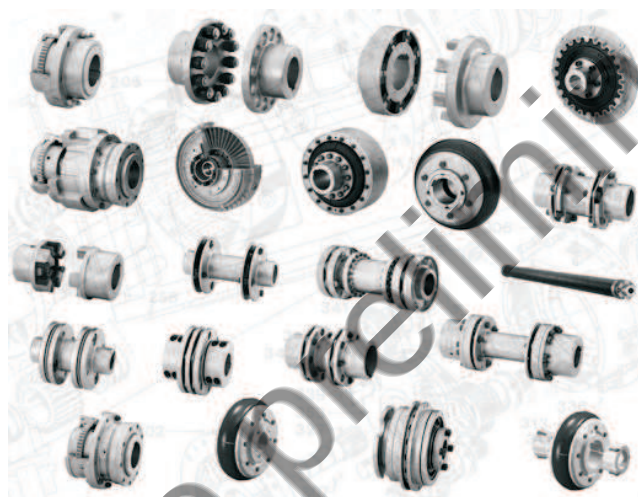


Figura 5.1: Exemplos de acoplamentos. Fonte: www.flenderbrasil.com

No seu dimensionamento, a mais importante variável de projeto é o torque, garantindo que este seja transmitido entre as duas peças envolvidas. Os acoplamentos podem também em alguns casos suportar desalinhamentos entre as árvores unidas, sem que isto gere danos a qualquer dos elementos.

Existem dois grupos de acoplamentos hoje existentes, os rígidos e os elásticos (ou flexíveis), deferindo principalmente na capacidade de suportar impactos e na sua rigidez. Vamos estudá-los separadamente nas próximas seções.

5.2 Acoplamentos rígidos

Os acoplamentos rígidos são os mais baratos de se construir e de se projetar, muto embora necessitem de dois importantes requisitos:

- a) Elevada rigidez na região próxima ao acoplamento, geralmente pela adoção de macaís.

- b) Necessidade de perfeito alinhamento entre as duas árvores, de forma a possibilitar a montagem e evitar o surgimento de vibrações.

Atendendo a estes dois pontos os acoplamentos rígidos garantem uma ligação sem perdas de características de rigidez. Deve-se observar na montagem a correta fixação dos parafusos das flanges pois falhas neste procedimento podem acarretar no surgimento de cargas e momentos que podem danificar os mancais.

Conforme pode ser visto na figura 5.2, os acoplamentos fixos são separados em duas partes que se encaixam por meio de parafusos e um furo guia. Cada metade é fixada na árvore por um dos meios mostrados no capítulo 3, por forma ou por atrito e parafusadas entre si.



Figura 5.2: Acoplamento fixo típico. Fonte:www.hub-4.com

No projeto de acoplamentos fixos, Collins [9] sugere especial atenção aos seguintes aspectos:

- Esforço cortante e esmagamento na chaveta (quando houver);
- Esforço cortante e esmagamento nos parafusos de fixação dos dois flanges;
- Esmagamento do flange nas interfaces de fixação dos parafusos;
- Esforço cortante no cubo do flange.

Como se pode observar, o projeto de uma flange é mais baseado nos conceitos de uniões parafusadas (Capítulo 8) e de ligações cubo eixo (Capítulo 3) do que no próprio dimensionamento do acoplamento.

5.3 Dimensionamento de acoplamentos fixos por flanges

Os acoplamentos por flange são geralmente unidos às árvores por meio de chavetas, algumas vezes entalhes e raras vezes por ajuste prensado. As duas metades do acoplamento são unidas por meio de parafusos, que garantam por meio do atrito a transmissão do torque entre uma árvore e outra. Assim, cada parafuso deve ter uma carga dada por:

$$P = \frac{2.T}{K.z.\mu} \quad (5.1)$$

Dado que z é o número de parafusos, $\mu = 0,25$ o coeficiente de atrito entre as superfícies, K o diâmetro do círculo dos furos da flange, dado segundo a tabela 5.1, definida pela norma DIN 760 e T o torque aplicado na flange.

Tabela 5.1: Dimensões das flanges forjadas no eixo segundo a norma DIN 760.

Diâmetro do eixo d	35	45	55	70	80	90	110	130	150	170	190	210
Diâmetro da centragem D_1	50	60	75	95	95	125	150	150	195	195	240	240
Diâmetro do círculo de furos K	70	85	100	125	140	160	190	215	240	265	290	315
Diâmetro dos furos d_3	11	14	16	18	20	22	25	32	35	40	40	45
Número de parafusos	4	4	4	6	6	6	6	6	6	8	8	8

Os valores da tabela 5.1 podem ser verificados na figura 5.3, onde se observa o diâmetro de centragem (D_1), o diâmetro do eixo(d) além do diâmetro do círculo de furos(K). Os valores máximos de diâmetro e comprimento para acoplamentos flangeados são listados na tabela 5.2 e mostrados na figura 5.4, segundo a norma DIN 116.

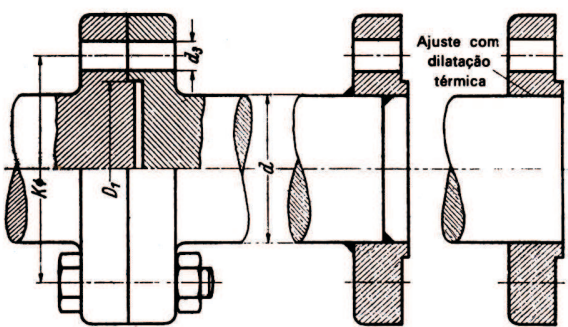


Figura 5.3: Dimensões de acoplamentos por flange segundo a norma DIN 760 (Fonte: [35]).

Tabela 5.2: Dimensões de algumas flanges segundo a norma DIN 116.

Diâm. do eixo d	25 e 30	35 e 40	45 e 50	55 e 60	70	80	90	100	110	125	140	160
Diâm. externo D	150	170	195	220	245	270	300	330	360	390	440	480
Comp. total L	130	150	170	190	210	230	260	290	320	350	390	430
Comp. total L_1	150	170	190	210	230	250	280	310	340	380	420	460

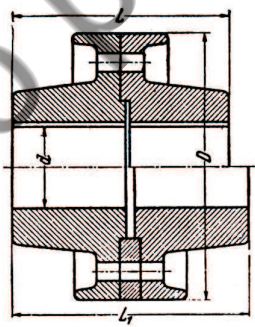


Figura 5.4: Dimensões de acoplamentos por flange segundo a norma DIN 116 (Fonte: [35]).

5.4 Acoplamentos elásticos

Em contrapartida aos acoplamentos fixos, os elásticos permitem uma certa falta de alinhamento entre as árvores conectadas. Existe uma gama enorme de possibilidades de acoplamentos elásticos no mercado, por isso o engenheiro projetista deve preferencialmente escolhê-lo a partir do catálogo de fabricante, em função da carga transmitida (torque) e diâmetro do eixo. Alguns

fabricantes disponibilizam informações direto na Internet como a Dagross ¹, Acriflex ², Funcke Acoplamentos ³, Atra-Flex Flexible Couplings ⁴, e Tsubaki Group⁵, entre outros.

Estes acoplamentos também tem a vantagem de isolar vibrações entre uma árvore e outra, podendo trabalhar com desalinhamentos angulares. É interessante verificar a frequência natural destes elementos para que não interfiram negativamente, amplificando o problema. Dois tipos de acoplamentos flexíveis são mostrados na figura 5.5.

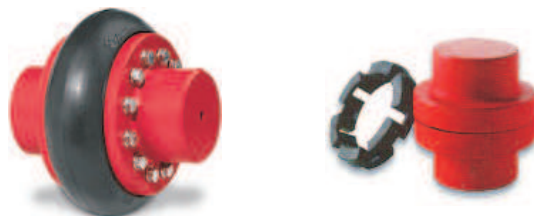


Figura 5.5: Exemplos de acoplamentos flexíveis fabricados pela Acodex.

Em situações onde a variação angular é necessária e inerente à aplicação, no caso de torques elevados, recomenda-se o uso de juntas universais, conforme mostrado na figura 5.6. Vale observar que este tipo de acoplamento é indicado para ângulos de até 30 graus, pois em função da geometria, a velocidade de entrada na cruzeta é diferente da velocidade de saída, o que pode levar ao aparecimento de uma vibração torcional no acoplamento.

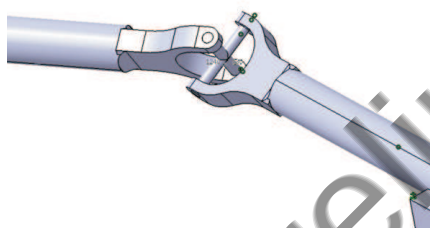


Figura 5.6: Modelo esquemático de junta universal (Fonte: CATIA v5. Tutorial).

5.5 Normas

Algumas normas referentes a acoplamentos:

- DIN 758, 759 - Acoplamentos fixos.
- DIN 760 - Flanges de acoplamentos forjadas.
- DIN 116 - Acoplamentos de flange para transmissões.

¹Site: <http://www.dagross.com.br/>

²Site: <http://www.acriflex.com.br/>

³Site: <http://www.funcke.com.br/>

⁴<http://www.atra-flex.com>

⁵<http://tsubakimoto.com/>

Freios e embreagens

6.1 Introdução

A figura 6.1 apresenta diferentes topologias e princípios de funcionamentos adotados no projeto e construção de embreagens e freios. Observe que embora diferentes em suas funções, freios e embreagens são estudados juntos pois tem grandes similaridades em seu estudo.

De todas as formas apresentadas na figura 6.1 iremos nos ater aos modelos de atrito, que estão diretamente relacionados com as forças de adesão entre superfícies em contato com movimento relativo. O atrito depende não somente de um dos elementos do contato mas da interface, variando em função dos pares de elementos em contato.

No caso de **freios**, o atrito dissipa a energia de movimento, pela forma de calor, enquanto que para **embreagens**, o atrito permite o sincronismo entre duas árvores em movimento. Assim, embora a aplicação seja distinta, o princípio adotado é comum.

Desta forma, trabalharemos em nosso estudo com embreagens e freios por atrito de diferentes configurações construtivas, tais como:

- de tambor com sapatas internas;
- de tambor com sapatas externas;
- de tambor com cinta externa;
- de disco ou axial e
- cônicos.

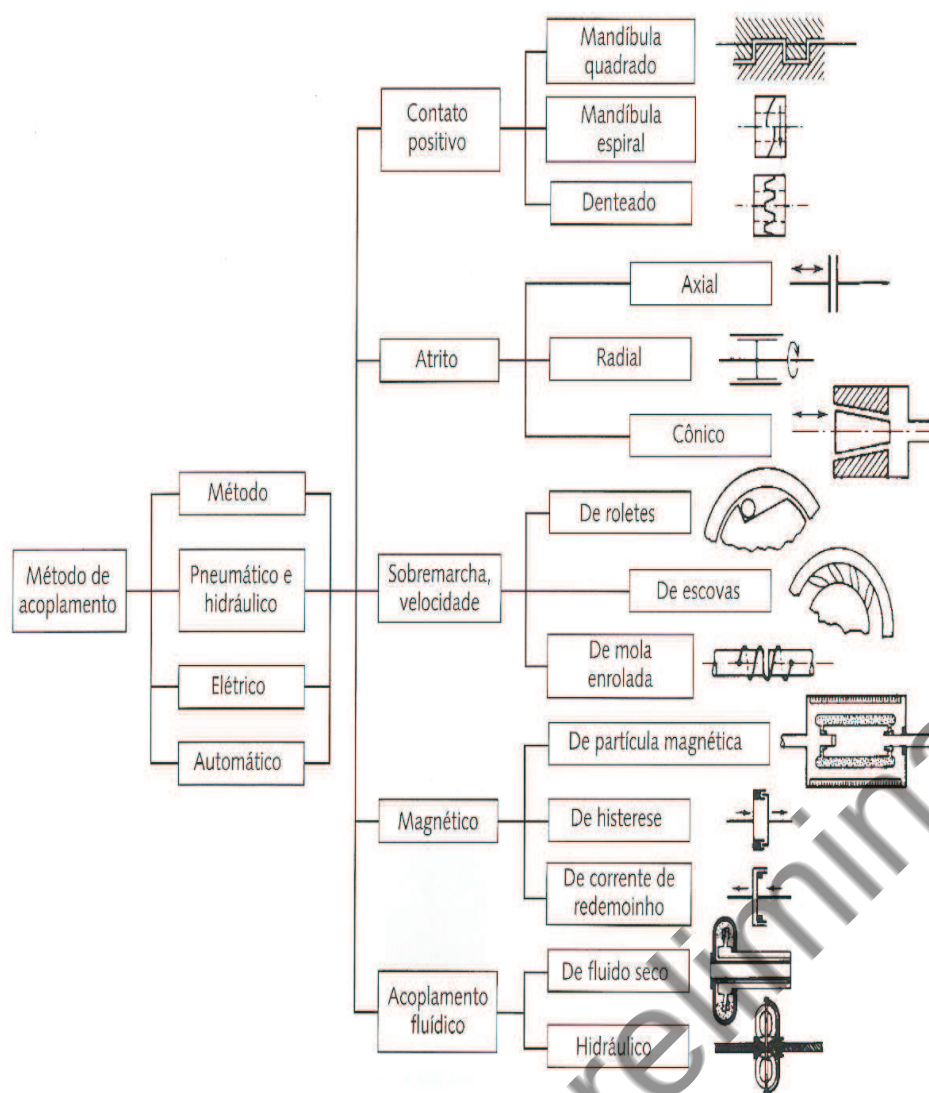


Figura 6.1: Tipos de embreagens e freios segundo princípio de funcionamento (Fonte: [36]).

6.2 Materiais construtivos

Os materiais a serem empregados em freios e embreagens devem contar com elevada resistência ao desgaste e a riscos por atrito, devem ter uma boa resistência também ao desgaste por contato e contarem com elevado coeficiente de atrito que se mantenha constante durante toda a operação do equipamento. Deve contar com ótima condutibilidade térmica para dissipação do calor gerado pelo atrito, além de boa resistência à fadiga térmica e ao empenamento, o que é obtido com baixo coeficiente de dilatação térmica e alto limite de escoamento. Por fim o material deve apresentar boa resiliência por trabalhar com pressões variáveis ao longo de sua superfície.

Construtivamente, podemos observar que os freios e embreagens (fig. 6.2) apresentam um elemento metálico, que permite a sua fixação às árvores e um elemento de revestimento, ou guarnição, responsável por diminuir (no caso de freios) ou equalizar (para embreagens) as velocidades. O componente metálico, que também tem função estrutural, é geralmente confeccionado em aço ou ferro fundido cinzento. Já o material de revestimento se apresenta de diferentes formas.

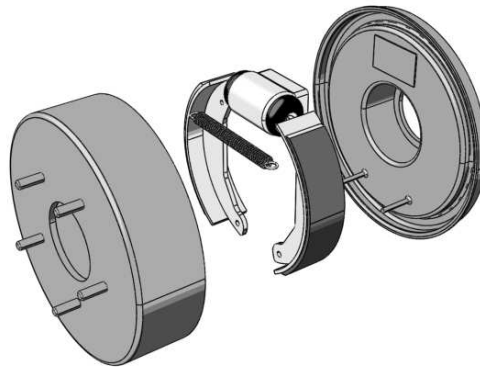


Figura 6.2: Exemplo de freio a tambor com sapata interna.

De forma geral o material de revestimento é composto de fibras e de um material ligante. Inicialmente o asbesto foi vastamente utilizado, principalmente pelas suas características térmicas, entretanto com a comprovação de seu efeito cancerígeno nos seres humanos, tal material foi abandonado pela indústria.

Hoje, se utilizam materiais moldados e sinterizados em sua grande maioria, sendo os moldados mais baratos. Os sinterizados contam hoje com adição de metais e cerâmica, para melhorar a resistência a altas temperaturas, encarecendo o produto.

Alguns estudos mais recentes tem demonstrado que a adição de titânio no material da liga tem aumentado em até 20% a capacidade de frenagem [22].

Alguns valores de coeficiente de atrito entre o material de revestimento e uma superfície de aço ou ferro fundido são mostrados na tabela 6.1.

Tabela 6.1: Valores de coeficientes de atrito com aço e FoFo de alguns materiais para revestimento em freios e embreagens (Fonte: [9]).

Material de revestimento	Coeficiente de atrito dinâmico (μ)
Carbono-grafite (seco)	0,25
Carbono-grafite (em óleo)	0,05-0,1
Cermet	0,32
Couro	0,6
Metal sinterizado (seco)	0,15-0,45
Metal sinterizado (em óleo)	0,05-0,08
Asbesto rígido moldado (seco)	0,31-0,49
Asbesto rígido moldado (em óleo)	0,06
Tecido de algodão	0,47
Material sem asbesto moldado	0,33-0,63

6.3 Freios e embreagens com sapatas internas: modelagem do problema

Definição da pressão máxima

Vamos modelar o problema de freios e embreagens a partir do modelo de sapatas internas mostrado na figura 6.2, e para tal, levantaremos a hipótese inicial do deslocamento da guarnição, que neste caso representa a sapata interna do freio/embreagem.

Seguindo a figura 6.3, supondo que a sapata está rotulada no ponto A , o seu deslocamento em uma posição genérica B em θ pode ser determinado analiticamente.

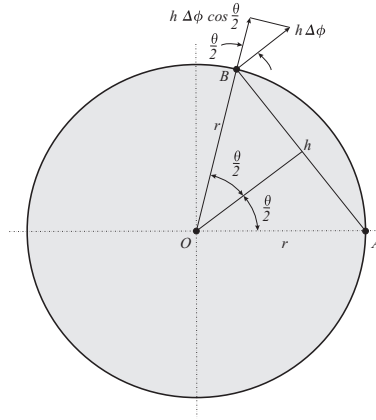


Figura 6.3: Modelo para deslocamento da guarnição.

Considerando que a guarnição gira de $\Delta\phi$ em torno de A , podemos dizer que:

$$h\Delta\phi = 2.r.\Delta\phi.\text{sen}(\theta/2) \quad (6.1)$$

O deslocamento normal à superfície do tambor por sua vez é dada por :

$$h\Delta\phi.\cos(\theta/2) = 2.r.\Delta\phi.\text{sen}(\theta/2).\cos(\theta/2) = r.\Delta\phi.\text{sen}(\theta) \quad (6.2)$$

Observa-se, a partir da equação 6.2, que o deslocamento e, conseqüentemente, a distribuição de pressões são proporcionais a $\text{sen}(\theta)$, logo se pode escrever que:

$$\frac{p}{\text{sen}(\theta)} = \frac{p_a}{\text{sen}(\theta_a)} \quad (6.3)$$

Para p_a a pressão máxima em um dado ponto de posição θ_a . Isolando p na equação 6.3, teremos:

$$p = \frac{p_a}{\text{sen}(\theta_a)} \cdot \text{sen}(\theta) \quad (6.4)$$

Com relação a distribuição de pressões ao longo da guarnição podemos dizer que ela é senoidal em relação a θ e, se $\theta_2 < 90^\circ$ a pressão máxima p_a ocorrerá em θ_2 , conforme mostrado na figura 6.4.

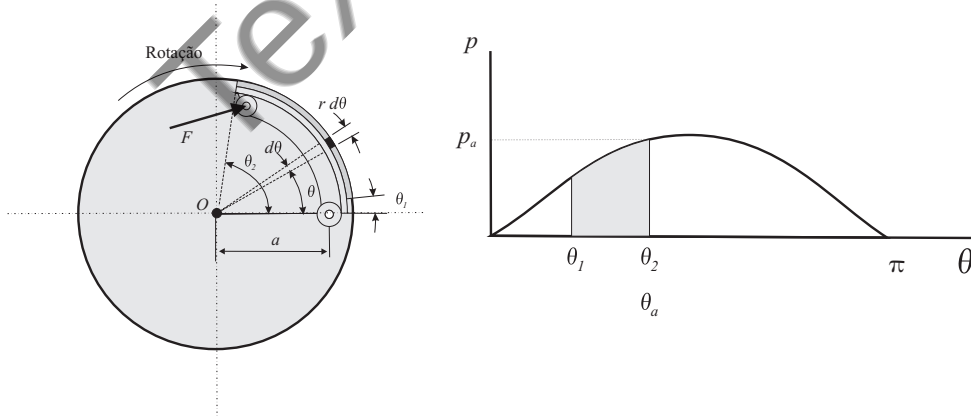


Figura 6.4: Ponto de maior pressão na guarnição para $\theta_2 < 90^\circ$.

Por outro lado, se a sapata tiver $\theta_2 > 90^\circ$ ¹ a pressão máxima, p_a ocorre em $\theta_2 = 90^\circ = \phi/2$, como mostrado na figura 6.5.

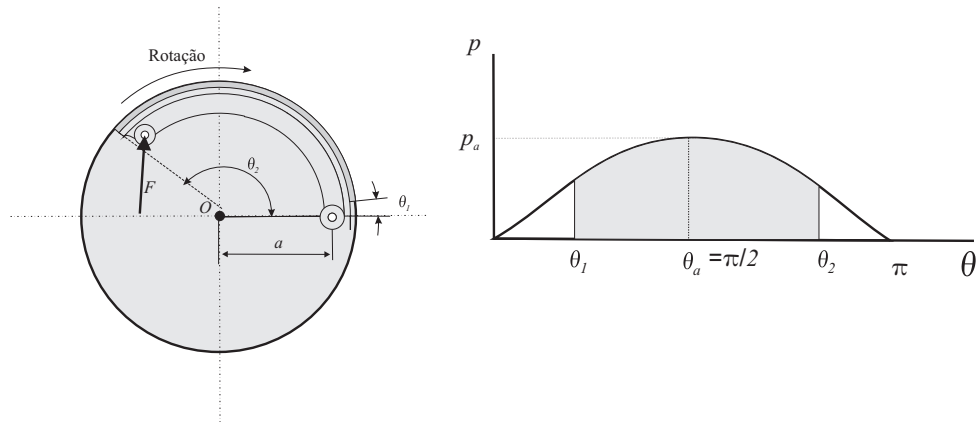


Figura 6.5: Ponto de maior pressão na guarnição para $\theta_2 > 90^\circ$.

Podemos também observar que em $\theta = 0$ a pressão é nula, $\sin\theta = 0$, e assim, o material da guarnição não se estende até este ponto.

Valores de pressão máxima para alguns materiais são mostrados na tabela 6.2.

Tabela 6.2: Valores de pressão máxima p_a para alguns pares de material (Fonte: [46]).

Par de material	Pressão Máxima [kPa]
FoFo em FoFo	1.000 a 1.750
Metal pulverizado em FoFo	1.000
Metal pulverizado em aço duro	2.100
Madeira em aço ou FoFo	400 a 620
Couro em aço ou FoFo	70 a 280
Cortiça em aço ou Fofo	50 a 100
Feltro em aço ou FoFo	35 a 70
Asbesto trançado em FoFo ou aço	350 a 700
Asbesto moldado em FoFo ou aço	350 a 1.000
Asbesto impregnado em FoFo ou aço	1.000
Aço carbono em Aço	2.100

Balanco de forças

Partindo-se da figura 6.6, é possível determinar as reações e o momento de frenagem, para o tambor girando no sentido horário.

¹Deve-se tomar cuidado com a posição de referência da variável θ , que neste modelo é dado pelo ponto A.

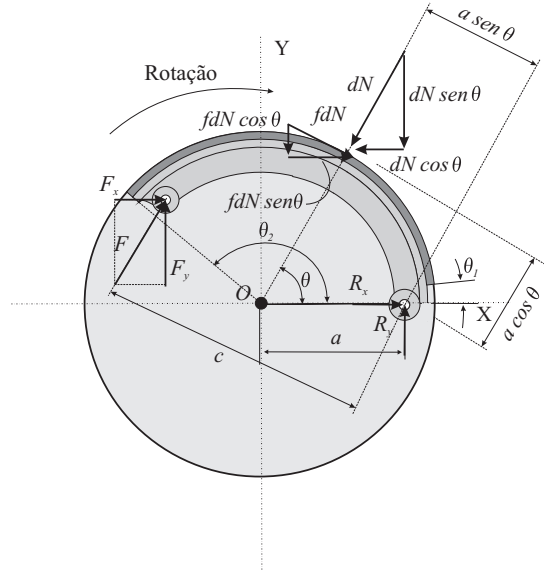


Figura 6.6: Balanço de forças para o giro do tambor no sentido horário.

Para isso a força normal à sapata em θ é:

$$dN = p.b.r.d\theta \quad (6.5)$$

Dado que b é a largura da guarnição e r o raio do tambor.

Lembrando que a distribuição de pressão pode ser dada em função de θ pela equação 6.4, a força normal infinitesimal na sapata será dada por:

$$dN = \frac{p_a.b.r.\text{sen}(\theta).d\theta}{\text{sen}(\theta_a)} \quad (6.6)$$

Vale observar que esta força (dN) tem componentes horizontal e vertical, como pode ser visto na figura 6.6, sendo dadas como:

$$dN.\cos(\theta) \quad dN.\text{sen}(\theta) \quad (6.7)$$

Da figura 6.6 podemos também observar que existe uma força de atrito dada pelo produto:

$$f.dN \quad (6.8)$$

Para f o coeficiente de atrito entre a sapata e o cubo. Ela também conta com duas componentes na direção horizontal e vertical, respectivamente $f.dN.\cos(\theta)$ e $f.dN.\text{sen}(\theta)$.

Do equilíbrio de momentos das forças de atrito e normal dadas acima, em relação ao ponto A, tem-se:

$$M_f = \int f.dN(r - a.\cos(\theta)) \quad (6.9)$$

$$M_N = \int dN(a.\text{sen}(\theta)) \quad (6.10)$$

Considerando agora a distribuição de pressões em função de θ , dada pela equação 6.4, as equações 6.9 e 6.10 passam a ser dadas como:

$$M_f = \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r}{\text{sen}(\theta_a)} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta (r - a \cdot \cos \theta) d\theta \quad (6.11)$$

$$M_N = \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot a}{\text{sen}(\theta_a)} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta \quad (6.12)$$

Resolvendo as integrais, as equações 6.11 e 6.12 tem-se por fim, respectivamente:

$$M_f = \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r}{2 \cdot \text{sen}(\theta_a)} \cdot (-\cos \theta_1 + \cos \theta_2) (-2r + a \cos \theta_1 + a \cos \theta_2) \quad (6.13)$$

$$M_N = \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot a}{2 \cdot \text{sen}(\theta_a)} \cdot (\theta_2 - \theta_1 + \cos \theta_1 \cdot \text{sen } \theta_1 - \cos \theta_2 \cdot \text{sen } \theta_2) \quad (6.14)$$

Voltando à figura 6.6 e aplicando as equações de equilíbrio de momentos em torno do ponto A, chega-se a:

$$F = \frac{M_N - M_f}{c} \quad (6.15)$$

Para F a força de acionamento do freio, ou seja a força de acionamento da guarnição, ou sapata interna para que seja garantida a frenagem. O torque de frenagem da sapata sobre o tambor do freio é por sua vez dado como a soma das forças de atrito pelo raio do tambor. Este torque é na verdade a capacidade de frenagem, e pode ser calculado como:

$$T = \int f \cdot r \cdot dN = \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r^2}{\text{sen}(\theta_a)} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta d\theta \quad (6.16)$$

Resolvendo a equação 6.16 teremos para θ_1 e θ_2 conhecidos, o torque de frenagem será:

$$T = \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r^2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\text{sen}(\theta_a)} \quad (6.17)$$

O pino no ponto A terá por sua vez as reações em X e Y, que serão transmitidas para a estrutura. Assim R_x pode ser avaliada como:

$$R_x = \int dN \cos \theta - \int f dN \text{sen } \theta - F_x \quad (6.18)$$

$$= \frac{p_a \cdot b \cdot r}{\text{sen}(\theta_a)} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta \cdot \cos \theta d\theta - f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta \right) - F_x \quad (6.19)$$

Que integrando fornece:

$$R_x = \frac{p_a \cdot b \cdot r}{4 \text{sen}(\theta_a)} (\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2 + f (2\theta_1 - 2\theta_2 - \text{sen } 2\theta_1 + \text{sen } 2\theta_2)) - F_x \quad (6.20)$$

Da mesma forma, para a direção do eixo Y:

$$R_y = \int dN \text{sen } \theta + \int f dN \cos \theta - F_y \quad (6.21)$$

$$= \frac{p_a \cdot b \cdot r}{\text{sen}(\theta_a)} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta + f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta \cos \theta d\theta \right) - F_y \quad (6.22)$$

Integrando a equação 6.22, teremos:

$$R_y = \frac{p_a \cdot b \cdot r}{4 \operatorname{sen} \theta_a} (-2\theta_1 + 2\theta_2 + f(\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2) + \operatorname{sen} 2\theta_1 - \operatorname{sen} 2\theta_2) - F_y \quad (6.23)$$

Vale salientar que o modelo apresentado até agora trata do tambor girando no sentido horário, e sendo assim: **o que aconteceria se o movimento fosse na outra direção, ou seja, no momento anti-horário?**

Neste caso há uma mudança no sentido do momento gerado pela força de atrito, e assim o equilíbrio de momentos em torno do ponto **A**, passa a ser:

$$F = \frac{M_N + M_f}{c} \quad (6.24)$$

Aplicando o mesmo raciocínio com relação às reações no pino *A*, as forças agora seriam dadas como:

$$R_x = \frac{p_a \cdot b \cdot r}{\operatorname{sen}(\theta_a)} \cdot \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen} \theta \cos \theta d\theta + f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta \right) - F_x \quad (6.25)$$

Que integrando fornece:

$$R_x = \frac{p_a \cdot b \cdot r}{4 \operatorname{sen} \theta_a} (\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2 + f(-2\theta_1 + 2\theta_2 + \operatorname{sen} 2\theta_1 - \operatorname{sen} 2\theta_2)) - F_x \quad (6.26)$$

Da mesma forma, para R_y :

$$R_y = \frac{p_a \cdot b \cdot r}{\operatorname{sen}(\theta_a)} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta - f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen} \theta \cos \theta d\theta \right) - F_y \quad (6.27)$$

Que integrando fornece:

$$R_y = \frac{p_a \cdot b \cdot r}{4 \operatorname{sen} \theta_a} (2\theta_1 - 2\theta_2 + f(\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2) - \operatorname{sen} 2\theta_1 + \operatorname{sen} 2\theta_2) - F_y \quad (6.28)$$

Analisando as equações 6.15 e 6.24, podemos concluir que as duas expressões são idênticas a menos dos sinais. Isso significa dizer que para a configuração mostrada de sistema de freio com a rotação no sentido horário, há uma condição em que a força de acionamento é nula. Isto ocorre quando $M_n = M_f$, o que se chama de efeito de *autotravamento*, ou seja, o freio/embreagem não necessita de força nem para ser acionado, nem para se manter acionado, o que é indesejado na grande maioria dos casos. Para que não ocorra este problema por sua vez, é necessário satisfazer a equação 6.29:

$$M_N > M_f \quad (6.29)$$

No sentido contrário, ou seja, no sentido anti horário, o efeito de auto travamento desaparece pois ambos os momentos serão positivos.

Podemos verificar se a sapata é autotravante a partir da equação 6.15 para $F = 0$. Assim, a condição para que seja autotravante é que a dimensão *a* deva ser igual ou inferior a:

$$a_{min} = \frac{2fr(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}{-\theta_1 + \theta_2 + f(\cos^2\theta_1 - \cos^2\theta_2) + \cos\theta_1 \operatorname{sen}\theta_1 - \cos\theta_2 \operatorname{sen}\theta_2} \quad (6.30)$$

6.4 Exemplo de aplicação do modelo para sapatas internas

O freio mostrado na figura 6.7 tem 300 mm de diâmetro e é acionado por um mecanismo que exerce a mesma força F em cada sapata. As sapatas são idênticas e tem largura de 32 mm. A guarnição é de amianto moldado, com o coeficiente de atrito de 0,32 e limitação de pressão de 1.000 kPa. Assim se pede: a) Determinar a força atuante F . b) Achar a capacidade de frenagem. c) Calcular as reações no pino de articulação.

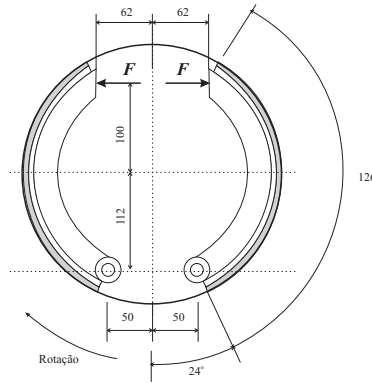


Figura 6.7: Exemplo de cálculo para freio (Fonte: [46]).

Determinação das forças atuantes

Observando a figura 6.7, percebe-se que a sapata do lado direito é auto-energizante, isto é devido a forma construtiva do freio bem como o sentido de rotação do tambor, enquanto que a sapata do lado esquerdo não é auto-energizante. Desta forma o dimensionamento deve começar com a sapata auto-energizante. Chama-se de sapata auto energizante aquela onde o momento devido ao atrito aumenta a pressão de contato da guarnição sobre a estrutura.

Da figura 6.7 podemos verificar que:

- $\theta_1 = 0$;
- $\theta_2 = 126^\circ$;
- $\theta_a = 90^\circ$ pois a sapata tem mais de 90° (figura 6.5).

Podemos também calcular a distância entre o pino de articulação e o centro do tambor a .

$$a = \sqrt{112^2 + 50^2} = 123 \text{ mm}$$

Com isso determinado, pode-se calcular o momento da força de atrito (M_f) em relação a articulação, a partir da equação 6.11, que fica:

$$\begin{aligned} M_f &= \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r}{\text{sen}(\theta_a)} \cdot \left[(-r \cos \theta)_0^{\theta_2} + a \left(\frac{1}{2} \cos^2 \theta \right)_0^{\theta_2} \right] \\ &= \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r}{\text{sen}(\theta_a)} \cdot \left(r - r \cos \theta_2 - \frac{a}{2} \text{sen}^2 \theta_2 \right) \\ M_f &= \frac{0,32 \cdot 1.000 \times 10^3 \cdot 0,032 \cdot 0,150}{\text{sen}(90^\circ)} \cdot \left(0,150 - 0,150 \cdot \cos 126^\circ - \frac{0,123}{2} \text{sen}^2 126^\circ \right) \end{aligned}$$

Isto fornece um momento de:

$$M_f = 304 \text{ Nm}$$

O momento das forças normais por sua vez pode ser calculado a partir da equação 6.12, que fica:

$$\begin{aligned} M_N &= \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot a}{\sin(\theta_a)} \cdot \left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta_2 \right) \\ &= \frac{1000 \times 10^3 \cdot 0,032 \cdot 0,150 \cdot 0,123}{\sin(90^\circ)} \cdot \left(\frac{126^\circ \pi}{2 \times 180} - \frac{1}{4} \sin 2 \cdot 126^\circ \right) \end{aligned}$$

Isto dá um momento de:

$$M_N = 788 \text{ Nm}$$

Assim, da equação 6.15, teremos que a força de acionamento será dada por

$$F = \frac{788 - 304}{0,100 + 0,112}$$

$$F = 2,28 \text{ kN}$$

Capacidade de frenagem

O torque de frenagem, ou capacidade de frenagem pode ser obtido a partir da equação 6.17 que dá:

$$T_D = \frac{0,32 \cdot 1.000 \times 10^3 \cdot 0,032 \cdot 0,150^2 (\cos 0^\circ - \cos 126^\circ)}{\sin(90^\circ)}$$

Que leva a um valor de

$$T_D = 366 \text{ Nm}$$

É interessante verificar se essa sapata não é auto-travante. Para isso é necessário calcular o valor de a para o caso em que $F = 0$. Esse valor é dado pela equação 6.30 que nos leva a:

$$\begin{aligned} a_{min} &= \frac{2,0,32,0,15(\cos 0^\circ - \cos 126^\circ)}{\frac{126^\circ \cdot \pi}{180^\circ} + 0,32(\cos^2 0^\circ - \cos^2 126^\circ) + \cos 0^\circ \sin 126^\circ - \cos 126^\circ \sin 0^\circ} \\ a_{min} &= 52,85 \text{ mm} \end{aligned}$$

Como este valor é menor do que o valor no projeto, ou seja, $a = 122,7 \text{ mm}$, esta sapata não é autotravante.

O torque total de frenagem deste sistema de freios é dado pela soma dos torques das duas sapatas. Porém o torque da sapata do lado esquerdo só pode ser determinado após se saber qual é a força de acionamento da sapata não auto-energizante. Com isso, a seguir é apresentado o procedimento para a determinação da pressão de contato máxima desta sapata.

O momento devido a força de atrito na sapata do lado esquerdo também é dado pela equação 6.11, que fornece:

$$M_f = 0,304 \cdot p_a \times 10^{-3}$$

Da mesma forma, o momento da força normal, dado pela equação 6.12, é:

$$M_N = 0,778 \cdot p_a \times 10^{-3}$$

Com esses dois valores a equação da força de acionamento para freios não auto-energizantes (eq. 6.24), passa a ser:

$$F = \frac{M_N + M_f}{c} = \frac{0,778 \cdot p_a + 0,304 \cdot p_a}{0,100 + 0,112} = 2.280$$

Isolando nesta equação o valor de p_a , tem-se:

$$p_a = 443 \text{ kPa}$$

Com isso definido, pode-se calcular o torque de frenagem da sapata do lado esquerdo, a partir da equação 6.17, que fornece:

$$T_E = \frac{0,32 \cdot 443 \times 10^3 \cdot 0,032 \cdot 0,150^2 (\cos 0 - \cos 126^\circ)}{\sin(90^\circ)}$$

$$T_E = 162 \text{ Nm}$$

Com isso o torque de frenagem desse freio é dado pela soma do torque do lado direito (T_D) com o torque do lado esquerdo (T_E), ou seja:

$$T = T_D + T_E$$

$$T = 366 + 162$$

$$T = 528 \text{ Nm}$$

Para o cálculo das reações na articulação da sapata que é auto-energizante se usam as equações 6.20 e 6.23, que fornecem:

$$R_x = -1.410 \text{ N} \quad R_y = 4.839 \text{ N}$$

Combinando as duas reações, teremos um valor final dado como:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = 5.040 \text{ N}$$

Para o cálculo das reações na articulação da sapata que não é auto-energizante utilizamos também as equações 6.26 e 6.28, que fornecem por sua vez:

$$R_x = 678 \text{ N} \quad R_y = 539 \text{ N}$$

E combinando as reações:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = 867 \text{ N}$$

A figura 6.8 mostra as reações nas sapatas.

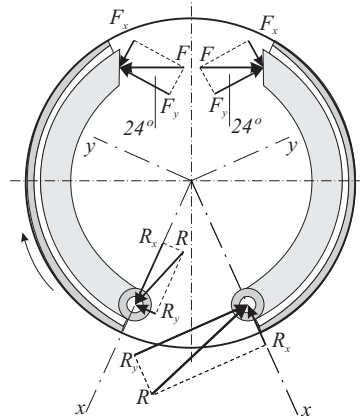


Figura 6.8: Reações nas sapatas para o exemplo proposto (Fonte: [46]).

Algumas observações podem ser tiradas do exemplo. Se a sapata do lado esquerdo fosse auto-energizante, a capacidade desse freio cresceria cerca de 39%, além disso, o material de fricção perto dos pinos pode ser eliminado, o que melhora a troca de calor.

6.5 Freios de sapatas externas

Os freios de sapatas externas tem um desenvolvimento similar aos de sapatas internas, já que, devido as diferenças construtivas, há pequenas mudanças nos sinais das equações do modelo matemático desse tipo de freio.

A seguir são apresentadas as equações das sapatas auto-energizantes e não auto-energizantes, observando que a hipótese da distribuição de pressões da sapata é a mesma dos freios com sapatas internas, ou seja, segue uma distribuição senoidal.

Da figura 6.9, admitindo que o eixo gira no sentido horário, pode-se desenvolver um modelo desse tipo de freio.

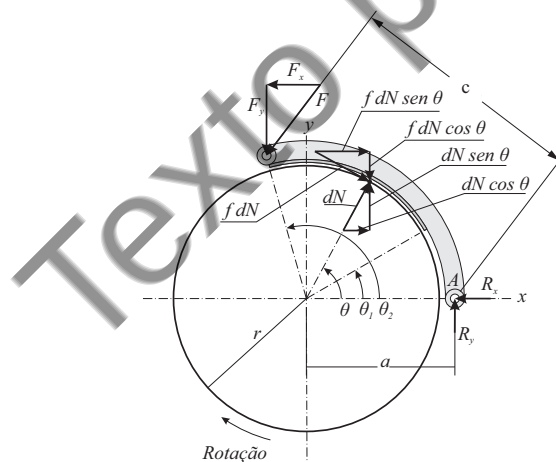


Figura 6.9: Freio de sapata externa (Fonte: [46]).

Nota-se, em função da direção das cargas, que a sapata do freio mostrado nessa figura não é auto-energizante, pois os momentos devido ao atrito e à força normal tem mesmo sinal.

Assim, para o desenvolvimento do modelo matemático tem-se:

$$M_f = \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r}{\text{sen } \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta (r - a \cos \theta) d\theta \quad (6.31)$$

$$M_N = \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot a}{\text{sen } \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta \quad (6.32)$$

Que integrando fornece:

$$M_f = \frac{f \cdot p_a \cdot b \cdot r}{\text{sen } \theta_a} \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{2} (2r - a (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)) \quad (6.33)$$

e

$$M_N = \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot a}{2 \text{sen } \theta_a} (\theta_2 - \theta_1 + \cos \theta_1 \text{sen } \theta_1 - \cos \theta_2 \text{sen } \theta_2) \quad (6.34)$$

Como estes dois momentos estão orientados no sentido horário, do equilíbrio de momentos em torno do pino A (figura 6.9), tem-se:

$$F = \frac{M_N + M_f}{c} \quad (6.35)$$

Como se tem uma soma no numerador, o valor de F nunca poderá ser nulo, o que corrobora a afirmação que a sapata analisada não é auto-energizante.

Aplicando as equações de equilíbrio, as reações mostradas na figura 6.9 valem:

$$R_x = \int dN \cos \theta + \int f dN \text{sen } \theta - F_x \quad (6.36)$$

$$R_y = \int f dN \cos \theta - \int dN \text{sen } \theta + F_y \quad (6.37)$$

Para o caso do tambor girando no sentido anti-horário, em função da mudança do sentido do momento devido ao atrito, só há alteração nas seguintes equações:

$$F = \frac{M_N - M_f}{c} \quad (6.38)$$

e

$$R_x = \int dN \cos \theta - \int f dN \text{sen } \theta - F_x \quad (6.39)$$

$$R_y = - \int f dN \cos \theta - \int dN \text{sen } \theta + F_y \quad (6.40)$$

6.6 Embreagens e freios de cintas

Embreagens e freio de cintas flexíveis são bastante utilizadas em guindastes, tratores de rabo (Tobatta), em câmbios automáticos etc. Trata-se basicamente de um tambor, com uma cinta que o envolve, gerando atrito em função da carga de tração aplicada a esta última, como pode ser visto na figura 6.10.

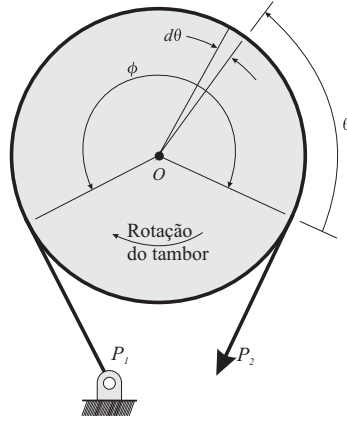


Figura 6.10: Freio de cintas. (Adaptado de [46])

O desenvolvimento da formulação para esse tipo de freio parte das seguintes considerações:

- A força acionadora P_2 é menor do que P_1 , que é a reação do pino;
- Qualquer elemento da correia, de comprimento $r d\theta$, está em equilíbrio nas direções radial e tangencial, como mostrado na figura 6.11.

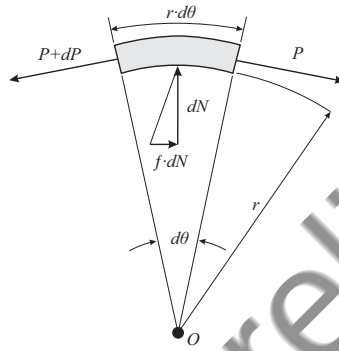


Figura 6.11: Condição de equilíbrio na cinta (Fonte: [46]).

Análise de forças

Do elemento de correia mostrado na figura 6.11, aplicando o equilíbrio de forças na direção radial, temos que:

$$(P + dP) \sin \frac{d\theta}{2} + P \sin \frac{d\theta}{2} - dN = 0 \quad (6.41)$$

Do equilíbrio de forças na direção tangencial:

$$(P + dP) \cos \frac{d\theta}{2} - P \cos \frac{d\theta}{2} - f dN = 0 \quad (6.42)$$

Como, $\sin (d\theta/2) \approx d\theta/2$, e $\cos (d\theta/2) \approx 1$, as equações 6.41 e 6.42 podem ser reescritas respectivamente como:

$$dN = P d\theta \quad (6.43)$$

e

$$dP - f dN = 0 \quad (6.44)$$

Colocando agora o valor de dN da equação 6.43 na equação 6.44 e organizando-a, podemos dizer que:

$$\int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{P} = f \int_0^\phi d\theta \quad (6.45)$$

$$\ln \frac{P_1}{P_2} = f\phi \quad (6.46)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = e^{f\phi} \quad (6.47)$$

O torque transmitido por esta embreagem pode ser calculado por:

$$T = (P_1 - P_2) \frac{D}{2} \quad (6.48)$$

Voltando à figura 6.11, podemos concluir que a força normal ao elemento de correia com comprimento $r d\theta$ e largura b é dada por:

$$dN = p \cdot b \cdot r \cdot d\theta \quad (6.49)$$

Inserindo agora a equação 6.43 na equação 6.49, teremos:

$$P d\theta = p \cdot b \cdot r \cdot d\theta \quad (6.50)$$

Que reorganizando, e admitindo que D é o diâmetro do tambor, teremos:

$$p = \frac{P}{br} = \frac{2P}{bD} \quad (6.51)$$

Ou seja, a pressão de contato é proporcional a tração da correia. Com isso a pressão máxima da correia ocorre na posição em que p é máximo, ou seja: $P = P_1$. Sendo assim, a pressão máxima, p_a é dada por:

$$p_a = \frac{2P_1}{bD} \quad (6.52)$$

6.7 Embreagens axiais: modelagem do problema

Uma embreagem de atrito é dita axial quando o seu acionamento é feito por deslocamento axial das partes que se friccionam. Nesse tipo de embreagem, pode-se incluir a cônica, bem como as de disco plano, na qual se incluem os freios a disco, conforme mostrado na figura 6.12.

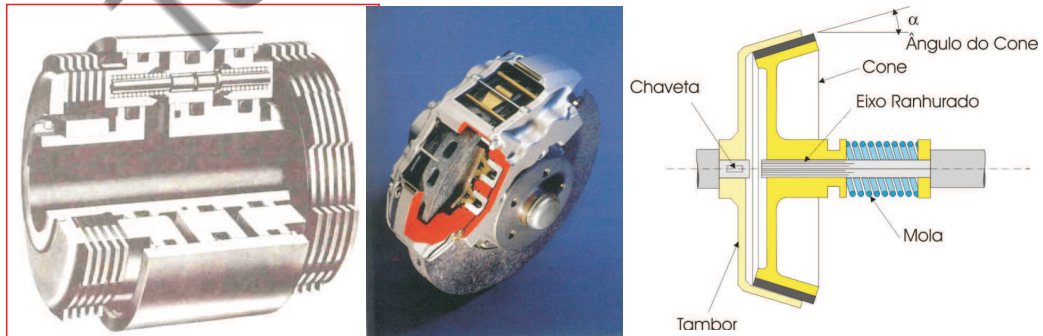


Figura 6.12: Tipos de embreagens e freios axiais (Fonte: [46]).

O desenvolvimento que segue tem o objetivo de relacionar a força de acionamento, a distribuição de pressão e o torque a ser transmitido.

Para isso há dois critérios para essa modelagem:

- Desgaste uniforme;
- Pressão constante.

O critério de pressão constante implica que o sistema deve ser rígido. Porém, no acoplamento, o trabalho de atrito da periferia é maior do que na região interna da embreagem, o que implica em um desgaste maior da embreagem para raios mais externos. Isso implica que a distribuição de pressão varia, em função do desgaste que a mesma sofre, e o critério de funcionamento passa de pressão constante para desgaste uniforme.

Desgaste Uniforme

Para uma embreagem com as guarnições desgastadas, porém nova, o desgaste axial (δ), pode ser suposto como sendo proporcional ao trabalho da força de atrito, ou seja:

$$\delta \cdot A = K \cdot p \cdot f \cdot A \cdot v \cdot t \quad (6.53)$$

$$\delta = K \cdot p \cdot f \cdot v \cdot t \quad (6.54)$$

Dado que: K é a constante de proporcionalidade, A a área de contato guarnição/disco, p a pressão de contato, v a velocidade tangencial, f o coeficiente de atrito e t o tempo.

Pode-se observar que na equação 6.54, somente a pressão e a velocidade tangencial variam de lugar para lugar, porém o produto entre elas, para desgaste uniforme, também é uma constante. Assim:

$$p \cdot v = C_1 \quad (6.55)$$

$$p \cdot r \cdot \omega = C_2 \quad (6.56)$$

Observando que a velocidade angular (ω) na equação 6.56 é constante e podemos dizer que o produto da pressão pelo raio também o é. Além disso, observando a figura 6.13, tem-se que a pressão máxima ocorre em $r = d/2$. Chamando essa pressão máxima de p_a , pode-se escrever que:

$$p \cdot r = C_3 = p_{max} \cdot r = p_a \cdot r_i = p_a \cdot \frac{d}{2} \quad (6.57)$$

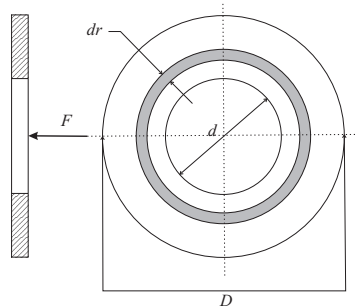


Figura 6.13: Desgaste uniforme em uma posição r (Fonte: [46]).

Essa equação foi desenvolvida com a hipótese que o volume de material removido é proporcional ao trabalho da força de atrito, e assim, podemos escrever que existe uma força atuando em toda área $2\pi r dr$ dada como:

$$F = \int_{d/2}^{D/2} 2\pi r p dr = \pi p_a d \int_{d/2}^{D/2} dr = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d) \quad (6.58)$$

Da mesma forma o torque pode ser calculado como:

$$T = \int_{d/2}^{D/2} 2\pi f r^2 p dr = \pi f p_a d \int_{d/2}^{D/2} r dr = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2) \quad (6.59)$$

Combinando as equações 6.58 e 6.59 o torque é definido como:

$$T = \frac{F f}{4} (D + d) \quad (6.60)$$

Da expressão 6.59, é possível encontrar uma relação entre o diâmetro externo e o interno da embreagem de tal forma a maximizar o torque transmitido. Para isso basta derivar esta equação em relação a d e igualá-la a zero. Com o resultado obtido se tem a maximização do torque transmitido pela embreagem, dado como:

$$\frac{\partial T}{\partial d} = -\frac{f p_a \pi}{4} d^2 + \frac{f p_a \pi}{8} (D^2 - d^2) = 0 \quad (6.61)$$

$$d = \frac{D}{\sqrt{3}} \cong 0,58D \quad (6.62)$$

Pressão Constante

Para o caso de pressão constante, $p = p_a = C_4$ e a força passa a ser exclusivamente o seu produto pela área, o que nos leva a:

$$F = \frac{\pi p_a}{4} (D^2 - d^2) \quad (6.63)$$

Da mesma forma, o torque passa a ser dado como:

$$T = 2\pi f p_a \int_{d/2}^{D/2} r^2 dr = \frac{\pi f p_a}{12} (D^3 - d^3) \quad (6.64)$$

Combinando agora as equações 6.63 e 6.64, teremos o torque como:

$$T = \frac{F f}{3} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} \quad (6.65)$$

Comparação entre os dois métodos

Se analisarmos os dois métodos, podemos ver que para desgaste uniforme, a equação 6.60 pode ser reescrita como:

$$\frac{T}{f F D} = \frac{1 + d/D}{4} \quad (6.66)$$

Da mesma maneira, podemos isolar a relação entre os diâmetros na equação 6.65 (pressão uniforme) de forma que:

$$\frac{T}{f F D} = \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1 - (d/D)^3}{1 - (d/D)^2}\right) \quad (6.67)$$

Tomando o limite dessas duas expressões (equação 6.66 e 6.67) com a relação d/D tendendo a 1, tem-se respectivamente:

$$\lim_{d/D \rightarrow 1} \frac{1 + (d/D)}{4} = \frac{1}{2} \quad (6.68)$$

$$\lim_{d/D \rightarrow 1} \left(\frac{1}{3} \right) \left(\frac{1 - (d/D)^3}{1 - (d/D)^2} \right) = \frac{1}{2} \quad (6.69)$$

Isso significa dizer que as embreagens de desgaste uniforme e pressão constante tem o mesmo desempenho quando a guarnição tende à largura de uma linha. Agora, tomando o limite dessas duas expressões com a relação d/D tendendo a zero, tem-se:

$$\lim_{d/D \rightarrow 0} \frac{1 + (d/D)}{4} = \frac{1}{4} \quad (6.70)$$

$$\lim_{d/D \rightarrow 0} \left(\frac{1}{3} \right) \left(\frac{1 - (d/D)^3}{1 - (d/D)^2} \right) = \frac{1}{3} \quad (6.71)$$

O que significa dizer que as embreagens de desgaste uniforme e pressão constante têm desempenhos diferentes quando o diâmetro interno da guarnição tende a zero. Isto pode ser observado na figura 6.14.

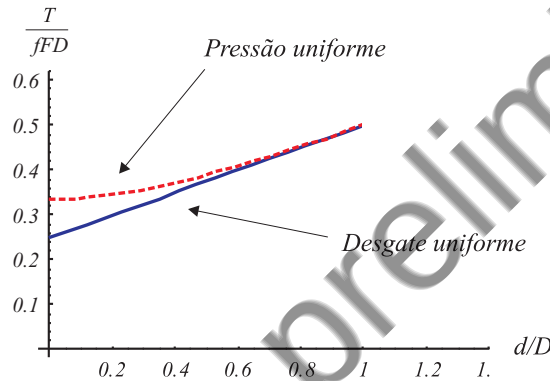


Figura 6.14: Gráfico das relações para pressão constante e desgaste uniforme (Fonte: [46]).

Fazendo um gráfico das equações 6.66 e 6.67 (figura 6.14), percebe-se que a embreagem de pressão constante (nova) tem um desempenho melhor que a embreagem de desgaste uniforme (gasta). Percebe-se também, como havia sido mostrado, que quando a guarnição tende a uma linha, que o desempenho das duas embreagens tende a se igualar.

Com estas considerações adota-se normalmente uma relação dada como $0,6 \leq d/D \leq 1,0$ e assim, para a embreagem otimizada, ou seja, $d = \frac{D}{\sqrt{3}} \cong 0,58D$:

$$\frac{T}{fFD} = \frac{1 + (0,58)}{4} = 0,4 \quad (6.72)$$

$$\frac{T}{fFD} = \left(\frac{1}{3} \right) \frac{1 - (0,58)^3}{1 - (0,58)^2} = 0,4083 \quad (6.73)$$

Observa-se que a diferença de desempenho entre as duas formulações é de cerca de 2% para o caso da relação $d/D = 0,6$. Isso, aliado com as incertezas do coeficiente real de fricção e à

certeza que as embreagens envelhecem, recomenda-se que se utilize o modelo com a hipótese para desgaste uniforme, no sentido de ser mais conservador.

É importante lembrar que todo o desenvolvimento para o cálculo do torque feito anteriormente é apenas para um par de superfícies. Sendo assim, quando se tem uma embreagem multidisco, a equação do torque deve ser multiplicada pelo número de pares de superfícies em contato.

Um fator importante no que diz respeito a embreagens axiais é a capacidade de transmitir potência, que pode ser avaliada pela equação:

$$T = \frac{60P}{2\pi n'} = \frac{P}{\omega} \quad (6.74)$$

Para T o torque de frenagem, P a potência em Watts, n' a rotação em rpm e ω a velocidade angular.

Exemplo de aplicação do modelo axial

Determinar o tamanho adequado e a força de acionamento para uma embreagem axial com um único par de atrito. A potência a ser transmitida é de 5.593 W a 1.725 rpm. Considerar um fator de serviço (F_s) igual a 2. Considerar que o coeficiente de atrito é constante e que a embreagem é seca e a guarnição moldada.

Solução

Da tabela 6.1 na página 177, adotaremos um coeficiente de atrito de 0,35 e da tabela 6.2 na página 179, uma pressão máxima de 1.000 kPa.

Primeiro vamos avaliar o torque a partir da potência da rotação dados, de forma que da equação 6.74 teremos:

$$T = \frac{Pot}{\frac{2\pi}{60}n}$$

$$T = \frac{5.593}{\frac{2\pi}{60}1725} = 30,96 \text{ Nm}$$

A relação entre o torque e as dimensões da embreagem, para a hipótese de desgaste uniforme, é dada pela equação 6.59, não esquecendo da relação ótima $d = D/\sqrt{3}$ (equação 6.62). Com isto, a equação 6.59 passa a ser:

$$T = \frac{\pi f p_a (D/\sqrt{3})}{8} \left(D^2 - (D/\sqrt{3})^2 \right) \quad (6.75)$$

Isolando D na equação 6.75, temos:

$$D = \sqrt[3]{\frac{12T\sqrt{3}}{\pi f p_a}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 30,96 \cdot \sqrt{3}}{\pi \cdot 0,35 \cdot 1.000 \times 10^3}} = 52,65 \text{ mm}$$

E assim, da relação entre d e D temos:

$$d = \frac{D}{\sqrt{3}} = 30,4 \text{ mm}$$

Com as dimensões da embreagem definidas, pode-se calcular a força de acionamento, dada pela equação 6.58 como segue:

$$F = \frac{\pi 1.000 \times 10^3 0,0608}{2} (0,1053 - 0,0608) = 1.062,5 \text{ N}$$

6.8 Freios a disco

O que foi desenvolvido no item anterior, para embreagens axiais, pode ser estendido para os freios a disco, visto que a modelagem dos dois tipos de elementos são idênticas.

O estudo dos freios a disco tem uma importância bastante grande, visto a sua larga aplicação na indústria automobilística. Vale comentar que comparativamente, os freios a tambor, devido as suas propriedades auto-energizantes apresentam severas variações da força de acionamento com a variação do coeficiente de atrito guarnição/tambor. A presença de umidade pode causar uma variação do coeficiente de atrito das guarnições da ordem de até 30% por exemplo, o que implica na força de acionamento, que pode sofrer uma variação de até 50% para produzir o mesmo torque de frenagem sem a contaminação.

Isso é uma vantagem dos freios a disco que os levam a ser preferencialmente adotados como equipamento de série das rodas dianteiras da maioria dos veículos. Essa vantagem vem dos mesmos não serem auto-energizantes.

Outra grande vantagem encontrada nos freios a disco reside na ausência do efeito das forças centrífugas. Como o acionamento é axial, o movimento rotativo não representa problemas.

Vamos começar nossa análise a partir de um disco de freio, cuja guarnição tem a geometria como mostrada na figura 6.15.

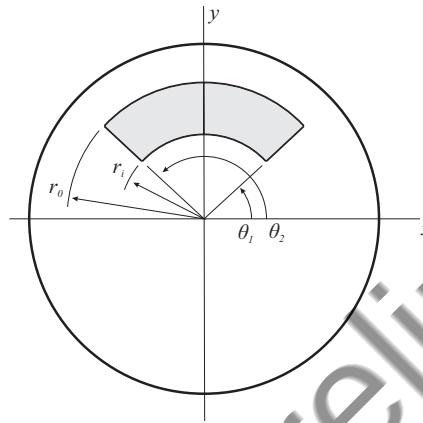


Figura 6.15: Exemplo de freio a disco (Fonte: [46]).

Independentemente da distribuição de pressão de contato guarnição/disco, a força de acionamento (F) e o torque de frenagem (T) são dados por:

$$F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} p \cdot r \, dr \, d\theta = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} p \cdot r \, dr \quad (6.76)$$

$$T = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} f \cdot p \cdot r^2 \, dr \, d\theta = (\theta_2 - \theta_1) f \int_{r_i}^{r_o} p \cdot r^2 \, dr \quad (6.77)$$

Com o auxílio dessas duas equações um raio equivalente r_e , pode ser calculado a partir de:

$$f \cdot F \cdot r_e = T \quad (6.78)$$

Que pode ser reescrita com:

$$r_e = \frac{T}{f \cdot F} = \frac{\int_{r_i}^{r_o} p \cdot r^2 \, dr}{\int_{r_i}^{r_o} p \cdot r \, dr} \quad (6.79)$$

O valor de r_e pode ser entendido como a posição radial em que atua uma força tangencial equivalente à distribuição de forças de atrito. Essa grandeza é utilizada como ponto de partida para o cálculo do torque a partir da força de acionamento do freio.

Uma variável de importância para os freios a disco é a localização da força resultante F , mostrada na figura 6.16, que é determinada pela análise que segue.

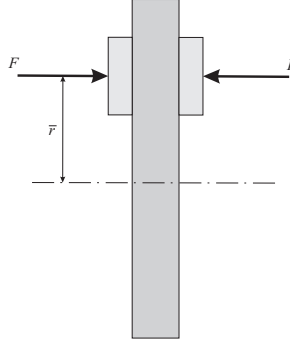


Figura 6.16: Força de frenagem em um disco de freio (Fonte: [46]).

Do equilíbrio de momentos em torno de um eixo normal ao plano desta folha, pode-se escrever que:

$$M_x = F \cdot \bar{r} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_0} p \cdot r (r \sin \theta) dr d\theta \quad (6.80)$$

$$M_x = (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \int_{r_i}^{r_0} p \cdot r^2 dr \quad (6.81)$$

Podemos ainda dizer:

$$\bar{r} = \frac{M_x}{F} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\theta_2 - \theta_1} \cdot r_e \quad (6.82)$$

Com essa abordagem introdutória pode-se desenvolver os modelos com as hipóteses de:

- Desgaste uniforme;
- Pressão constante.

Desgaste uniforme

Para desgaste uniforme ao longo de toda a região de contato guarnição/disco, o produto $p v$ deve ser constante. Com essa consideração a distribuição de pressões é dada pela equação 6.83.

$$p = p_a \cdot r_i / r \quad (6.83)$$

Para a segunda hipótese de distribuição de pressões, considera-se:

$$p = p_a = C_1 \quad (6.84)$$

Como para as embreagens axiais, o modelo de desgaste para freios a disco continua a ser dado pela equação 6.54, aqui reescrita:

$$\delta = K \cdot p \cdot f \cdot v \cdot t \quad (6.85)$$

Com isso a força de acionamento do freio, o torque de fricção para o modelo de desgaste uniforme, o raio equivalente e o ponto de aplicação da força de acionamento são dados respectivamente por:

$$F = (\theta_2 - \theta_1) \cdot p_a \cdot r_i (r_0 - r_i) \quad (6.86)$$

$$T = \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) \cdot f \cdot p_a \cdot r_i (r_0^2 - r_i^2) \quad (6.87)$$

$$r_e = \frac{r_0 + r_i}{2} \quad (6.88)$$

$$\bar{r} = \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta_2}{\theta_2 - \theta_1} \frac{r_0 + r_i}{2} \quad (6.89)$$

Em um processo de otimização semelhante ao que foi feito para embreagens, pode-se determinar a relação entre os raios interno e externo do freio. Para isso basta derivar a equação do torque em relação ao diâmetro interno em relação ao raio r_i do freio. Deste desenvolvimento se encontra a seguinte relação:

$$r_i = \frac{r_0}{\sqrt{3}} \quad (6.90)$$

Pressão constante

Essa consideração é uma aproximação para freios novos, visto que o seu envelhecimento leva a uma melhor aproximação pelo modelo de desgaste uniforme. Para esta modelagem se faz $p = p_a$, e assim pode-se escrever que:

$$F = \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) p_a (r_0^2 - r_i^2) \quad (6.91)$$

$$T = \frac{1}{3} (\theta_2 - \theta_1) f p_a (r_0^3 - r_i^3) \quad (6.92)$$

$$r_e = \frac{2}{3} \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^2 - r_i^2} \quad (6.93)$$

$$\bar{r} = \frac{2}{3} \frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^2 - r_i^2} \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta_2}{\theta_2 - \theta_1} \quad (6.94)$$

Os freios a disco, como pode ser observado no que foi desenvolvido, tem os conceitos básicos de sua formulação idênticos aos aplicados no desenvolvimento das embreagens axiais, pelo fato de ambos terem o mesmo princípio de funcionamento.

Normalmente as guarnições dos freios a disco não cobrem a circunferência completa da face, como nas embreagens axiais, e isto tem uma explicação: geralmente as solicitações dos freios a disco são muito mais severas do que as da embreagem, os torques são bem maiores, necessitando uma região de contato com o ar para facilitar a sua refrigeração.

Exemplo de aplicação do modelo de freio a disco

Duas pastilhas dadas pela geometria: $r_i = 98,43$ mm e $r_0 = 140$ mm, com um ângulo de cobertura de 108° , dispõem de um coeficiente de fricção de 0,37 e são acionadas por um par de cilindros hidráulicos de 38,1 mm de diâmetro. A pastilha inicia a 36° do plano horizontal e o requisito de torque é de 1.480 Nm. Para o desgaste uniforme pede-se:

- A maior pressão normal p_a ;
- A força atuante F ;
- O raio equivalente r_e e a localização da força ($\bar{r}$) e
- A pressão hidráulica requerida.

Solução

Como esse freio tem duas pastilhas, o torque de fricção de cada uma delas é dado por:

$$T = 1.480/2 = 740 \text{ Nm}$$

Dado que $\theta_1 = 36^\circ$ e $\theta_2 = 108^\circ + 36^\circ = 144^\circ$, e considerando o modelo de desgaste uniforme, a pressão máxima, isolando p_a na equação 6.87 fornece:

$$p_a = \frac{2 \cdot T}{(\theta_2 - \theta_1) \cdot f \cdot r_i \cdot (r_0^2 - r_i^2)}$$

$$p_a = \frac{2 \cdot 740}{(144^\circ - 36^\circ) \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 0,37 \cdot 0,09843 \cdot (0,140^2 - 0,09843^2)}$$

$$p_a = 2,1710 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Com isto definido, a força de acionamento vale (equação 6.86):

$$F = (144^\circ - 36^\circ) \frac{\pi}{180} \cdot 2,1798,43 (140 - 98,3)$$

$$F = 16.737 \text{ N}$$

O raio equivalente, calculado a partir da equação 6.88 será

$$r_e = \frac{140 + 98,43}{2} = 119,2 \text{ mm}$$

e da equação 6.89, o ponto de aplicação da força será:

$$\bar{r} = \frac{\cos 36^\circ - \cos 144^\circ}{(144^\circ - 36^\circ) \left(\frac{\pi}{180}\right)} \frac{(140 + 98,43)}{2} = 102,33 \text{ mm}$$

Por fim, a pressão hidráulica será dada como:

$$P_{hidr.} = \frac{F}{A_{pist}} = \frac{16.737}{\frac{\pi 38,1^2}{4}} = 14,7 \text{ MPa}$$

6.9 Falhas em freios e embreagens

Os principais problemas que ocorrem em freios, dentre vários, podem ser listados como:

- *Fading*;
- Aquecimento de mancais;
- Ruído (alta frequência);
- Emissão de particulados,
- Desgaste;
- Vibrações (baixa frequência); etc.

Fading

O *fading* é causado pelo superaquecimento das guarnições do freio e consequente redução do coeficiente de atrito entre a guarnição e o elemento metálico. Como este problema está associado diretamente à refrigeração do equipamento, os freios a tambor tem maior tendência a esta falha, em razão da sua forma construtiva, que dificulta a refrigeração.

Como contam com uma grande área de troca da superfície, os freios a disco sofrem menos com o *fading*, pois o equipamento rapidamente chega a uma temperatura mais baixa. Nestes tipos de freios há ainda a possibilidade da adoção de discos ventilados, que forçam a passagem do ar, aumentando a convecção, como mostrado na figura 6.17.



Figura 6.17: Freio a disco sólido e ventilado.

A única solução que diminui o problema é o aumento da capacidade de refrigeração dos freios, o que se consegue com materiais alternativos ou a otimização do fluxo de ar sobre o freio.

Aquecimento do cubo

Devido à forma construtiva, especialmente nos freios a disco, há um maior aquecimento dos cubos onde é feita a fixação do freio. O aumento da temperatura dos mancais reduz a capacidade de lubrificação das graxas, o que acarreta na redução da vida dos rolamentos.

Aqui, as soluções são parecidas com aquelas para o processo de *fading*, ou seja:

- Melhorar a refrigeração através do aumento da área de troca de calor (chapéu do disco de freio), usar aletas - discos ventilados.
- Uso de materiais mais eficientes para troca de calor por convecção (já foi usado alumínio em tambores de freio ou carbono em freios a disco).

Este problema é ainda maior se próximo ao freio tivermos mancais de deslizamento. O aumento da temperatura diminuirá a viscosidade do fluido, dificultando a manutenção de um filme mínimo de óleo

Ruído

Uma regra básica que se adota em freios é que quanto mais ruidoso o freio maior a sua eficiência. O ruído em freios é causado geralmente por vibrações auto-excitadas cujas frequências de ressonância estão na faixa audível (20 a 20.000 Hz).

O ruído em alguns casos denuncia o estado do freio. No caso de pastilhas muito desgastadas, o contato metal-metal provoca um ruído característico, informando que o período de troca já venceu.

6.10 Modelagem baseada em energia para dimensionamento de freios

O modelo aqui proposto é endereçado a análise de freios em geral, seja de sapatas ou de discos, cujo objetivo é retirar energia de movimento de algum corpo e dissipá-lo sob a forma de calor. Deve-se portanto observar alguns dados interessantes, como a quantidade de energia a ser retirada do movimento e a capacidade de transmitir calor para o meio.

Começaremos primeiramente determinando a quantidade de energia de movimento a ser dissipada.

Avaliação da energia de movimento a ser dissipada no freio

Podemos definir a quantidade de calor a ser dissipada por um freio (Q_d) como sendo:

$$Q_d = EC_2 - EC_1 + W \quad (6.95)$$

Dado que EC_2 e EC_1 é a energia cinética, respectivamente no final e no início da aplicação do freio, e W é o trabalho adicionado ao sistema durante o processo. Precisamos então determinar os valores de energia cinética nos pontos inicial e final para estimarmos a quantidade de calor que iremos tirar do sistema.

Começamos com a análise de massas girante. Dado um conjunto de massas girando a uma velocidade angular ω_1 e que se deseja diminuir tal velocidade a um valor ω_2 , a energia cinética dos dois estados será dada por:

$$EC_1 = \frac{I\omega_1^2}{2} \quad EC_2 = \frac{I\omega_2^2}{2} \quad (6.96)$$

Dado que I é o momento de inércia da massa girante. Nesta linha, Orthwein [40] propõem uma fórmula para um conjunto de eixos de engrenagens dado como:

$$EC = \frac{\omega^2}{2} \left(I_1 + \sum_{i=2}^k I_i n_{i1}^2 \right) \quad (6.97)$$

Dado que ω é a velocidade de entrada no eixo 1, como momento de inércia I_1 , e que I_i é o momento de inércia do i -ésimo eixo, com relação de transmissão n_{i1} em relação ao eixo 1. A alteração do valor de ω fornece a energia cinética nos dois momentos.

Se tivermos massas em movimento de translação, a energia cinética poderá facilmente ser avaliada como:

$$EC = \frac{mv^2}{2} \quad (6.98)$$

Para m a massa em movimento a uma velocidade de translação v . Por fim, se é necessário trabalhar com uma carga vertical, deve-se também considerar a energia potencial, dada como:

$$EP = Gh \quad (6.99)$$

Para G o peso da massa e h a altura em que se encontra.

Temos também que determinar a parcela de trabalho exercido pelo freio entre os instantes t_1 e t_2 , que pode ser determinado em função do seu torque (T) e da sua velocidade angular (ω), ou seja:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} \omega T dt \quad (6.100)$$

Imaginando que o Torque é constante, e que a velocidade decresce a uma taxa constante α , podemos admitir que a velocidade angular seja descrita pela equação:

$$\omega = \omega_0 - \alpha t \quad (6.101)$$

Substituindo o valor da velocidade angular (eq. 6.101) na equação 6.100 e integrando-a para uma velocidade final zero, teremos:

$$W = T \frac{\omega_0}{2} t \quad (6.102)$$

Com isto, podemos determinar a quantidade de energia a ser dissipado pelo freio, substituindo os valores de energia e de trabalho na equação 6.95.

6.11 Exercícios propostos

1. Um tambor de freio com diâmetro de 350 mm tem como elemento frenante uma cinta com largura de 100 mm. Sabendo que o coeficiente de atrito entre os dois elementos é de 0,34 e que a força de acionamento é de 8,4 kN, qual a capacidade de torque para os ângulo de cobertura de 280° e 140°, dado que $\theta_1 = 10^\circ$. Assuma que a distância entre o ponto de aplicação da força e o apoio da sapata é de 220 mm e que a pressão máxima do material é de 800 kPa?
2. Para o freio de sapatas internas da figura 6.18, deseja-se avaliar a capacidade de frenagem da sapata autoenergizante, sabendo que: o diâmetro do tambor de freio é de 240 mm, o material tem uma pressão máxima de trabalho de 800 kPa, a distância entre o ponto de aplicação da carga (**B**) e ponto de apoio (**A**) é de 170 mm (**c**), segundo a figura abaixo, os ângulos dados são: $\alpha_1 = 12^\circ$ e $\alpha_2 = 90^\circ$. Sabe-se também que o coeficiente de atrito entre a sapata e o tambor é de 0,52 e que esta tem uma largura de 34 mm.

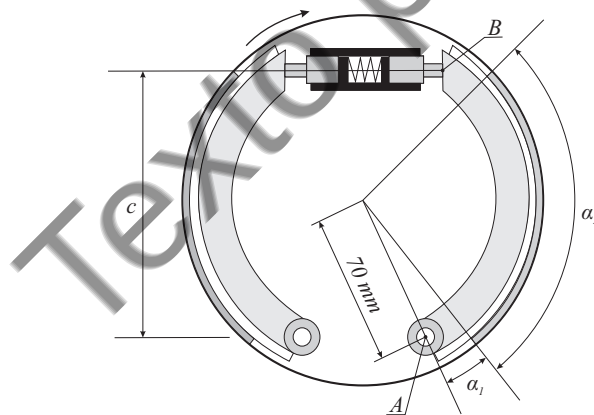


Figura 6.18: Freio para o exercício 02.

3. Um freio/embreagem de sapatas internas com largura de 10,1 mm é dado de acordo com a figura 6.19, sabendo-se que $\alpha_1 = 15^\circ$, $\alpha_2 = 135^\circ$ e que o diâmetro do tambor é de 100 mm. Determine qual a força da acionamento no ponto **C**, sabendo que o material da guarnição suporta uma carga de pressão máxima de 800 kPa e que seu coeficiente de atrito com o

tambor é de 0,54, dado que $l_1 = 30$ mm e que a distância entre o ponto **C** e pino de rotação da sapata é de 57 mm, na direção ortogonal a aplicação da carga. Você indicaria este modelo para aplicação como freio ou como embreagem? Qual a capacidade de torque do equipamento?

Figura 6.19: Freio/embreagem do problema 3.

4. Um freio a disco (axial) deve ter capacidade de torque de frenagem de 600 Nm, utilizando as suas duas faces. Sabendo que o coeficiente de atrito é de 0,42 e que a pressão máxima é 1,2 MPa, determine o comprimento na direção θ , para um raio externo de 120 mm, considerando uma pastilha otimizada na dimensão. Sabe-se que é um freio usado!
5. Um embreagem axial multidisco, ou seja com 6 pares de superfícies de contato conta com um material de guarnição que suporta uma pressão máxima de 560 kPa, determine a potência máxima que ela pode transmitir a uma velocidade de 1.200 rpm quando nova, sabendo que é uma embreagem otimizada, que o diâmetro externo é de 180 mm e que o coeficiente de atrito é de 0,38?
6. Uma embreagem de cinta utiliza couro sobre aço. Sabendo-se que deve suportar um torque de 70 Nm, determine qual o diâmetro do tambor e a largura da cinta para que funcione a contento.

Sugestão: Exercícios 16-1, 16-4, 16-5, 16-12, 16-13, 16-17, 16-18, 16-22 da 7ª Edição do Shigley[46].

Texto preliminar

Vedação Mecânica

7.1 Conceitos básicos

Vedação é o processo usado para impedir a passagem de líquidos, gases e sólidos particulados (pó) de um meio para outro.

Vedações Estáticas, nas quais não existe movimento relativo entre as superfícies

Vedações Dinâmicas, que devem funcionar entre peças cujas superfícies têm movimento relativo entre si, tal como a vedação de pistões de cilindros hidráulicos.

7.2 Tipos de vedadores

Os materiais usados como elementos de vedação são: juntas de borracha, papelão, anéis metálicos, juntas metálicas, retentores, gaxetas, selos mecânicos, anéis (o-rings), etc, conforme mostrado na figura 7.1.



Figura 7.1: Modelos de vedadores (Fonte: /www.jundved.com.br).

Juntas

Existem praticamente quatro tipos de junta quanto ao seu material construtivo. São elas:

Juntas de borracha: São empregadas em partes estáticas, muito usadas em flanges. Podem ser fabricadas com materiais em forma de manta ou com outro formato.

Juntas de papelão: São empregadas em partes estáticas de máquinas ou equipamentos como, por exemplo, nas tampas de caixas de engrenagens. Esse tipo de junta pode ser comprada pronta ou confeccionada conforme o formato da peça que vai utilizá-la.

Juntas metálicas: São destinadas à vedação de equipamentos que operam com altas pressões e altas temperaturas. São geralmente fabricadas em aço de baixo teor de carbono, em alumínio, cobre ou chumbo. São normalmente aplicadas em flanges de grande aperto ou de aperto limitado.

Juntas de teflon: Material empregado na vedação de produtos como óleo, ar e água. As juntas de teflon suportam temperaturas de até 260°C.

Vamos comentar um pouco mais sobre cada uma a seguir.

Juntas de borracha

As junta de borracha, ou elastômeros, são vastamente empregadas principalmente pela capacidade de vedação do material. Devem ser empregadas a baixas temperaturas e pressão, devido principalmente a baixa resistência mecânica do material básico da qual é feita. Os materiais mais empregados são a borracha natural, a sintética e a nitrílica. Também fazem parte dessas juntas as fabricadas em *Viton*¹ que conseguem trabalhar em altas temperaturas e as borrachas de silicone.

Juntas de papelão

Conhecidas também como papelão hidráulico, as juntas de papelão são constituídas de 3 elementos em geral, um elemento fibroso, geralmente o amianto ou *kevlar*; um elastômero que pode ser borracha natural, sintética ou nitrílica, além do cloropreno, vulgarmente conhecido como Neoprene (marca da DuPont); e em alguns casos reforços metálicos, geralmente a base de aço [51].

Juntas metálicas

As juntas metálicas são classificadas dentro de dois grupos principais as planas e as *ring-joints* [51].

As juntas planas são fabricadas a partir de chapas metálicas de pequena espessura, e o princípio de vedação se baseia no esmagamento desta. Usinagem pode ser feita de forma a criar ranhuras que favoreçam ao aumento da capacidade de vedação da junta

As *ring-joints* tem este nome por serem no formato de um anel, com uma seção transversal que varia entre oval e octogonal, sendo estas últimas mais eficientes no que diz respeito a capacidade de selagem. Este tipo de junta requer um rasgo nas flanges, de forma que possam ser acomodadas, deformando-se, de maneira a selar a junta.

Juntas de teflon

O Teflon, nome comercial da DuPont para o politetrafluoretileno, tem um excelente resistência química e por isso é vastamente empregado na indústria. As juntas geralmente são sinterizadas a partir do pó, muito embora se utilize também usinagem em alguns casos. Entre as principais vantagens estão além da estabilidade química, o isolamento elétrico e o baixo coeficiente de atrito.

Retentores

O vedador de lábio, também conhecido pelo nome de retentor, é composto essencialmente por uma membrana elastomérica em forma de lábio e uma parte estrutural metálica semelhante a uma mola que permite sua fixação na posição correta de trabalho. A função primordial de

¹Nome comercial da DuPont para elastômeros a base de fluoretos.

um retentor é reter óleo, graxa e outros produtos que devem ser mantidos no interior de uma máquina ou equipamento.

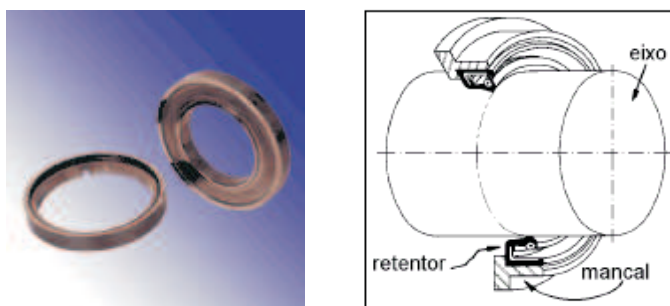


Figura 7.2: Retentores

Existem diversos perfis diferentes de retentores no mercado, conforme pode ser visto na figura 7.3:

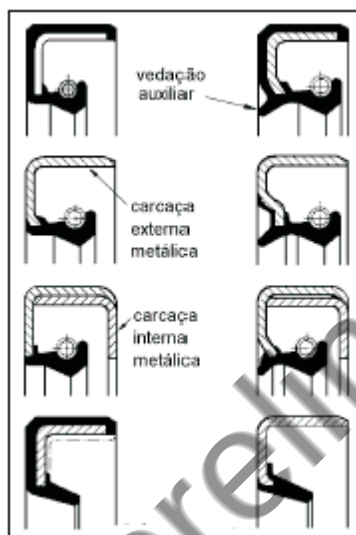


Figura 7.3: Perfis de retentores

Recomendações para aplicação de retentores

- O acabamento da superfície do eixo deve ser obtido por retificação, seguindo os padrões de qualidade exigidos pelo projeto;
- A superfície de trabalho do lábio do retentor deverá ser isenta de sinais de batidas, sulcos, trincas, falhas de material, deformação e oxidação;
- Recomenda-se pré-lubrificar os retentores na hora da montagem;
- Os cantos do eixo devem ter chanfros entre 15° e 25° para facilitar a entrada do retentor.

Gaxetas

Gaxetas são elementos mecânicos utilizados para vedar a passagem de um fluido de um local para outro, de forma total ou parcial.

Os materiais usados na fabricação de gaxetas são: algodão, náilon, teflon, borracha, alumínio, latão e cobre. A esses materiais são aglutinados outros, tais como: óleo, sebo, graxa, silicone, grafite, etc.

A função desses outros materiais que são aglutinados as gaxetas é torná-las auto-lubrificadas. Uma aplicação em eixo pode ser mostrada na figura 7.4.

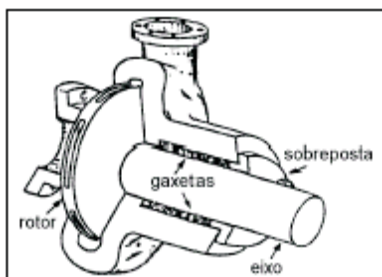


Figura 7.4: Perfis de retentores

Anéis (O'ring)

Um O'Ring é um anel, geralmente feito de elastômero, embora alguns materiais tais como plástico e metais sejam algumas vezes utilizados. Alguns modelos podem ser observados na figura 7.5, bem como suas dimensões principais.

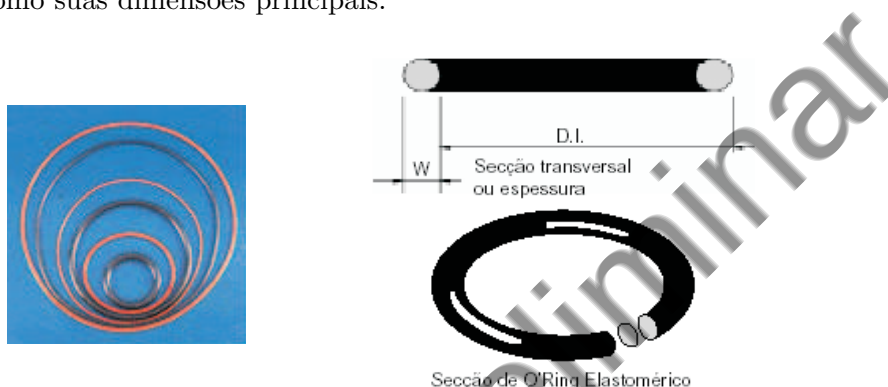


Figura 7.5: Modelos de o'ring e suas dimensões principais

Uma das principais aplicações do o'ring é no que se chama de vedações rotativas, que são aquelas nas quais o elemento interno ou o externo do conjunto gira em relação ao outro numa única direção (figura 7.6).

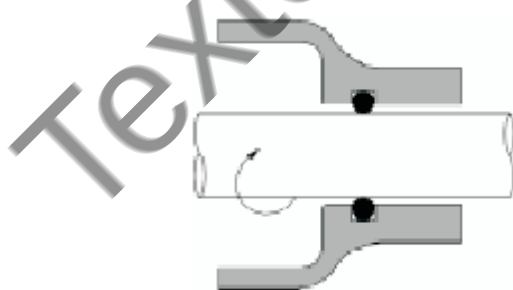


Figura 7.6: Aplicação de o'ring em vedação rotativa

Outra aplicação é chamada de Vedações por Esmagamento. é uma variação da vedação de face, na qual o o'ring é literalmente esmagado num espaço com dimensões diferentes do alojamento normal (figura 7.7). Embora ofereça uma vedação eficiente, o o'ring deve ser trocado sempre que o conjunto seja aberto.

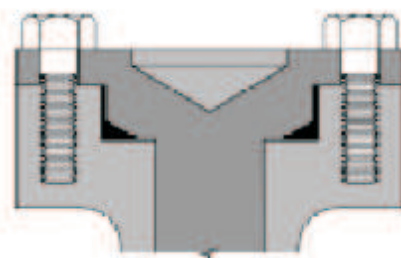


Figura 7.7: Aplicação de o'ring em vedação por esmagamento

Travas e vedantes químicos

São resinas anaeróbicas que endurecem na ausência do oxigênio e são aplicadas, por exemplo, nos seguintes casos:

- Travamento anaeróbico de parafusos;
- Vedação anaeróbica de superfícies planas.

Uma das soluções para evitar o afrouxamento dos elementos de fixação, especialmente os roscados, é utilizar a trava química anaeróbica, como mostrado na figura 7.8.

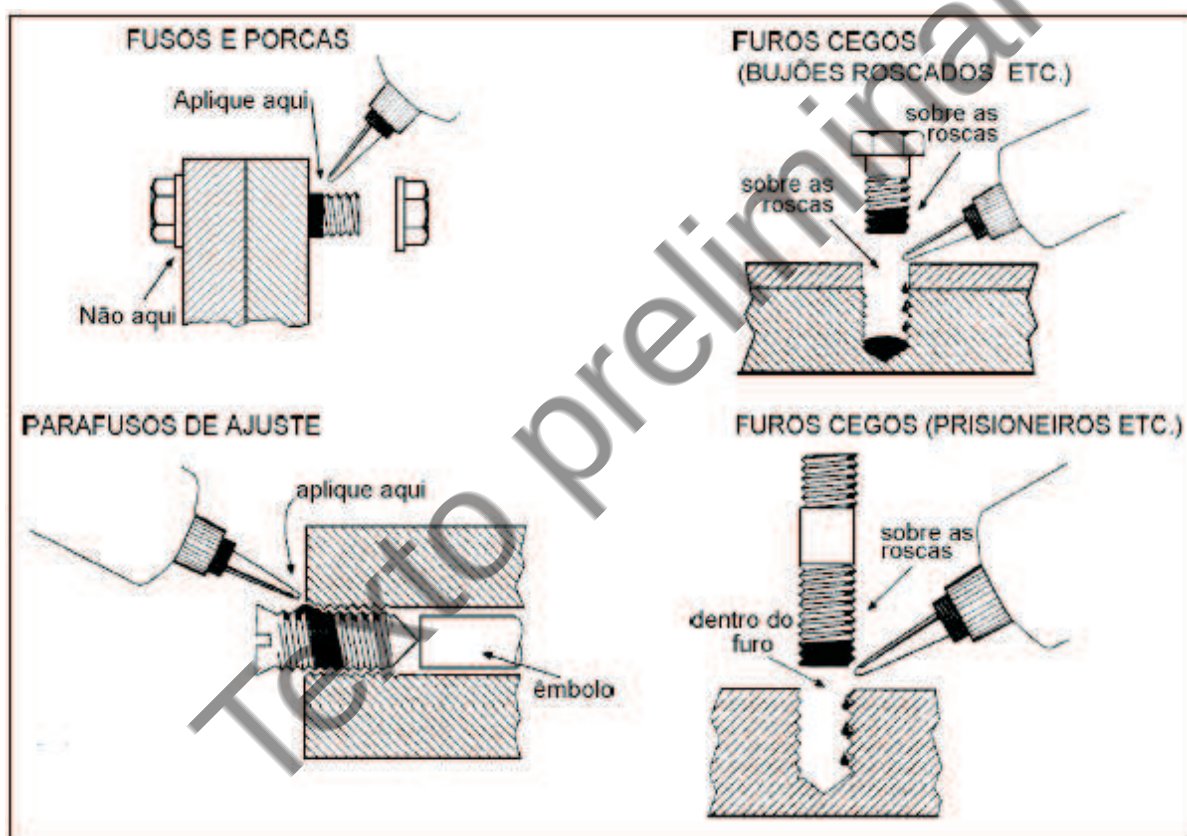


Figura 7.8: Adesão por trava química

Texto preliminar

Parafusos de potência e juntas parafusadas

8

8.1 Introdução: histórico e padronização

Alguns autores consideram que os parafusos foram inventados em torno de 400 AC por Archytas of Tarentum (428 AC ~ 350 AC) [3]. Ele, que é algumas vezes chamado de fundador da mecânica e foi contemporâneo de Platão na Grécia antiga, criou uma das primeiras aplicações do princípio de roscas, em prensas para a extração de óleo das azeitonas.

Arquimedes (287 AC ~ 212 AC) desenvolveu o princípio de rosca e o utilizou para a construção de dispositivos para a elevação de água na irrigação (Figura 8.1). Existem registros que sugerem que os romanos também aplicaram o princípio de Arquimedes para conduzir material em minas.

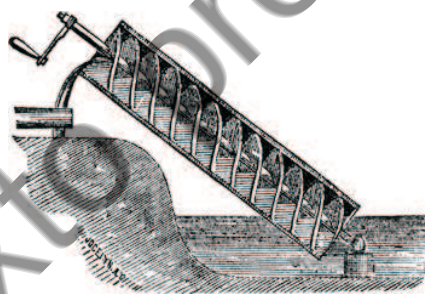


Figura 8.1: Parafuso para elevação de água de Arquimedes.

O primeiro documento impresso que se conhece sobre parafusos é um livro do começo do século XV (ITF [2]). Mais tarde, no mesmo século, Johann Gutenberg incluiu parafusos entre os fixadores na sua prensa que foi a precursora da indústria gráfica. Os cadernos de Leonardo da Vinci, do fim do século XV e começo do século XVI, incluem também vários desenhos de máquinas cortadoras de parafusos, todavia a primeira máquina real para este propósito foi inventada em 1568 por Jacques Besson, um matemático francês (Figura 8.2). Pelos fins do século XVII, os parafusos já eram componentes comuns nas armas de fogo.

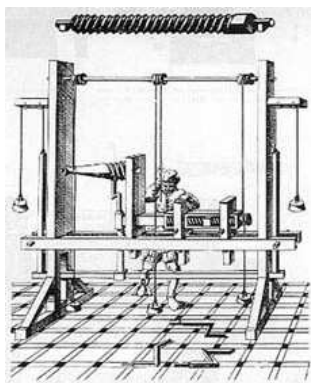


Figura 8.2: Torno de Jacques Besson.

O conceito da porca veio após o do parafuso. A primeira referência impressa de uma porca rosqueada apareceu no final do século XVI e começo do século XVII. Como os primeiros parafusos, as primeiras porcas eram feitas à mão, sendo extremamente grosseiras.

Pode-se supor que foi só com a Revolução Industrial que as porcas e parafusos tornaram-se comuns entre os fixadores. Foi nesta época, principalmente com a invenção da máquina a vapor em 1765 por James Watt, que fixadores rosqueados foram cruciais para um eficiente desempenho mecânico, para a fácil montagem e para assegurar operações de responsabilidades.

Foi Whithey, em 1801, que mostrou o caminho para um conceito fundamental na área de fixação: a intercambiabilidade das partes, o que passou a ser importante nesta área, pois um problema que persistia até o início do século XIX era a falta de uniformidade nas roscas de porcas e parafusos.

As primeiras preocupações com a padronização de roscas iniciaram com Joseph Whitworth, por volta de 1841, na Inglaterra. Ele apresentou ao Instituto dos Engenheiros Cíveis um trabalho chamado “Um sistema uniforme de roscas de parafusos”.

Whitworth propôs para parafusos de certas dimensões que as roscas deveriam ser iguais em passo, profundidade e forma. Ele recomendou um ângulo de 55° entre um lado do fio da rosca e outro. O número de fios por polegada deveria ser especificado para cada diâmetro de parafuso. A rosca deveria ser arredondada na crista e no vale, em $1/6$ da profundidade. Em 1881, o sistema de Whitworth já tinha sido adotado como padrão britânico.

Nos EUA o movimento para a padronização começou em 1864. William Sellers, um fabricante de máquinas na Filadélfia, persuadiu o Instituto Franklin daquela cidade a reunir um comitê para estabelecer padrões nacionais. Sellers tinha várias objeções ao sistema de Whitworth, dizia que o ângulo de corte de 55° era difícil de aferir e sugeria sua mudança pelo valor de 60° . Argumentava, ainda, que tal mudança resultaria em roscas mais resistentes. Ele também achava que o padrão de arredondamento da rosca de Whitworth resultava num encaixe incerto entre parafuso e porca resultando em roscas mais frágeis, propondo então roscas com cristas e vales planos.

O Instituto Franklin acabou por adotar o sistema Sellers recomendando-o como padrão nacional onde roscas de parafusos deveriam ser feitas de lados planos com ângulo de 60° entre eles, tendo um plano no topo e no fundo igual a $1/8$ do passo. Ao final do século XIX o sistema Sellers já era padrão para os EUA e boa parte da Europa.

A incompatibilidade dos sistemas Whitworth e Sellers trouxe dificuldades nas 1ª e 2ª Guerras Mundiais, quando as forças armadas norte americana e britânica precisavam de peças intercambiáveis. Desde 1918 e continuando até 1948, os dois países estudaram as formas para reconciliar os sistemas, até que em 1948, em uma conferência em Washington, os EUA, o Canadá e a Inglaterra adotaram o Sistema Unificado, que incorpora aspectos dos sistemas Whitworth e Sellers. O papel principal na padronização das roscas de parafusos em polegadas foi do Instituto Industrial de Fixadores, constituído pelos maiores produtores de fixadores da América do Norte.

No mesmo ano (1948) a Organização Internacional para a Padronização (ISO) iniciou um trabalho para estabelecer um sistema padrão de rosca de parafuso que pudesse ser aplicado mundialmente. Quando o trabalho terminou, foi adotado numa conferência internacional em Nova Delhi, em 1964, consistindo de dois sistemas: o sistema **ISO polegada** (ISO Inch Screw Thread System), o mesmo que o Sistema Unificado, e o Sistema **ISO métrico** (ISO Metric Screw System), que era uma nova fórmula para substituir os diversos sistemas métricos nacionais existentes até então.

Com base no argumento de que os fixadores feitos de acordo com o sistema métrico eram inferiores aos feitos de acordo com o sistema ISO polegada, o Instituto de Fixadores Industriais em 1970 recomendou que um sistema métrico mais aperfeiçoado fosse desenvolvido. Em 1971 o grupo propôs o **Sistema Métrico Ótimo** (Optimum Metric Fastener System). Entre outras coisas, o plano previa um perfil baseado no formato que tornou-se padrão para fixadores aeroespaciais e fixadores com melhor resistência à fadiga. A proposição levou a um sistema similar, que agora é o padrão métrico internacional: o sistema ANSI/ISO (ANSI: American National Standards Institute).

A padronização tem por objetivo aumentar a confiabilidade na utilização de fixadores, além de possibilitar economia com estocagem e especificação (racionalização). Estudos demonstram, que, as empresas podem economizar muito com a correta utilização de fixadores. Problemas típicos encontram-se na inadequada especificação, utilização de ferramentas de aperto, juntas e arruelas.

8.2 Análise de parafusos de potência

Estudaremos nesta seção os parafusos de potência, também chamados de parafusos de movimento ou simplesmente fusos, e na sequência, passaremos ao estudo dos fixadores. Muito embora a aplicação seja diversa, os princípios que norteiam os dois grupos são os mesmos.

Tipos de roscas

Rosca trapezoidal

As roscas de movimento devem ter o ângulo do perfil reduzido, a fim de reduzir perdas por atrito entre porca e parafuso.

Na rosca trapezoidal (métrica) o ângulo entre filetes vale 30 graus e existem folga nas cristas que são toleradas. Quando o parafuso transmite potência, convém selecionar um bom raio r nas concordâncias do fundo da rosca do parafuso, a fim de reduzir a concentração de tensões.

Três são as séries previstas: Normal (DIN 103), Fina (DIN 378) e Grossa (DIN 379). A figura 8.3 mostra o perfil de rosca trapezoidal da série normal, junto com dados dos principais parâmetros.

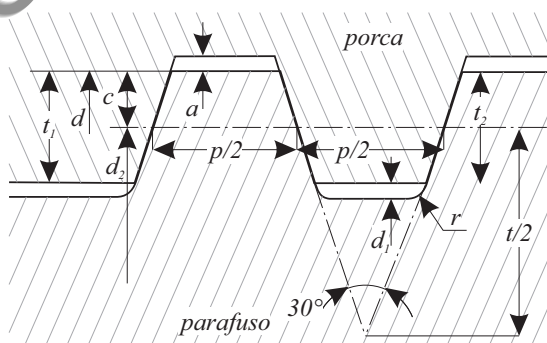


Figura 8.3: Rosca Trapezoidal.

Rosca dente de serra

Empregadas em parafusos sujeitos à cargas em uma única direção, o perfil deste parafuso e alguns de seus parâmetros são mostrados na figura 8.4. As medidas são dadas em função das normas. DIN 513 - Rosca normal, DIN 514 - rosca fina e DIN 515 rosca grossa.

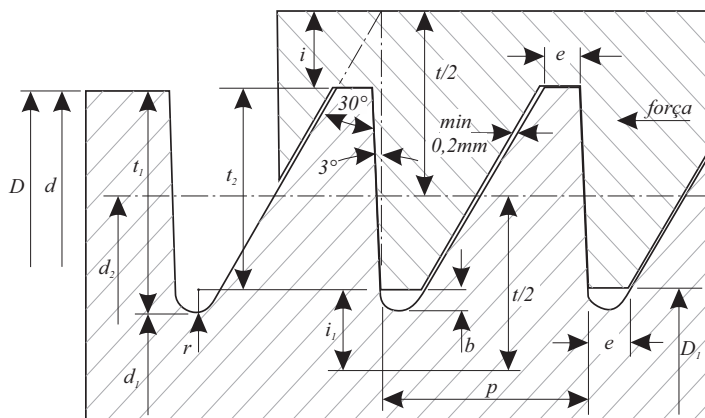


Figura 8.4: Rosca dente de serra.

Rosca quadrada

Este tipo de rosca é indicado quando se deseja máxima eficiência pois o seu desenho elimina o aparecimento de cargas radiais entre parafuso e porca. Devem ser aplicadas em cargas de impacto, todavia, sua fabricação é dificultada devido aos ângulos retos. A figura 8.5 mostra uma rosca deste tipo com suas dimensões em função do passo p .

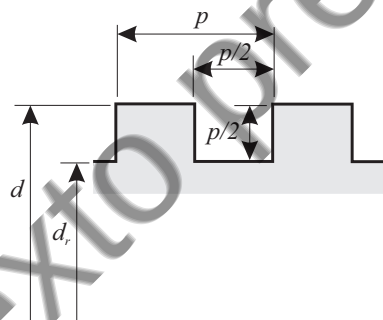


Figura 8.5: Rosca quadrada (Fonte: [46]).

Parafusos de potência - conceito

Parafusos de potência, também conhecidos como parafusos de acionamento, são dispositivos usados em máquinas para transformar movimento angular em movimento linear e, usualmente, para transmitir potência. Aplicações típicas de parafusos de potência são: o fuso do torno, parafusos de prensas, elevadores, guias, etc.. A figura 8.6 mostra um exemplo de aplicação de parafuso de potência em uma prensa.

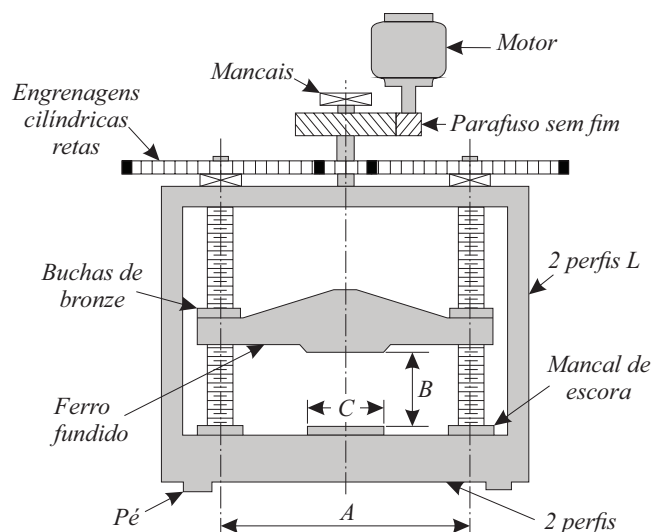


Figura 8.6: Exemplo de aplicação de parafuso de potência (Fonte: [46]).

Considere agora um parafuso de potência, conforme mostrado na figura 8.7, com rosca quadrada, de uma entrada, com diâmetro médio d_m , passo p e ângulo de hélice β , carregado por uma força axial de compressão F . Assim, deseja-se encontrar uma expressão para o torque necessário para levantar esta carga e outra expressão para o torque requerido para abaixá-la.

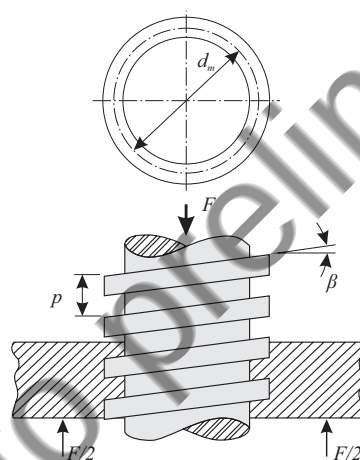


Fig. 6.4 Parafuso de Potência

Figura 8.7: Parafuso de potência (Fonte: [46]).

Primeiro, imagine que o filete da rosca seja desenrolado ou desenvolvido, conforme mostrado na figura 8.8, de um comprimento exatamente igual a uma volta. Esta parte desenrolada do filete forma a hipotenusa de um triângulo retângulo, cuja base é a circunferência correspondente ao diâmetro médio da rosca e cuja altura é o avanço do parafuso¹. Neste caso, o ângulo β é o ângulo de hélice da rosca (ou seja, o ângulo de inclinação do filete), e F corresponde ao somatório de todas as forças agindo na direção do eixo do parafuso, portanto, normal à seção reta do mesmo.

¹Observe que se utiliza o conceito de avanço e não passo. Na sequência do estudo ficará claro o porquê desta abordagem

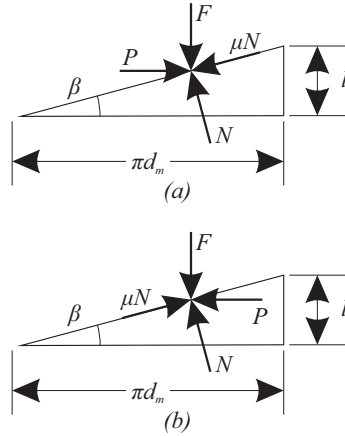


Fig. 6.5 Diagramas de forças
(a) para levantar a carga;
(b) para baixar a carga

Figura 8.8: Desenvolvimento do filete de rosca e diagrama de forças (Fonte: [46]).

Para levantar a carga, conforme se observa, uma força P atua para a direita e para baixar a carga, esta mesma força P atua para a esquerda. A força de atrito é o produto do coeficiente de atrito μ pela força normal N , e age no sentido oposto ao movimento. Como admitimos que o sistema está em equilíbrio sob a ação destas forças, então, para **levantar a carga** tem-se:

$$\sum F_H = P - N \sen \beta - \mu N \cos \beta = 0 \quad (8.1)$$

$$\sum F_V = F + \mu N \sen \beta - N \cos \beta = 0$$

Do mesmo modo, para **baixar a carga**:

$$\sum F_H = -P - N \sen \beta + \mu N \cos \beta = 0 \quad (8.2)$$

$$\sum F_V = F - \mu N \sen \beta - N \cos \beta = 0$$

Sendo F_V a componente vertical da força e F_H a horizontal.

Como não se está interessado na força normal N , pode-se eliminá-la do conjunto de equações, no cálculo de P . Assim, isolando-a nas equações 8.1, para **levantar a carga** tem-se:

$$N = \frac{P}{\sen \beta + \mu \cos \beta} \quad (8.3)$$

$$N = \frac{F}{\cos \beta - \mu \sen \beta} \quad (8.4)$$

E assim, relacionando as equações 8.3 e 8.4, teremos:

$$P = F \cdot \frac{\sen(\beta) + \mu \cos(\beta)}{\cos(\beta) - \mu \sen(\beta)} \quad (8.5)$$

Da mesma forma para **baixar a carga** teremos das equações 8.2:

$$N = \frac{P}{\mu \cos \beta - \sen \beta} \quad (8.6)$$

$$N = \frac{F}{\cos \beta + \mu \sen \beta} \quad (8.7)$$

E assim, relacionando as equações 8.6 e 8.7:

$$P = F \cdot \frac{\mu \cos(\beta) - \sin(\beta)}{\cos(\beta) + \mu \sin(\beta)} \quad (8.8)$$

Dividindo a equação 8.5 por $\cos(\beta)$ e considerando que $\tan(\beta) = l / (\pi d_m)$, temos que para **eleva a carga** é necessária uma força dada por:

$$P = F \cdot \frac{\left[\frac{l}{\pi d_m} + \mu \right]}{1 - \left(\frac{\mu l}{\pi d_m} \right)} \quad (8.9)$$

Da mesma forma, da equação 8.8, para **baixar a carga** teremos:

$$P = F \cdot \frac{\left[\mu - \left(\frac{l}{\pi d_m} \right) \right]}{1 + \left(\frac{\mu l}{\pi d_m} \right)} \quad (8.10)$$

Finalmente, sabendo que o torque é dado como $T = P \cdot (d_m/2)$, pode-se escrever que o torque necessário para vencer o atrito nos filetes do parafuso e **levantar a carga** é:

$$T = \frac{F d_m}{2} \cdot \left(\frac{l + \mu \pi d_m}{\pi d_m - \mu l} \right) \quad (8.11)$$

Da mesma forma, o torque necessário para **baixar a carga** é:

$$T = \frac{F d_m}{2} \cdot \left(\frac{\mu \pi d_m - l}{\pi d_m + \mu l} \right) \quad (8.12)$$

O torque para baixar a carga (equação 8.12) pode ser desprezado quando o avanço é suficientemente grande ou o atrito é suficientemente pequeno, de modo que a carga abaixe por si só, fazendo o parafuso girar sem emprego de qualquer força externa. Nestes casos, o torque obtido será negativo ou nulo. Quando se obtém um torque positivo da equação 8.12, diz-se que o parafuso é auto-retentor. Dessa maneira, a condição de **auto-retenção** é:

$$\pi \mu d_m \geq l \quad (8.13)$$

ou, dividindo-se ambos os membros por πd_m e lembrando que $\tan(\beta) = l / (\pi d_m)$, obtém-se:

$$\mu \geq \tan \beta \quad (8.14)$$

Ou seja, a auto-retenção será obtida quando o coeficiente de atrito dos filetes for maior ou igual à tangente do ângulo de hélice da rosca.

Eficiência dos parafusos de potência

Para a avaliação de parafusos de potência torna-se útil estabelecer uma expressão para a eficiência (rendimento) do mesmo. Assim, considerando $\mu = 0$ na equação 8.11, obtém-se:

$$T_0 = \frac{F l}{2\pi} \quad (8.15)$$

Que é o torque necessário somente para levantar a carga, eliminando-se o atrito. Portanto, a eficiência será dada por:

$$e = \frac{T_0}{T} = \frac{F l}{2\pi T} \quad (8.16)$$

Incluindo agora a equação do torque (eq. 8.11) na equação 8.16, a eficiência, em função dos dados de projeto passa a ser:

$$e = \frac{l}{\pi \cdot d_m} \cdot \frac{(\pi d_m - \mu l)}{(l + \pi \mu d_m)} \quad (8.17)$$

Podemos levantar algumas observações sobre a eficiência.

- Para coeficientes de atrito maiores tem-se menor eficiência;
- A eficiência se aproxima de zero quando o ângulo de hélice se aproxima de zero. Isto corresponde a um elevado trabalho para mover a porca devido ao atrito sem a correspondente elevação da carga;
- A eficiência se aproxima de zero quando o ângulo de hélice se aproxima de 90°. Isto porque maior será a força normal o que aumenta a força de atrito;
- Os ângulos de hélice são normalmente baixos (2 a 5°, segundo Norton, [36] p.768) o que promove baixa eficiência dos parafusos. Para $\mu = 0,15$ a eficiência varia entre 18% a 36%;
- A eficiência poderá ser aumentada reduzindo-se o coeficiente de atrito (uso de parafusos de esferas, com μ entre 0,02 a 0,01);
- O baixo atrito, por outro lado, reduz a condição de auto retenção e nestes casos deve-se desenvolver mecanismos de proteção contra reversão, como por exemplo a adição de freios.

Cálculo do torque considerando rosca trapezoidal

As equações anteriores foram desenvolvidas para rosca quadradas, onde as cargas normais ao flanco da rosca são paralelas ao eixo do parafuso. No caso de rosca trapezoidal, conforme mostrada na figura 8.9, a carga normal é inclinada em relação ao eixo do parafuso, por causa do ângulo da rosca (2α) e do ângulo de hélice (β).

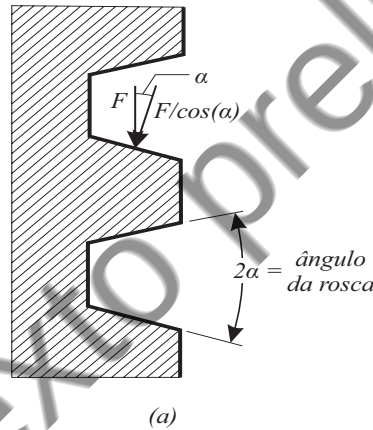


Figura 8.9: Ângulos da rosca trapezoidal.

O efeito do ângulo α é aumentar a força de atrito por ação de cunha dos filetes. Por isso, os termos que contém atrito na equação 8.11 devem ser divididos por $\cos(\alpha)$. Assim o torque necessário para **levantar a carga** em rosca trapezoidais é:

$$T = \frac{F d_m}{2} \cdot \left(\frac{l + \mu \pi d_m \cdot \sec \alpha}{\pi d_m - \mu l \cdot \sec \alpha} \right) \quad (8.18)$$

Ao passo em que, **para baixar a carga**, o torque necessário será dado como:

$$T = \frac{F d_m}{2} \cdot \left(\frac{\mu \pi d_m \cdot \sec \alpha - l}{\pi d_m + \mu l \cdot \sec \alpha} \right) \quad (8.19)$$

Em parafusos de potência a rosca trapezoidal não é tão eficiente quanto a quadrada devido ao atrito adicional decorrente da ação de cunha, entretanto, tem sido frequentemente preferida, por ser mais fácil de usinar e permitir o uso de porca com fenda que pode ser ajustada para compensar o desgaste.

Cálculo do Torque considerando o efeito do colar

Em aplicações de parafusos de potência, usualmente aparece um terceiro elemento, que altera o torque necessário. Quando o parafuso é carregado axialmente emprega-se um mancal de escora ou colar entre as peças girantes e as estacionárias, a fim de eliminar a componente axial. A figura 8.10 mostra um mancal de escora típico, no qual se considera a carga concentrada no diâmetro médio d_c do colar.

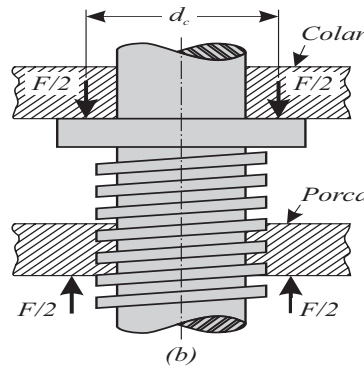


Figura 8.10: Efeitos do colar.

Chamando-se μ_c o coeficiente de atrito do colar, e da figura 8.11, podemos definir que o torque requerido para vencê-lo será:

$$T = \frac{F \mu_c d_c}{2} \quad (8.20)$$

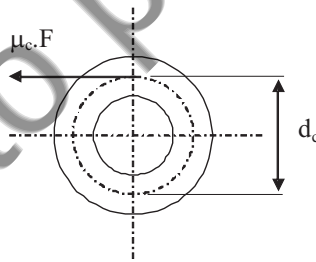


Figura 8.11: Localização do diâmetro médio do colar.

Assim, o torque necessário para **levantar a carga** passa a ser:

$$T = \frac{F d_m}{2} \cdot \left(\frac{l + \mu \pi d_m \cdot \sec \alpha}{\pi d_m - \mu l \cdot \sec \alpha} \right) + \frac{F \mu_c d_c}{2} \quad (8.21)$$

E o torque necessário para **baixar a carga**:

$$T = \frac{F d_m}{2} \cdot \left(\frac{\mu \pi d_m \cdot \sec \alpha - l}{\pi d_m + \mu l \cdot \sec \alpha} \right) + \frac{F \mu_c d_c}{2} \quad (8.22)$$

Valores dos coeficientes de atrito

Quando são usados mancais de esfera ou de rolos, μ_c é suficientemente baixo de modo que o atrito no colar pode ser desprezado, eliminando-se o segundo termo das equações 8.21 e 8.22. Quando um colar de deslizamento é usado os valores de μ e μ_c variam geralmente entre 0,08 e 0,20 [29] sob condições de serviço normal e lubrificação e para materiais comuns como aço contra ferro fundido ou bronze.

Tensões nos filetes da rosca

Na figura 8.12, uma força F é transmitida por meio de um parafuso de rosca quadrada e uma porca. Dada esta situação, deseja-se encontrar as tensões nos filetes das rosas da porca e do parafuso, as quais podem induzir, nesses filetes, uma falha, por exemplo, por escoamento.

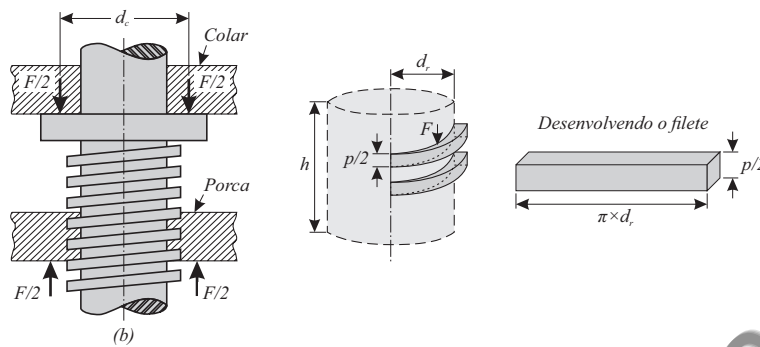


Figura 8.12: Análise da força nos filetes da rosca.

Supondo-se que a carga seja uniformemente distribuída sobre a altura h da porca e que os filetes da rosca do parafuso falharão por cisalhamento no diâmetro menor, então, a tensão média de cisalhamento nos filetes da rosca será:

$$\tau = \frac{F}{nA} \quad (8.23)$$

Para τ a tensão de cisalhamento nos filetes, F força aplicada sobre os filetes, A área da seção de cisalhamento, corresponde ao diâmetro da raiz d_r (eq. 8.24) e n o número de filetes sob tensão (eq. 8.25).

Assim,

$$A = \pi d_r \frac{p}{2} \quad (8.24)$$

e

$$n = \frac{h}{p} \quad (8.25)$$

Para p o passo da rosca e h a altura da porca.

Portanto, a equação 8.23 passa a ser:

$$\tau = \frac{2F}{\pi d_r h} \quad (8.26)$$

Admitindo que os filetes da rosca da porca poderiam falhar no diâmetro maior, a tensão média de cisalhamento neste ponto será:

$$\tau = \frac{2F}{\pi d h} \quad (8.27)$$

Para d o diâmetro nominal do parafuso.

As tensões dadas por estas equações são médias, pelo fato de se considerar que os filetes distribuem a carga igualmente. Em vista disso, fatores de segurança $n > 2$ devem ser usados, para fins de projeto.

Sob o ponto de vista das tensões normais, a tensão de compressão superficial na rosca será dada por:

$$\sigma = \frac{F}{nA} \quad (8.28)$$

Para σ tensão de compressão nos filetes.

Neste caso, a área é dada como:

$$A = \frac{\pi}{4} (d^2 - d_r^2) \quad (8.29)$$

E substituindo o valor da área e o número de filetes na equação 8.28, teremos :

$$\sigma = \frac{4pF}{h\pi (d^2 - d_r^2)} \quad (8.30)$$

Essas expressões indicam que é possível adotar uma altura h da porca para que a falha não ocorra por cisalhamento dos filetes (no parafuso e na porca), nem pela tensão de compressão nos filetes. Desta forma transfere-se a falha para o núcleo do parafuso, maximizando sua capacidade de suportar a carga.

Neste caso a altura recomendada para a porca por [11] é de:

$$h \geq 0,8 \cdot d \cdot \frac{\sigma_{e(parafuso)}}{\sigma_{e(porca)}} \quad (8.31)$$

A norma NBR 9971 recomenda a adoção de $h = 0,8d$, o que pode ser comprovado pela tabela D.1, do anexo D, na página 385.

8.3 Caracterização de uniões por parafuso

Neste tópico são abordados os principais elementos e características das uniões por parafuso, principalmente no que tange as definições dos principais tipos de roscas, de forma a fornecer a terminologia básica para o estudo e projeto de uniões parafusadas.

União por parafuso

Trata-se de um tipo particular de junta onde as peças são unidas por princípio de atrito entre as partes atuantes, cuja principal característica é a possibilidade de ser facilmente desmontada.

Caracterização geral de roscas

A Figura 8.13, mostra como serão considerados nesse texto os principais elementos de uma rosca. A terminologia correspondente é descrita a seguir.

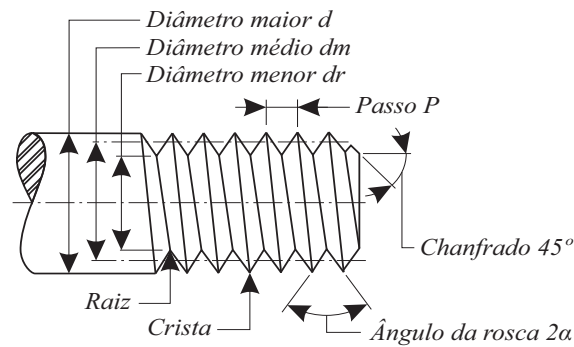


Figura 8.13: Terminologia de roscas e parafusos (Fonte: [46]).

- **Passo:** é a distância entre pontos correspondentes de filetes adjacentes, medida paralelamente ao eixo da rosca;
- **Diâmetro maior ou nominal d :** é o diâmetro na crista da rosca, portanto o maior diâmetro da parte roscada;
- **Diâmetro menor ou de raiz d_r :** é o diâmetro no fundo da rosca, sendo o menor diâmetro da parte roscada;
- **Diâmetro médio d_m :** é a média dos diâmetros maior e menor ($d_m = (d + d_r)/2$);
- **Avanço l :** (não mostrado na figura 8.13) é a distância que a porca avança na direção axial do eixo da rosca, quando é girada uma volta. Para roscas simples (de uma entrada) o avanço é igual ao passo, para roscas de duas entradas o avanço é o dobro do passo, e assim sucessivamente.
- **Roscas de múltiplas entradas:** são aquelas que tem dois ou mais filetes cortados um ao lado do outro (como dois ou mais fios enrolados lado a lado em torno de um lápis). Produtos padronizados, como roscas, parafusos, porcas, etc., todos tem roscas simples; Um parafuso de dupla entrada tem avanço igual a duas vezes o passo².

Tipos de roscas

Roscas Unificadas: Esta rosca surgiu do acordo entre Canadá, EUA e Inglaterra. O perfil da rosca Unificada é mostrado na figura 8.14 e podem ser agrupadas em séries e classes.

²Múltiplas entradas são aplicadas a roscas de parafusos de potência

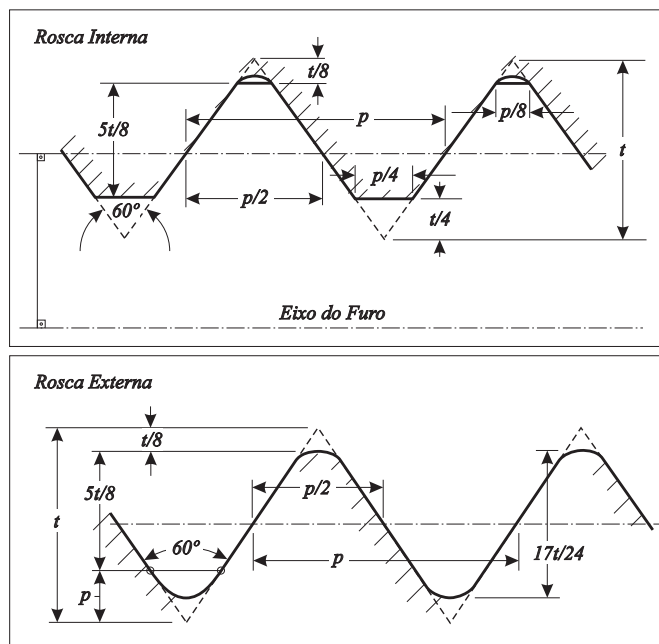


Figura 8.14: Perfil da rosca Unificada (Fonte: [46]).

a) Séries: as principais séries são:

- Normal: recomendada para uso geral em engenharia, devendo ser usada sempre que possível;
- Fina: recomendada para uso geral em automóveis e aviões e outras aplicações onde a espessura da parede exija uma rosca fina;
- Extra-fina: usada intensamente em aeronáutica;
- Série 8: corresponde a oito filetes por polegada, sendo muito utilizada em flanges de tubulações de alta pressão, prisioneiros de cabeçotes e outras aplicações em pressões elevadas;
- Série 12: usada inicialmente em caldeiraria, hoje encontra aplicações em porcas de pequena espessura rosqueada sobre eixos ou luvas;
- Série 16: é uma rosca muito fina usada em anéis de ajuste e porcas de fixação de rolamentos.

b) Classes: a rosca unificada apresenta três qualidades indicadas pelos algarismos 1, 2 e 3.

- a qualidade 1 é mais grosseira, havendo folga sensível entre a rosca interna e externa. É aconselhável na união rápida e fácil de peças, mesmo quando a rosca está um pouco suja ou deformada;
- a qualidade 2 é a mais empregada, sendo geralmente usada em parafusos e porcas. Existe ainda uma folga entre as roscas interna e externa, facilitando a montagem e a desmontagem. A rosca pode também receber uma camada de revestimento eletrolítico se desejado;
- a qualidade 3 não prevê folga entre as roscas externa e interna (a não ser devido às tolerâncias). A produção em série destas roscas exige ferramentas e calibradores de alta qualidade, o que se traduz em maior custo.
- Aos algarismos indicativos da qualidade se adicionam a letra A, quando se refere a rosca externa e a letra B, quando se refere a rosca interna.

c) Especificação: Seja a rosca 1/4in -20 UNC -2A

- 1/4in indica a dimensão nominal que é normalmente o diâmetro externo do parafuso;
- 20: indica o número de fios por polegada;
- UNC: tipo de rosca (Unificada Normal)
- 2A: indica a qualidade da rosca.

d) Exemplos: ver figura 8.15

Dimensão	Dimensão em pol.	Número de filetes por polegada				
		Normal UNC ou NC	Fine UNF ou NF	Extra Fine UNEF ou NEF	Série 8	Série 12
0	0,0800		80			
1	0,0730	64	72			
2	0,0850	56	64			
3	0,0980	48	56			
4	0,1120	40	48			
5	0,1250	40	44			
6	0,1380	32	40			
8	0,1640	32	36			

Figura 8.15: Exemplo de rosca unificada.

Rosca Métrica: Nasceu de um Congresso Internacional de Unificação de Roscas e é a rosca oficial de países que adotam o padrão métrico. O ângulo do filete é de 60 graus, como a rosca unificada. O fundo é arredondado, como em todas as roscas modernas, a fim de reduzir a concentração de tensões e a crista é chanfrada. O perfil desta rosca é mostrado na figura 8.16, e como na unificada, podem ser agrupadas em séries e classes.

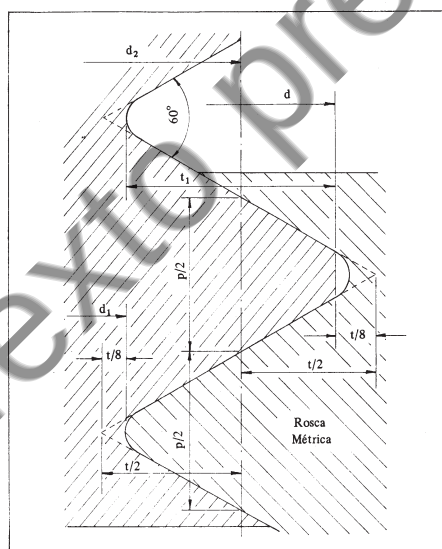


Figura 8.16: Detalhes da rosca métrica.

a) Séries: A Norma DIN 13 prevê 4 séries fundamentais de roscas métricas, numeradas de 1 a 4. A série 1 é básica e deve ser usada sempre que possível. As outras séries correspondem a roscas mais finas. A figura 8.17 mostra exemplos destas séries.

- b) Classes: As roscas métricas podem ser fabricadas em três qualidades: grosseira (g), média (m) e fina (f). As letras g, m e f podem acompanhar a especificação da rosca. Não havendo letra, subentende-se classe m (média), que é a mais comum.

Roscas Métricas – Séries Básicas

Dimensão (mm)	Passo (mm)				Dimensão (mm)	Passo (mm)			
	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4		Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
0,3 0,4	0,075 0,1				12 14	1,75 2		1	1,5 1,5
0,5 0,6	0,125 0,15				16 18	2 2,5	2		1,5 1,5
0,8 1	0,2 0,25				20 22	2,5 2,5	2	2	1,5 1,5
1,2 1,4	0,25 0,3				24 26	3	2		1,5 1,5
1,7 2	0,35 0,4			0,25	27 28	3	2		1,5 1,5
2,3 2,6	0,4 0,45			0,25 0,35	30 32	3,5	2		1,5 1,5
3 3,5	0,3 0,6			0,35	33 35	3,5	2		1,5 1,5
4 5	0,7 0,8			0,5 0,5	36 38	4	3	2	1,5 1,5
6 8	1 1,25			0,5 1	39 40	4	3	2	1,5 1,5
10	1,5			1	42	4,5	3	2	1,5
45 48	4,5 5	3 3	2 2	1,5 1,5	76 80		4 4	2 2	
50 52		3	2	1,5 1,5	85 90		4 4	2 2	
55 56		4	2	1,5	95 100		4 4	2 2	
58 60		4	2	1,5 1,5	105 110		4 4	2 2	
62 64		4	2	1,5	115 120		4 4	2 2	
65 68		4	2	1,5 1,5	125 130		4 6	2 3	
70 72		4	2	1,5 1,5	140 até		6	3	
75				1,5	300		6	3	

Figura 8.17: Séries básicas de roscas métricas.

- c) Especificação: As roscas da série 1 (que é a fundamental) são indicadas pela letra M seguida do diâmetro da rosca. As roscas das séries finas 2, 3 e 4 são indicadas pela letra M seguida do diâmetro, de um sinal de multiplicação e do passo: M6; M18x2; M75x1,5.

8.4 Vantagens e desvantagens das juntas parafusadas

As principais vantagens no uso de juntas parafusadas são:

- confiabilidade;
- facilidade de montagem e desmontagem;
- grande variedade de opções de elementos roscados;
- custo relativamente baixo, por componente.

As principais desvantagens são:

- são concentradores de tensão (furos e roscas);
- sensibilidade à cargas variáveis no tempo;
- dificuldade de se obter máxima resistência mecânica em algumas construções especiais.

8.5 Aplicações

Existem uma série de aplicações para os elementos de união por parafusos. Algumas dessas, considerando-se os parafusos padronizados pela norma DIN serão apresentados nas figuras a seguir nesta seção. Na figura 8.18, por exemplo, tem-se um parafuso de centragem com parte rosqueada longa e assento retificado, padronizado pela DIN 609, aplicado na fixação de rodas dentadas.

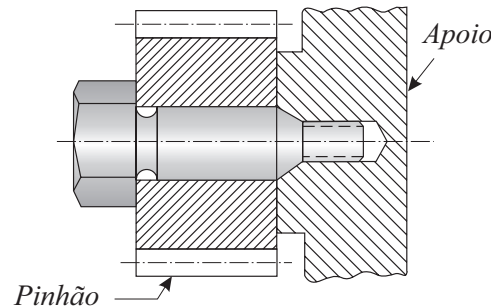


Figura 8.18: Parafuso de centragem.

Na figura 8.19, tem-se um exemplo de parafusos de cabeça quadrada aplicado onde há necessidade de aperto e afrouxamento frequente. A cabeça quadrada, cementada e temperada resiste o abuso de chaves às vezes não apropriadas. Estes parafusos são muito utilizados em porta ferramentas de máquinas de usinagem e a norma DIN 478 é a responsável pela sua padronização.

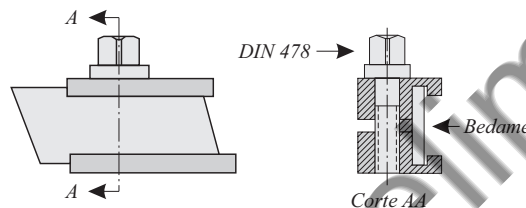


Figura 8.19: Parafuso de cabeça quadrada.

Na figura 8.20, tem-se o exemplo de parafuso com fenda simples empregado em geral na fixação de chapas (peças) de pequena espessura, discos de vedação, na vedação de furos para evitar saída de óleo, etc. A parte cônica do parafuso permite um bom posicionamento relativo das duas peças evitando que elas se desloquem pela aplicação de forças. A norma DIN 63 padroniza os parafusos conforme mostrado.

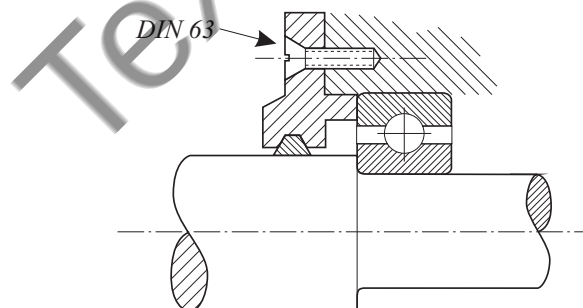


Figura 8.20: Parafuso com fenda simples.

Na figura 8.21, tem-se o exemplo de parafuso borboleta, que deve ser utilizado quando se deseja apertar e desapertar com frequência o parafuso, sem necessidade do uso de nenhuma

chave. Recomenda-se seu emprego em aplicações de menor responsabilidade e é padronizado pela DIN 444.

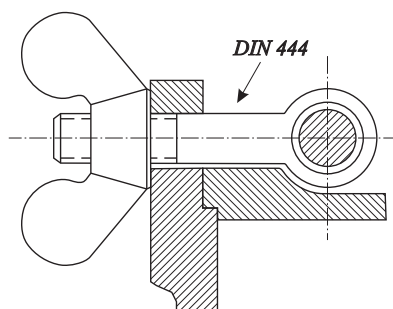


Figura 8.21: Parafuso borboleta.

Na figura 8.22 encontram-se parafusos aplicados para vedação em reservatórios ou tanques. Estes elementos são padronizados pela DIN 910 e 909.

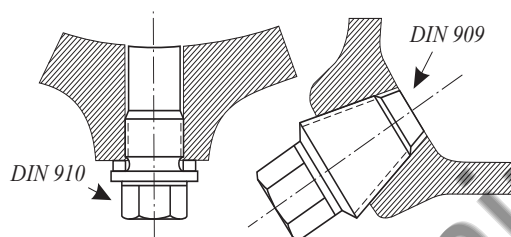


Figura 8.22: Parafuso para vedação.

Na figura 8.23 tem-se o exemplo de um parafuso de ponta atuante o qual se destina, por exemplo, ao posicionamento ou fixação de uma peça com relação a outra pela atuação da ponta. Não apresentam cabeça e sim fenda ou sextavado interno na extremidade não atuante. Existem diversos tipos e o mostrado na figura é padronizado pela DIN 553.

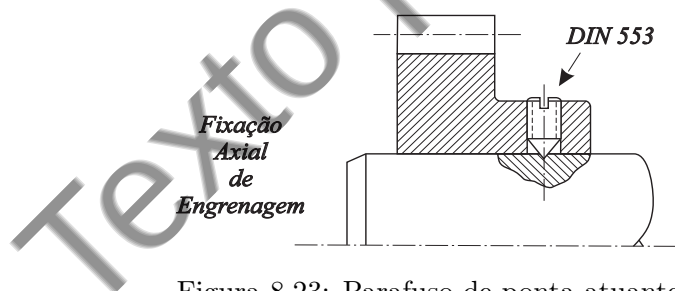


Figura 8.23: Parafuso de ponta atuante

8.6 Pré-carregamento

Quando se deseja uma união desmontável sem empregar métodos destrutivos e que seja suficientemente resistente para suportar cargas externas de tração e de cisalhamento ou a combinação delas, usar-se-á uma junta simplesmente parafusada, com arruelas endurecidas, tal como mostrado na figura 8.24.

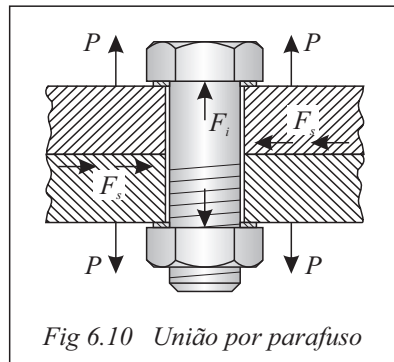


Figura 8.24: União por parafuso.

Nesta junta o parafuso é primeiramente apertado para produzir uma força inicial de tração F_i , após a qual são aplicadas a carga externa de tração P e a carga externa de cisalhamento F_s .

O efeito de pré-carregamento das partes em compressão melhora a resistência à carga de tração externa e aumenta o atrito entre as peças, para resistirem melhor à carga de cisalhamento. A carga de cisalhamento não afeta a tração final no parafuso, podendo, portanto, ser desprezada no estudo do efeito da carga externa de tração na compressão das peças e na tração resultante no parafuso.

Para carregamento estático usa-se, em geral, uma pré-carga em torno de 90% da carga de prova do parafuso. Em carregamentos que variam com o tempo a pré-carga deverá estar em torno de 75% da carga de prova do parafuso. As principais razões para a recomendação de 90% da carga de prova referente às uniões estaticamente carregadas, compostas de parafusos de alta qualidade (SAE 3 ou superior), são:

- devido ao fato do diagrama de tensão/deformação destes parafusos progredir suavemente até o ponto de fratura, o parafuso reterá sua capacidade de suportar carga, não importando quão alta seja a pré-tração; não há perda de capacidade devido ao ponto de escoamento (admite-se escoamento localizado nos filetes);
- a segunda razão é que a tensão de torção desaparece após o aperto; uma junta submetida a movimentos leves causará achatamento dos pontos altos, pintura ou sujeira nas superfícies de contato e aliviará o cisalhamento à torção. Assim, se o parafuso não falhar durante o aperto, haverá boa chance de nunca falhar.

A carga de prova de um parafuso é a carga máxima de tração que um parafuso pode suportar sem sofrer deformação permanente. A resistência de prova é a tensão correspondente à carga de prova referente à área de tração (A_t). Então, a resistência de prova é aproximadamente equivalente à resistência ao escoamento do parafuso.

Área de resistência

Para o cálculo da resistência do parafuso deve-se considerar o diâmetro resistente ou diâmetro de tração (d_t) que é um pouco menor do que o diâmetro efetivo (d_2) e um pouco maior do que o diâmetro da raiz (d_r). Isto ocorre porque ao efetuar um corte normal ao eixo do parafuso a superfície resultante não fica cilíndrica, mas aproximadamente elíptica, conforme mostrado na figura 8.25 a seguir.

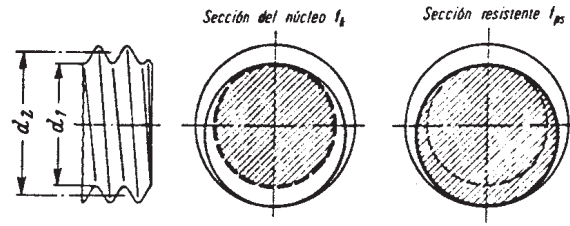


Figura 8.25: Área de resistência (Fonte: [11]).

O diâmetro efetivo (d_2) é conhecido também por diâmetro primitivo e diâmetro de flanco. É o diâmetro de um cilindro imaginário, coaxial, que corta os filetes em um ponto tal que a espessura do filete é igual ao vão e igual à metade do passo, conforme mostrado na Figura 8.26, a seguir:

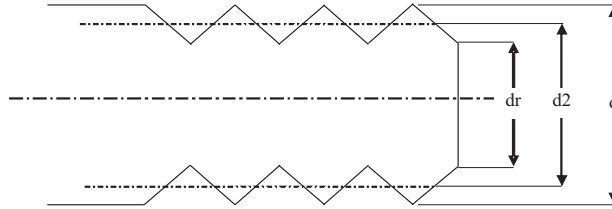


Figura 8.26: Caracterização do diâmetro efetivo.

Desta maneira, a área de resistência será dada pela seguinte expressão:

$$A_t = \frac{\pi}{4} \cdot (d_t)^2 \quad (8.32)$$

Dado que: A_t é a área de resistência, e d_t o diâmetro de resistência, dado por:

$$d_t = \frac{d_2 + d_r}{2} \quad (8.33)$$

Dado que d_2 é o diâmetro efetivo e d_r o diâmetro da raiz.³ O diâmetro efetivo, por sua vez, no caso de roscas métricas, pode ser avaliado como [46]:

$$d_2 = d - 0,6495p \quad (8.34)$$

para p o passo da rosca.

Assim, voltando à equação 8.33, o diâmetro de resistência será dado como:

$$d_t = \frac{(d - 0,6495p) + d_r}{2} \quad (8.35)$$

Isto nos leva à determinação da tensão de tração no parafuso como:

$$\sigma_t = \frac{F}{A_t} \quad (8.36)$$

A área de resistência em alguns casos pode ser aproximada pela área calculada a partir do diâmetro de raiz (d_r), mas jamais pelo diâmetro nominal (d), que para roscas pequenas, gera muito erro, como pode ser verificado na figura 8.27. Para roscas de pequeno diâmetro, o erro do cálculo com base no diâmetro nominal pode chegar a 70%.

³A norma DIN 13 determina que o diâmetro da raiz seja calculado como $d_r = d - 1,22687p$, para d o diâmetro nominal do parafuso e p o seu passo.

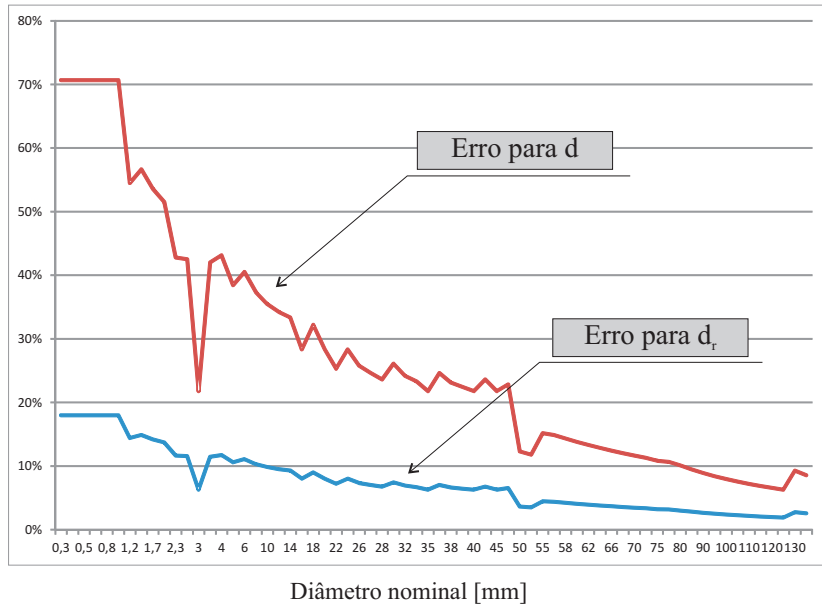


Figura 8.27: Erro do valor da área de resistência com a área nominal (utilizando d) e com a área do diâmetro de raiz (utilizando d_r).

Condições de cargas e deformações na junta

Na situação inicial da junta (figura 8.28 - a), o parafuso se encontra montado, sem nenhum carregamento atuando, de forma que não há nenhuma deformação.

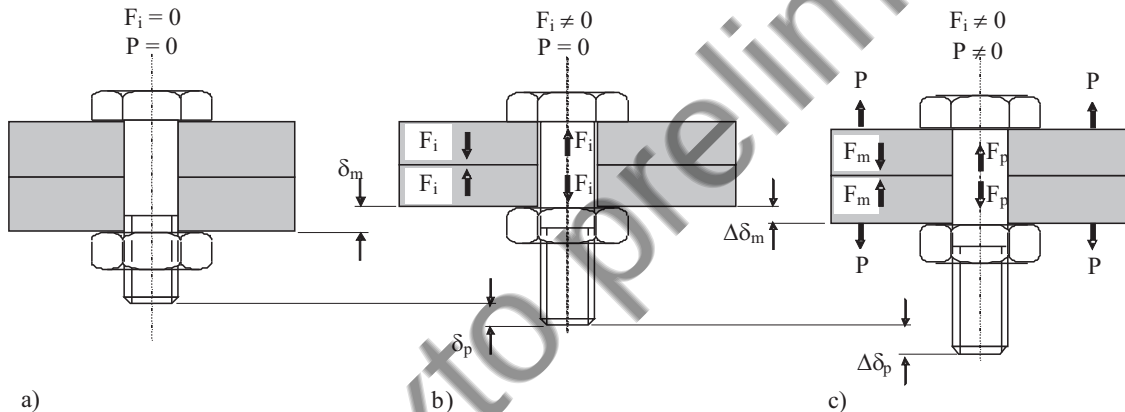


Figura 8.28: Cargas e deformações nas juntas.

Em um segundo momento (figura 8.28 - b), a porca é apertada provocando forças de tração F_i sobre o parafuso e correspondentes forças de compressão nos elementos sob junção. Neste caso verifica-se a ocorrência de deformações δ_m nos elementos de junção e δ_p no comprimento do parafuso.

Em um terceiro momento, (figura 8.28 - c), após o pré-carregamento, a junta é colocada em serviço, e atua sobre ela uma carga externa P . Em função da elasticidade dos corpos, a carga externa será distribuída numa parcela sobre o parafuso F_p (de tração) e uma parcela sobre os membros da junta F_m (de compressão). Verifica-se, ainda, que com a atuação de P o parafuso se alongou de $\Delta\delta_p$ e os membros se alongaram de $\Delta\delta_m$. Sob as condições da situação (c), ou seja, em serviço, deve-se avaliar qual será a segurança da junta contra a separação dos membros e a segurança do parafuso contra a falha devido aos carregamentos F_m e F_p respectivamente.

Para esta análise, considere os diagramas de força versus deformação das figuras 8.29 e 8.30, considerando que F_i é força inicial de montagem (pré-carga no parafuso, devido ao aperto, antes de se aplicar a carga P), P_p é a carga externa no parafuso (parcela de P suportada pelo parafuso) e P_m a parcela de P suportada pelas peças.

MONTAGEM

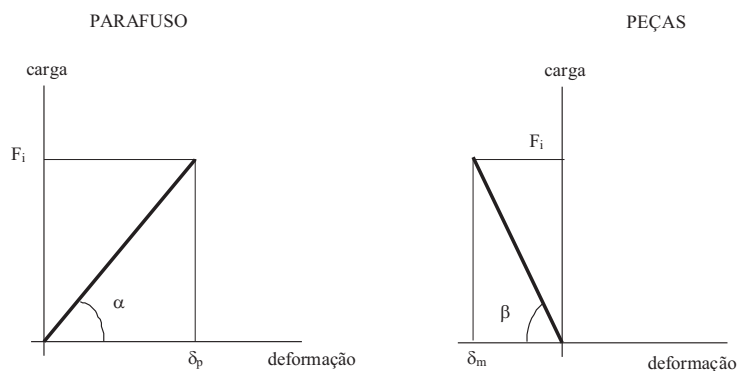


Figura 8.29: Cargas e deformações nas juntas na montagem.

EM SERVIÇO

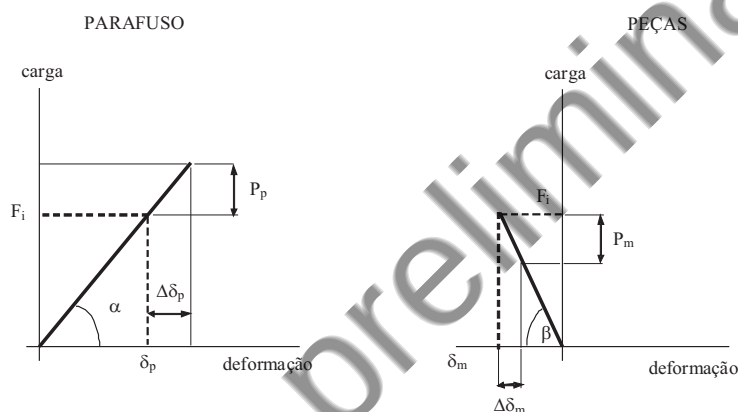


Figura 8.30: Cargas e deformações nas juntas em serviço.

Por conveniência, para a análise considere os diagramas das figuras anteriores em um único diagrama, conforme mostrado na figura 8.31.

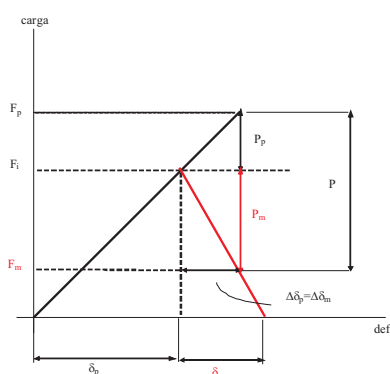


Figura 8.31: Curva de carga na junta parafusada.

De acordo com as figuras, a constante de mola do parafuso pode ser dada como:

$$\tan \alpha = \frac{F_i}{\delta_p} = k_p \quad (8.37)$$

Para k_p a constante de mola do parafuso, ou seja, sua rigidez.

Seguindo o mesmo raciocínio para as peças:

$$\tan \beta = \frac{F_i}{\delta_m} = k_m \quad (8.38)$$

Admitindo que a junta não se separa a deformação do parafuso deve ser a mesma das peças, e assim, após o carregamento externo, tem-se a seguinte condição:

$$\Delta \delta_p = \Delta \delta_m \quad (8.39)$$

e como:

$$\Delta \delta_p = \frac{P_p}{k_p} \quad \Delta \delta_m = \frac{P_m}{k_m} \quad (8.40)$$

Assim, associando as equações 8.39 e 8.40, teremos que:

$$\frac{P_p}{k_p} = \frac{P_m}{k_m} \quad (8.41)$$

E como:

$$P = P_p + P_m \quad (8.42)$$

Relacionando 8.41 e 8.42 teremos:

$$\begin{aligned} P_p &= P \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m} \\ P_m &= P \cdot \frac{k_m}{k_p + k_m} \end{aligned} \quad (8.43)$$

De acordo com o diagrama da figura 8.31:

$$\begin{aligned} F_p &= F_i + P_p \\ F_m &= F_i - P_m \end{aligned} \quad (8.44)$$

Juntando as equações 8.43 e 8.44 temos:

$$\begin{aligned} F_p &= F_i + P \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m} \\ F_m &= P \cdot \frac{k_m}{k_p + k_m} - F_i \end{aligned} \quad (8.45)$$

Exemplo de aplicação

Considerando $k_m = 8.k_p$, sendo a pré-carga $F_i = 5.000N$ e a carga externa $P = 5.500N$, determinar a tração resultante no parafuso e a compressão nas peças.

Solução

Das equação 8.45 temos:

$$F_p = F_i + P \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m}$$

$$F_p = 5.000 + 5.500 \frac{k_p}{k_p + 8k_p}$$

$$F_p = 5.611 \text{ N}$$

$$F_m = P \cdot \frac{k_m}{k_p + k_m} - F_i$$

$$F_m = 5.500 \frac{8k_p}{k_p + 8k_p} - 5.000$$

$$F_m = -111 \text{ N}$$

Cálculo da rigidez dos parafusos

Considere agora uma junta parafusada conforme mostrado na figura 8.32

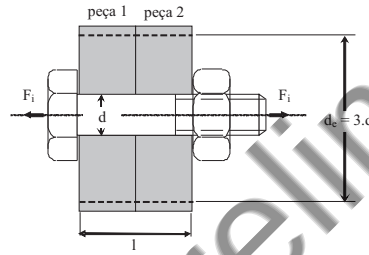


Figura 8.32: Junta parafusada para avaliação da rigidez.

Da lei de Hooke,

$$\delta = \frac{Fl}{AE} \quad (8.46)$$

e

$$\delta_p = \delta_h + \delta_r \quad (8.47)$$

Dado que δ_h é a deformação na parte lisa e δ_r é a deformação na parte rosqueada do parafuso. Assim, aplicando a equação 8.46 na equação 8.47, teremos:

$$\delta_p = \frac{F_i l_h}{A_h E} + \frac{F_i l_r}{A_r E} \quad (8.48)$$

Para $A_r = A_t$, a equação 8.48 passa a ser:

$$\delta_p = \frac{F_i}{E} \cdot \left(\frac{l_h}{A_h} + \frac{l_r}{A_t} \right) \quad (8.49)$$

ou,

$$\frac{\delta_p}{F_i} = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{l_h}{A_h} + \frac{l_r}{A_t} \right) = \frac{1}{k_p} \quad (8.50)$$

Por fim, considerando que $A_h \cong A_t = A = \pi.d^2/4$ e $l = l_h + l_r$, a rigidez do parafuso pode ser dada como:

$$k_p = \frac{E\pi}{4} \left(\frac{d^2}{l_h} + \frac{d_t^2}{l_r} \right) \quad (8.51)$$

Cálculo da rigidez das peças

Diferente do que acontece com o parafuso, o cálculo da rigidez das peças é mais complexo, pois ocorrem duas dificuldades adicionais:

- Os membros a serem unidos podem consistir de diferentes materiais representando molas em série, e desta forma, a fórmula de rigidez elástica passa a ser dada como:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \quad (8.52)$$

- A área efetiva dos membros unidos é frequentemente difícil de determinar, o que fica ainda pior se os membros tiverem formas irregulares ou se estenderem-se por distâncias consideráveis do eixo do parafuso. Existem várias aproximações e recomendações para a determinação da rigidez das peças sendo algumas mostradas a seguir.

Considere a junta, conforme a figura 8.32:

Da deformação na junta parafusada podemos dizer que:

$$\delta = \delta_{p1} + \delta_{p2} \quad (8.53)$$

e aplicando a lei de Hooke (equação 8.46) na equação 8.53 teremos:

$$\delta = \frac{F_i l_1}{A_1 E_1} + \frac{F_i l_2}{A_2 E_2} \quad (8.54)$$

Assumindo também que: $A_1 = A_2 = A$ teremos:

$$\frac{\delta}{F_i} = \frac{1}{k_m} = \frac{1}{A} \left(\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2} \right) \quad (8.55)$$

Neste caso, o valor da área A é dada como a área do cilindro de diâmetro interno igual ao diâmetro nominal do parafuso (d) e o diâmetro externo igual a três vezes o diâmetro nominal do parafuso ($3d$) e pode ser calculada como:

$$A = 2\pi d^2 \quad (8.56)$$

Collins [9] já propõem uma aproximação dada por um cilindro com o diâmetro externo dado por duas vezes o diâmetro nominal do parafuso, e assim, a área da equação 8.55 passa a ser calculada por:

$$A = \frac{3}{4}\pi d^2 \quad (8.57)$$

Por outro lado, Juvinall [29], considera um volume cônico efetivo de aperto, e assim a rigidez das peças para um mesmo material é dada por:

$$k_m = \frac{A_m E_m}{l} \quad (8.58)$$

Dado que :

$$A_m = d^2 + 0,68.d.l + 0,065.l^2 \quad (8.59)$$

Para d o diâmetro do parafuso e l o comprimento total, independentemente da junta ser formada ou não por diferentes materias de diferentes espessuras.

Shigley [46] utiliza a teoria desenvolvida por Wileman⁴ que é similar ao apresentado por Juvinall. Neste caso ele forma um cone de pressão com ângulo de 25° a 33° nas peças sob a junta de forma que a rigidez pode ser determinada como:

$$k_m = AEd e^{\frac{Bd}{l}} \quad (8.60)$$

Os valores de A e B são determinados a partir de experimentação e são mostrados na tabela 8.1:

Tabela 8.1: Parâmetros para avaliação da rigidez de juntas. Fonte: [46]

Material	A	B
Aço	0,78715	0,62873
Alumínio	0,79670	0,63816
Cobre	0,79568	0,63553
Ferro Fundido Cinzento	0,77871	0,62914

Alguns autores trazem estimativas para os valores de rigidez considerando a relação de K_m/K_p . Dentre elas, Juvinall [29] sugere o valor de $K_m/K_p = 6$ para projetos mais cuidadosos com juntas sem vedação macia.

Shigley [46] já recomenda o valor de $K_m/K_p = 8$.

De acordo com estas recomendações é fácil verificar, pelas equações 8.61, que as peças irão absorver uma parcela bem maior da carga externa aplicada sobre a junta durante o serviço.

$$\begin{aligned} P_p &= P \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m} = P \cdot \frac{k_p}{k_p + 8k_p} = \frac{1}{9} \cdot P \\ P_m &= P \cdot \frac{k_m}{k_p + k_m} = P \cdot \frac{8k_p}{k_p + 8k_p} = \frac{8}{9} \cdot P \end{aligned} \quad (8.61)$$

Segurança na junta

Conforme as condições de montagem e de operação de uma união por parafuso é necessário determinar valores adequados para o pré-carregamento de forma que a junta não venha a falhar pelo carregamento no parafuso durante a montagem, ou pela separação das peças durante o funcionamento.

Durante a montagem o parafuso está sujeito a uma tensão de tração devido a pré-carga F_i . A questão, aqui é determinar qual o valor de F_i que não provocará falha no parafuso. Para tal, considerando falha por ruptura, já que se admite um certo escoamento nos filetes do parafuso/porca, o valor da pré-carga, no caso de carregamento estático, poderá ser de:

$$F_i = 0,9S_pA_t \quad (8.62)$$

Nessa condição de pré-carga e sabendo que a resistência a ruptura de parafusos de média/alta qualidade (SAE 3 ou superior) é em torno de 30% maior que a resistência de prova (S_p), teremos uma condição segura na montagem do parafuso. Valores de resistência de prova podem ser obtidas a partir da tabela 8.2.

⁴WILEMAN, J; CHOUDURY, M; GREEN, I. "Computation of Member Stiffness in Bolet Connection", Trans. ASME J. Mech Design, v. 113, dez. 1991, p.432-437

Tabela 8.2: Resistência mecânica dos parafusos. Dados em MPa.

Classe SAE	Classe Métrica	Resistência de prova S_p	Resistência à tração	Material
1	4.6	227	379	Aço de baixo carbono
	4.8	310	420	Aço de baixo carbono
2	5.8	379	475	Aço de baixo carbono
3	6.8	586	758	Aço de médio carbono
5	8.8	586	827	Aço liga de médio carbono tratado termicamente
	9.8	650	900	Aço de médio carbono tratado termicamente
7		723	916	Aço liga de baixo carbono tratado termicamente
8	10.9	827	1.034	Aço liga de baixo carbono tratado termicamente
	12.9	970	1.220	Aço liga tratado termicamente

TABELA 6.6 Identificação das Classes SAE de Parafusos; Marcações na Cabeça



Figura 8.33: Representação das classes de parafusos SAE. (Fonte [45])

As classes dos parafusos são indicadas seguindo os seus padrões. A figura 8.33 mostra os parafusos SAE, e a figura 8.34 o padrão métrico de representação.

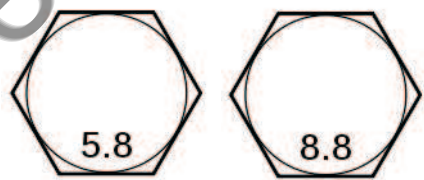


Figura 8.34: Representação das classes de parafusos métricas.

Durante o funcionamento ou em serviço, a junta está sujeita a um carregamento que poderá provocar a separação das peças de modo que a carga externa total seja aplicada sobre o parafuso o que, muito provavelmente irá rompê-lo. Nesse caso deve-se determinar o valor de pré-carga, mínimo necessário para evitar a separação das peças.

A separação das peças irá acontecer quando a F_m (força nas peças de compressão) for igual a zero. Assim, como:

$$\begin{aligned} F_m &= F_i - P \left(\frac{k_m}{k_p + k_m} \right) \\ 0 &= F_i - P \left(\frac{k_m}{k_p + k_m} \right) \\ P_{crit} &= \left(\frac{k_m + k_p}{k_m} \right) \cdot F_i \end{aligned} \quad (8.63)$$

Para P_{crit} o valor da carga externa que irá provocar a separação das peças. Considerando um fator de segurança contra a separação dado por n igual a:

$$n = \frac{P_{crit}}{P} \quad (8.64)$$

ou seja, a carga externa aplicada deverá ser menor que um certo valor crítico, obtém-se que o valor mínimo de F_i para evitar a separação será:

$$F_i \geq n \cdot \frac{k_m}{k_p + k_m} \cdot P \quad (8.65)$$

Ou

$$F_i \geq n \cdot P_m \quad (8.66)$$

Os valores recomendados para n são de 1,2 a 1,8.

Montagem: Torque

Conforme estudos anteriores, verificou-se que o pré-carregamento de parafusos é um parâmetro importante no projeto de uniões parafusadas. Normalmente, um pré-carregamento elevado é desejável para evitar que as peças se separem, condição na qual o parafuso irá suportar integralmente a carga externa aplicada sobre a junta. Nesse tópico, algumas questões importantes serão discutidas com relação ao pré-carregamento, as quais tratam de:

- qual deve ser o valor do pré-carregamento;
- como obter o pré-carregamento necessário e
- como assegurar o pré-carregamento na junta e evitar o afrouxamento do parafuso.

Valor do pré-carregamento

De acordo com Juvinal [29], as uniões por parafuso devem ser idealmente apertadas para produzir uma força de tração inicial (pré-carga) próxima à carga de prova do parafuso. A carga de prova é definida como a máxima força de tração que não produz deformação permanente no parafuso. Ela é um pouco menor do que a força de tração que produz 0,2% de deformação permanente em um corpo de prova para determinar o limite de escoamento. Dessa forma, o autor estabelece que a carga inicial deve ser dada por:

$$F_i = k_i \cdot A_t \cdot S_p \quad (8.67)$$

Para F_i pré-carga, A_t a área de tração, S_p a resistência de prova do parafuso (ver tabela 8.2) e k_i a constante que varia de 0,75 a 1 e depende das condições de uso.

Para aplicações usuais, envolvendo carregamento estático, $k_i = 0,9$. Dessa forma a pré-carga será dada por:

$$F_i = 0,9 \cdot A_t \cdot S_p \quad (8.68)$$

As principais justificativas para um valor de pré-carga elevado, conforme Juvinall [29], são as seguintes:

- Para carregamentos que tendem a separar as peças deve-se evitar que o parafuso seja carregado excessivamente; uma pré-carga elevada evita esta separação;
- Para cargas que tendem a cisalhar o parafuso, a pré-carga elevada aumenta o atrito entre as partes, evitando o movimento destas no cisalhamento;

Ainda, conforme Shigley [46]:

- Para parafusos de material de alta qualidade (SAE 3 ou superior), onde no diagrama de tensão/deformação não se tem claramente definido o ponto de escoamento, a curva deverá progredir suavemente até a ruptura. Neste caso, o parafuso reterá sua capacidade de suportar carga, não havendo perda da capacidade devido ao escoamento;
- A outra razão para uma pré-carga de 90% da carga de prova é que a tensão de torção desaparece após o aperto. Assim, se o parafuso não falhar durante o aperto é bem provável que nunca virá a falhar! Uma análise em maiores detalhes dessa última justificativa é vista a seguir, considerando as cargas e tensões geradas durante o aperto do parafuso na montagem.

Pré-carregamento e tensões durante a montagem do parafuso

Na montagem do parafuso, durante a pré-carga, são geradas tensões de tração e tensões de cisalhamento, conforme indicadas na figura 8.35.

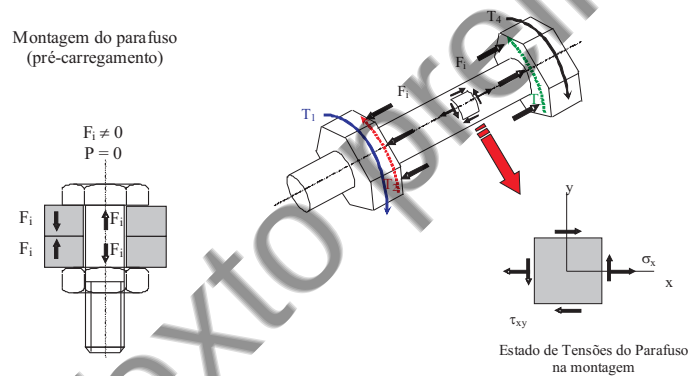


Figura 8.35: Cargas e tensões durante o aperto inicial do parafuso.

Ainda de acordo com a figura 8.35, tem-se: T_1 o torque de aperto da porca, T_2 o torque de atrito na face da porca (igual a $\mu F_i r_m$, onde r_m é o raio efetivo da face de contato), T_3 o torque de atrito na face da cabeça dos parafusos (menor ou igual a $\mu F_i r_h$, onde r_h é o raio efetivo da face de contato) e T_4 o torque de aperto requerido para manter ou evitar que o parafuso gire durante a montagem (que será igual a 0 se $T_3 > T_1 - T_2$)

Devido ao torque de aperto da porca, são geradas tensões de cisalhamento pela torção e tensões de tração no corpo do parafuso. Estas tensões correspondem, em geral, aquelas devido a 50% do torque T_1 aplicado no aperto. O torque restante é usado para vencer o atrito nas faces da porca e da cabeça do parafuso.

Neste caso as tensões de tração são dadas por:

$$\sigma_x = \frac{F_i}{A_t} \quad (8.69)$$

e as tensões de cisalhamento por:

$$\tau_{xy} = \frac{16T^*}{\pi d_t^3} \quad (8.70)$$

onde: T^* é a parcela de 50% do torque aplicado (T_1) e d_t o diâmetro de resistência.

Para combinar essas tensões pode-se empregar a tensão equivalente de von Mises, dada por:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \quad (8.71)$$

Uma aproximação da equação 8.71 para o problema abordado pode ser dado por:

$$\sigma' = \frac{1,3F_i}{A_t} \quad (8.72)$$

onde o fator 1,3 corresponde ao cisalhamento devido a torção. Assim a falha ocorrerá quando $\sigma' = S_r$, dado que S_r é o limite de ruptura a tração do material.

Obtenção do pré-carregamento

Quando o comprimento do parafuso puder ser monitorado (medido) durante a montagem, poderá se determinar o pré-carregamento empregando-se a Lei de Hooke. Assim, simplesmente aperta-se a porca até o parafuso alongar de uma quantidade δ e verifica-se o valor do pré-carregamento necessário.

O alongamento de um parafuso não pode ser medido, se a extremidade roscada ficar em um furo cego. Em muitos casos, mesmo em montagem com porcas, é impraticável medir-se o alongamento do parafuso. Em tais casos, deve-se estimar o torque de montagem necessário para estabelecer o pré-carregamento. Então pode-se usar uma chave com torquímetro, (figura 8.36) que tem um mostrador que indica o torque aplicado, ou um método para controlar o giro da porca, ou ainda parafusos com cabeça de aperto que se quebram ao atingir o torque correto.

Figura 8.36: Torquímetro utilizado para dar aperto calibrado aos parafusos.

Estimativa de torque para produzir o pré-carregamento necessário em junta

A equação que relaciona o torque de montagem com a pré-carga pode ser obtida a partir da equação do torque desenvolvida para parafusos de potência para levantar a carga, considerando, nesse caso, que a carga F a ser levantada (em parafuso de potência) é similar à pré-carga em parafuso de fixação. Sob tais considerações desenvolve-se uma estimativa do torque de aperto ou torque de montagem em função da pré-carga, conforme a seguir:

O Torque de aperto pode ser dado como:

$$T = F_i \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \left(\frac{\mu\pi d_m + l\cos(\alpha)}{\pi d_m \cos(\alpha) - \mu l} \right) + \frac{F_i \mu_c d_c}{2} \quad (8.73)$$

Para: T = torque de aperto do parafuso, F_i = força inicial de montagem (pré-carga), d_m o diâmetro médio da rosca, l o avanço que é igual ao passo para roscas de uma entrada, μ o coeficiente de atrito entre parafuso e porca, α o ângulo de rosca, μ_c o coeficiente de atrito do colar e d_c o diâmetro do colar.

Utilizando-se porcas normalizadas (veja APÊNDICE D), obtém-se o valor de d_c dado conforme a figura 8.37:

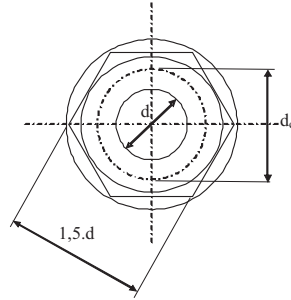


Figura 8.37: Características geométricas de uma porca normalizada (Norma ABNT-PB-44)

Assim,

$$d_c = \frac{d + 1,5d}{2} = 1,25d \quad (8.74)$$

Que voltando a equação 8.73 fornece:

$$T = \left[\frac{d_m}{2d} \cdot \left(\frac{\mu\pi d_m + l\cos(\alpha)}{\pi d_m \cos(\alpha) - \mu l} \right) + 0,625\mu_c \right] \cdot F_i d \quad (8.75)$$

Definindo-se o termo entre colchetes como o **coeficiente de torque K**:

$$K = \left[\frac{d_m}{2d} \cdot \left(\frac{\mu\pi d_m + l\cos(\alpha)}{\pi d_m \cos(\alpha) - \mu l} \right) + 0,625\mu_c \right] \quad (8.76)$$

E substituindo a equação 8.76 na equação 8.75 obtém-se:

$$T = K \cdot F_i d \quad (8.77)$$

Os coeficientes de atrito de roscas e colares para estojo, parafusos comuns e porcas abrangem uma faixa que vai de 0,12 até 0,20, dependendo sobretudo do acabamento e da precisão da rosca e do grau de lubrificação. Em média, tanto μ , quanto $\mu_c = 0,15$. Blake e Kurtz [2] realizaram vários testes de montagem de parafusos, encontrando um valor de $K \cong 0,20$, para μ e $\mu_c = 0,15$, não importando o tamanho do parafuso e nem se as roscas são grossas ou finas. Dessa forma o torque de montagem pode ser obtido por:

$$T = 0,20F_i d \quad (8.78)$$

Alguns fabricantes como a Bowman dos Estados Unidos recomendam valores diferentes para o fator de aperto (K) da equação 8.77, que são dados pela tabela 8.3

Tabela 8.3: Fator de aperto K segundo a Bowman.

Parafuso e porca	K
Não revestido, acabamento negro	0,3
Zincado	0,2
Lubrificado	0,18
Revestido com cádmio	0,16

Garantia do pré-carregamento e segurança contra o afrouxamento

Quando as partes rígidas da junta são apertadas, a deformação elástica poderá somente ocorrer nos picos das rugosidades, causando um aplainamento das superfícies e não garantindo a pré-carga necessária. A perda da pré-carga também se dá por desgaste ou corrosão das superfícies ou por arranque de filmes óxidos. Alguns testes, segundo Juvinal [29], tem mostrado que uma junta perde em torno de 5% da pré-carga com uns poucos minutos de aperto. Com algumas semanas, devido a efeitos de relaxação tem-se outros 5% de perda da pré-carga. Em função dessas perdas é necessário reapertar os parafusos periodicamente. As vantagens dos parafusos sobre rebites ou solda é que eles podem ser desmontados facilmente sem destruição dos elementos. Entretanto, eles frequentemente afrouxam durante o uso. Os parafusos, em geral, são projetados para terem pequenos ângulos de hélice e coeficientes de atrito suficientemente altos para serem auto-travantes sob carregamento estático. Entretanto, sob carregamento variável no tempo ou vibração, se qualquer movimento relativo ocorrer entre porca e parafuso, a porca tende a afrouxar. Para evitar isso podem ser empregados diferentes métodos, dentre eles:

- uma pré-carga maior, para aumentar a força de atrito entre os filetes;
- usar roscas finas em aplicações de responsabilidades;
- superfícies duras e de baixa rugosidade para evitar a perda da pré-carga;
- aumentar o atrito através de arruela de pressão;
- utilizar elementos de segurança, tais como pinos;
- utilizar travas químicas.

8.7 Tensões no parafuso em serviço e falha por fadiga

Em serviço, o parafuso está submetido a um estado de tensões decorrente da montagem (ou seja, da aplicação da pré-carga) mais as tensões originárias do carregamento externo sobre a junta, conforme representado na figura 8.38:

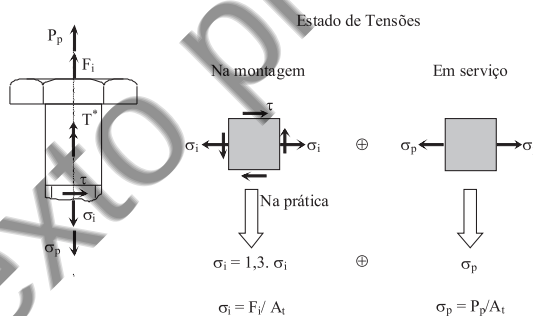


Figura 8.38: Estado de tensões de um parafuso.

De acordo com a figura 8.38, a tensão equivalente no primeiro filete (mais carregado) será dada por:

$$\hat{\sigma} = 1,3\sigma_i + \sigma_p \quad (8.79)$$

Nesse caso, sob carregamento estático, a falha se dará quando a tensão equivalente for igual a resistência do material do parafuso, ou seja, $\hat{\sigma} = S_r$. Assim, para trabalhar em prol da segurança, devemos adotar um fator de segurança:

$$n = \frac{\hat{\sigma}}{S_r} \quad (8.80)$$

Sob carregamento dinâmico, há que se considerar as tensões alternadas e médias devido ao carregamento e utilizar-se um critério de falha que leve em conta essas tensões. Para tal aqui é adotado o critério de Goodman.

Determinação das tensões alternadas e médias

Para a determinação das tensões alternadas e médias considere inicialmente o caso geral onde a carga externa atuante sobre a junta pré carregada varia de um valor P_1 a P_2 , conforme mostrado na figura 8.39.

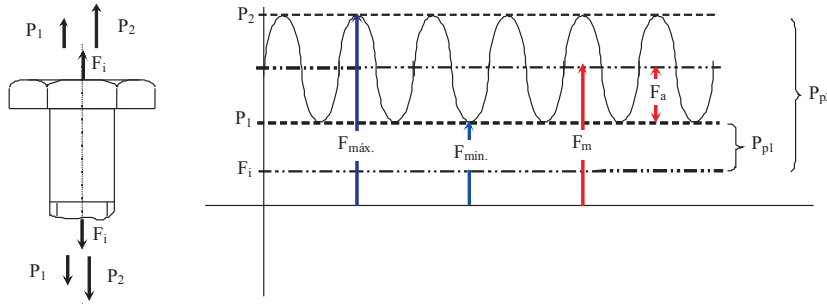


Figura 8.39: Carregamento alternado em um parafuso.

Da figura 8.39, podemos definir:

$$F_{max} = F_i + P_{p2} \quad F_{min} = F_i + P_{p1} \quad (8.81)$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} \quad F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \quad (8.82)$$

$$P_{p1} = \frac{k_p}{k_p + k_m} \cdot P_1 \quad P_{p2} = \frac{k_p}{k_p + k_m} \cdot P_2 \quad (8.83)$$

Colocando as equações 8.83 e 8.81 em 8.82, teremos:

$$F_m = F_i + \frac{1}{2} \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m} \cdot (P_1 + P_2) \quad F_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m} \cdot (P_2 - P_1) \quad (8.84)$$

Isto leva à definição das tensões média e alternante como:

$$\sigma_m = \frac{F_i}{A_t} + \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m} \left(\frac{P_1 + P_2}{A_t} \right) \right] \quad (8.85)$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{k_p}{k_p + k_m} \left(\frac{P_2 - P_1}{A_t} \right) \quad (8.86)$$

Deve-se verificar se o parafuso encontra-se seguro à fadiga. Para tal emprega-se o critério de Goodman, conforme descrito a seguir.

Critério de falha de Goodman e fator de segurança

Pelo critério de Goodman, as tensões médias são registradas no eixo das abscissas e as tensões alternadas no eixo das ordenadas, conforme mostrado na figura 8.40.

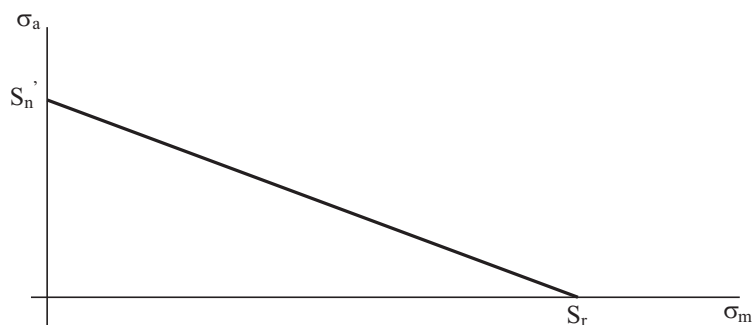


Figura 8.40: Diagrama de Goodman.

De acordo com a figura 8.41, o limite de resistência à fadiga para vida finita (S'_n) é marcado no eixo das ordenadas e o limite de resistência (S_r) é marcado no eixo das abscissas.

Uma linha reta unindo S'_n a S_r é o critério de falha de Goodman, responsável por criar duas regiões distintas no gráfico, uma de falha, acima da linha e outra de não falha, sob a referida linha.

Esse diagrama é particularmente útil porque contém todos os componentes de tensões necessários para a análise da fadiga. Além disso, é particularmente útil quando se conhecem todas as dimensões e quando se pode calcular com facilidade todos os componentes de tensão. Porém é um tanto difícil de usar quando as dimensões são desconhecidas.

O limite de fadiga pode ser corrigido considerando-se diferentes fatores (conforme comentado na seção 2.7) e dessa forma obtém-se o limite de fadiga modificado (S_n) conforme mostrado na Figura 8.41.

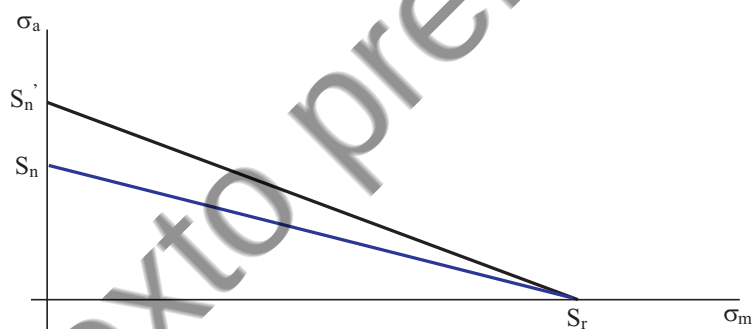


Figura 8.41: Limite de fadiga modificado

Lembrando a equação de fadiga aplicada aos eixos (eq. 2.32), onde, S'_n = limite médio de resistência à fadiga do material (corpos de prova); k_a = fator de acabamento superficial (figura 2.19 na página 47); k_b = fator de dimensão da peça (tabela 2.5 na página 48); k_c = fator de confiabilidade (tabela 2.6 na página 48); k_d = fator de temperatura (equação 2.36 na página 49); k_e = fator de efeitos diversos (na seção 2.7 na página 49) e k_f = fator de concentração de tensões (dado pela equação 2.39 na página 50).

Considerando o limite de fadiga corrigido e a determinação do fator de segurança à fadiga, o diagrama é representado, conforme a Figura 8.42, a seguir.

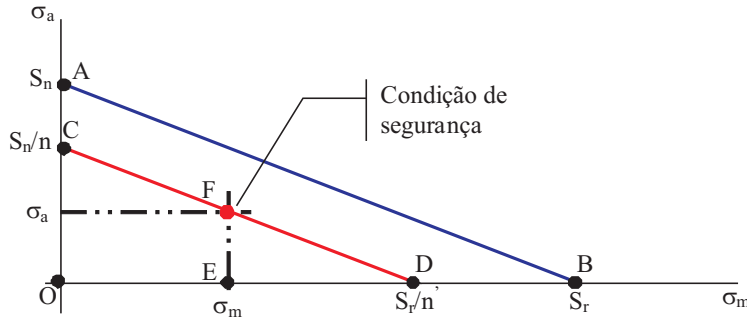


Figura 8.42: Diagrama para análise da fadiga.

De acordo com o diagrama da figura 8.42, as seguintes relações podem ser estabelecidas, para a determinação do fator de segurança.

$$\frac{\overline{AO}}{\overline{CO}} = \frac{\overline{BO}}{\overline{DO}} = \frac{S_n}{S_n/n} = \frac{S_r}{S_r/n'} \Rightarrow n = n' \quad (8.87)$$

Ainda da figura 8.42 podemos por semelhança de triângulos dizer que:

$$\widehat{C0D} \approx \widehat{FED} \rightarrow \frac{\overline{C0}}{\overline{FE}} = \frac{\overline{D0}}{\overline{DE}} \quad (8.88)$$

Assim, colocando os valores dos segmentos de retas dados pela equação 8.87 na equação 8.88, teremos:

$$\frac{S_n/n}{\sigma_a} = \frac{S_r/n}{S_r/n - \sigma_m} \quad (8.89)$$

Que por fim, fornece o coeficiente de segurança dado como:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{S_r} \quad (8.90)$$

Considerações sobre resistência à fadiga

Suponha-se que falta segurança no projeto, o que pode ser feito?

Para verificar o que mais pode ser feito, toma-se o fator multiplicativo da equação da tensão alternada (eq. 8.86) e divide-se o numerador e o denominador por K_p , o que resulta em:

$$\frac{k_p}{k_p + k_m} = \frac{1}{1 + (k_m/k_p)} \quad (8.91)$$

Desta equação verifica-se que se a união puder ser projetada de modo que a relação de rigidez (K_m/K_p) seja grande, o fator multiplicativo será pequeno e com isso, σ_a será reduzido. Isso pode ser obtido fazendo-se K_m grande ou K_p pequeno.

Outra forma, mais óbvia, de reduzir o valor de σ_a é aumentar o número de parafusos uma vez que isso irá reduzir o valor de P para cada parafuso.

No caso de união com gaxeta em todo o contato, esta fica submetida a uma carga de compressão entre as peças. Sua rigidez, nesse caso pode predominar e a rigidez equivalente como sendo a rigidez da gaxeta é dada como:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{l_1}{AE_1} + \frac{l_2}{AE_2} + \frac{l_3}{AE_3} \quad (8.92)$$

Como $E_3 \ll E_2$ e E_1 , $l_3/AE_3 \gg l_2/AE_2$ e l_1/AE_1 e assim:

$$\frac{1}{k_m} \cong \frac{l_3}{AE_3} \quad (8.93)$$

Ainda, nesse caso, a pré-carga deve ser ajustada para promover uma pressão sobre a gaxeta conforme recomendação do fabricante.

8.8 Seleção da porca

Considerando a tração, o parafuso se torna mais longo e os filetes iniciais tendem a mover-se se separando. Entretanto, a porca está em compressão, e os filetes da sua rosca tendem a se mover aproximando-se.

Estas ações impedem a divisão igualitária das cargas e em lugar disto, o primeiro filete suporta a maior parcela de P sendo o restante da carga dividido entre os demais filetes.

Esta tendência pode ser parcialmente corrigida, proporcionando-se à porca dispositivos que causem maior deformação em sua parte inferior.

Na prática, as condições não são tão severas como foram mostradas, porque os filetes da porca, ao escoarem, permitem a transferência de parte da carga aos outros filetes. Contudo, como a tendência existe, seu conhecimento deve ser usado para realizar a seleção de forma adequada.

Outro fator que age no sentido de reduzir a tendência que têm os filetes da parte inferior de suportar toda a carga é a ação de cunha deles que tende a dilatar a porca.

Estas condições mostram que, quando se quiser um pré carregamento adequado, deve-se dispensar atenção especial ao material da porca. Selecionando-se uma porca macia, assegura-se um escoamento plástico, que permite aos filetes da sua rosca dividirem a carga mais uniformemente.

As porcas são testadas, determinando-se suas resistências ao arrancamento dos filetes. Porcas comuns têm resistência ao arrancamento do filete de aproximadamente, 620 MPa. Interessante saber também que **três filetes completos** são suficientes para desenvolver a **resistência completa de um parafuso**.

8.9 União com múltiplos parafusos

Na maioria dos casos, apenas um parafuso não é suficiente para suportar todo o carregamento da junta, sendo necessário portanto adição de mais elementos, o que chamamos de uma junta com múltiplos parafusos. Nestes casos ainda encontramos uma outra subdivisão, baseada no posicionamento do carregamento, que pode ser simétrico ou excêntrico com relação aos parafusos como mostrado na figura 8.43. Além disso, o carregamento no parafuso pode se comportar como de tração ou de cisalhamento.

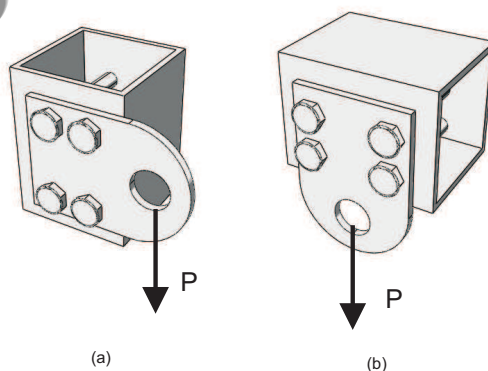


Figura 8.43: Carregamento excêntrico (a) e simétrico (b) cisalhante em junta parafusada.

Começaremos nossa análise sob o ponto de vista de uma força cisalhante sobre a junta, distribuída simetricamente (como mostrado na figuras 8.43 (b)). Neste caso, levantamos a hipótese de que se há simetria, o carregamento é uniformemente distribuído com relação aos parafusos constituintes da junta. A segunda hipótese é de que a força de atrito não forneça resistência ao cisalhamento, ou seja, são duas superfícies planas em contato entre si. Desta forma, a tensão cisalhante em cada parafuso passa a ser dada como:

$$\tau_c = \frac{P}{\sum_{i=1}^{n_p} A_i} \quad (8.94)$$

Dado que P é a carga na junta e A_i a área transversal do i -ésimo parafuso.

No caso de um carregamento excêntrico (figura 8.43 (a)) acontece um novo efeito. Tem-se o efeito cisalhante da aplicação da carga cisalhante mas soma-se a este o efeito da torção da junta. Para o cálculo dessa torção, precisamos primeiramente determinar o centroide da junta, que será na verdade o centro de rotação do efeito de torção.

Para determinar o centroide de rotação da junta deve-se levar em consideração a rigidez dos parafusos, que por sua vez está associada à área da seção transversal. Assim, dado um conjunto de n parafusos, o centroide da rotação pode ser definido pelas coordenadas $\bar{x}$ e $\bar{y}$ dadas pelas equações 10.114:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (8.95)$$

Assim, podemos calcular o torque na junta que é dado por:

$$T_j = P\bar{r} \quad (8.96)$$

Para $\bar{r}$ a distância normal entre o carregamento e o centroide da junta. Para um carregamento excêntrico, a tensão cisalhante em cada parafuso será então dada pela composição das tensões cisalhante em cada parafuso, como ilustrado na figura 8.44.

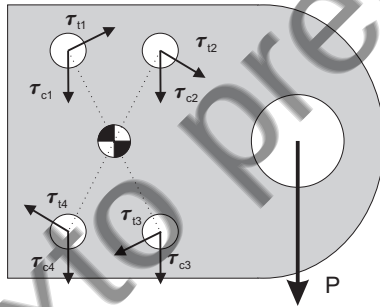


Figura 8.44: Tensão cisalhante na junta devido ao carregamento excêntrico.

Assim, a tensão devido a torção da junta passa a ser:

$$\tau_t = \frac{T_j r_i}{J_j} \quad (8.97)$$

Para r_i o raio entre o i -ésimo parafuso e o centroide da junta $(\bar{x}, \bar{y})$ e J_j o momento polar de inércia da junta, dada por:

$$J_j = \sum_{i=1}^n A_i r_i^2 \quad (8.98)$$

Trata-se portanto de um operação vetorial que varia a carga em cada parafuso em função da sua posição na junta e a tensão cisalhante resultante em cada parafuso pode ser dada como:

$$\tau_p = \sqrt{\tau_c^2 + \tau_t^2} \quad (8.99)$$

Para τ_c a tensão devido ao cisalhamento puro, dado pela equação 10.113 e τ_t a tensão devido a torção em relação ao centroide dada pela equação 10.115. Definido o estado de tensões, basta agora comparar com a Resistência de prova S_p (tabela 8.2, na página 234), definindo o coeficiente de segurança (n).

$$n = \frac{S_p}{2\tau_p} \quad (8.100)$$

No caso de carregamento que gere tensão normal na junta, o procedimento é parecido com o descrito anteriormente, e pode ocorrer novamente o caso da carga ser simetricamente distribuída (figura 8.45 (a)) ou excêntricamente distribuída (figura 8.45 (a)).

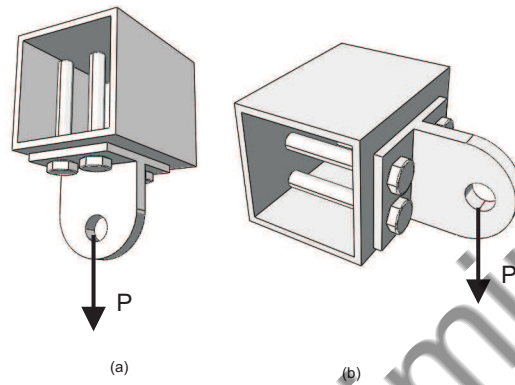


Figura 8.45: Carregamento simétrico (a) e excêntrico (b) de tração em junta parafusada.

No caso de carregamento simétrico, basta dividir a carga pelo número de parafusos na junta, desde que eles todos sejam iguais. No caso de termos parafusos diferentes, há de se fazer uma divisão ponderada a partir da área da secção transversal de cada parafuso. No caso de carregamento excêntrico, a carga em cada parafuso deve ser estabelecida por meio da aplicação das equações de equilíbrio da mecânica clássica, como é demonstrado a partir da figura 8.46.

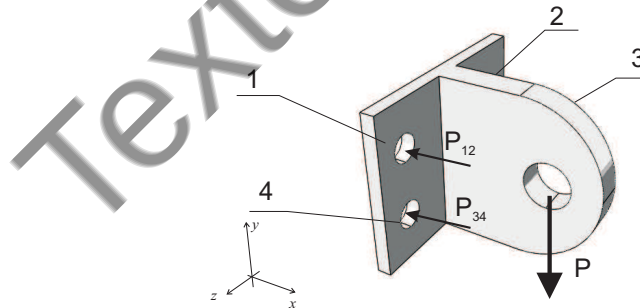


Figura 8.46: Disposição dos parafusos e carga de flexão excêntrica.

Se projetarmos a junta no plano xy , podemos determinar o carregamento na junta de duas formas, uma carga P_{12} que será distribuída simetricamente entre os parafusos 1 e 2 (ver figura 8.46 e uma carga P_{34} , da mesma forma distribuída entre os parafusos 3 e 4, e podemos determinar essas cargas de acordo com a figura 8.47.

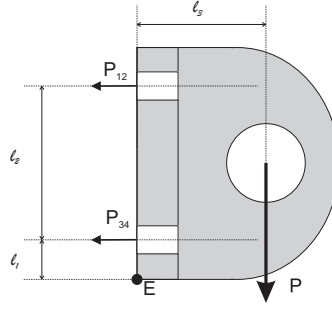


Figura 8.47: Definição da carga em cada parafuso.

O momento absorvido pela junta como um todo será dado como: $M = Pl_3$. Este valor gerará uma tensão normal na junta proporcional a distância entre cada parafuso e o ponto de rotação que é demonstrado pelo ponto **E** na figura 8.47. Assim teremos para os parafusos 1 e 2 o equivalente em tensão de flexão dado por $(M(l_1 + l_2))/I_j$ para I_j o momento de inércia da junta, calculado por:

$$I_j = \sum_{i=1}^n A_i y^2 \quad (8.101)$$

Para A_i a área da seção transversal do i -ésimo parafuso e y a distância da sua linha de centro até o ponto de rotação (**E**). Por fim, aplicando o valor da tensão devido a flexão para o exemplo dado teremos:

$$P_{12} = 2A \left[\frac{M(l_1 + l_2)}{I_j} \right] \quad P_{34} = 2A \left[\frac{M(l_1)}{I_j} \right] \quad (8.102)$$

Em função da rigidez das peças e do parafuso, a partir dos valores calculados em 10.118 pode-se determinar a carga no parafuso e a carga nas peças, além da carga crítica e a pré carga do parafuso.

8.10 Exemplo completo

Deseja-se dimensionar os parafusos para uma manga de eixo mostrada pela figura 8.48, dado que $h = 154 \text{ mm}$, $a = 89 \text{ mm}$, $e = 12 \text{ mm}$, $r_d = 290 \text{ mm}$ e a carga P_V varia de $P_{min} = 310 \text{ N}$ a $P_{max} = 1340 \text{ N}$. Em função do coeficiente de atrito com o solo (μ) da ordem de **0,8**, surge também uma carga P_H dada por $P_H = \mu P_V$. O material das peças a serem unidas é alumínio ($E = 71,7 \text{ GPa}$) tendo a manga uma espessura de 13 mm . Pode-se considerar que a espessura da junta é de 20 mm , visto que a manga é parafusada em um suporte com 7 mm de espessura (não mostrado na figura) e que se deseja utilizar parafuso da classe 8.8 ($S_p = 586 \text{ MPa}$). Adote um coeficiente de segurança de 1,4.

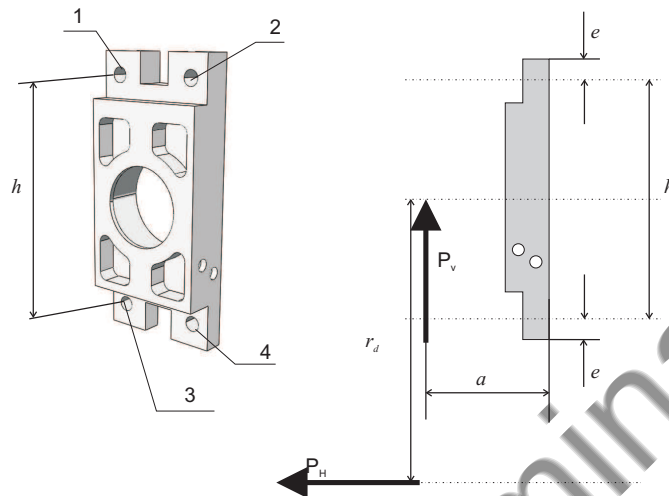


Figura 8.48: Manga de eixo a ser dimensionada.

Resolução

Definição do carregamento na junta

Percebe-se pelo desenho que teremos dois parafusos na extremidade superior e dois na extremidade inferior da manga, sendo estes o de maior carregamento nesta situação. Pelo problema, as juntas não sofrerão cisalhamento, cabendo a elas carregamento de flexão devido ao desenho proposto e ao posicionamento da carga. Partiremos então para a definição da variação da carga na junta a partir da equação 10.118.

Precisamos calcular o momento na junta, que é o produto da carga pela excentricidade, assim para a carga mínima,

$$\begin{aligned} M_1 &= P_{Vmin}a + P_{Hmin}r_d \\ M_1 &= 310 \times 89 + (310 \times 0,8) \times 290 \\ M_1 &= 99510 \text{ Nmm} \end{aligned}$$

E para a carga máxima:

$$\begin{aligned} M_2 &= P_{Vmax}a + P_{Hmax}r_d \\ M_2 &= 1340 \times 89 + (1340 \times 0,8) \times 290 \\ M_2 &= 430140 \text{ Nmm} \end{aligned}$$

Para a junta em questão, como a manga é simétrica em relação ao plano médio horizontal e, visando simplificar o dimensionamento, adotaremos o mesmo tipo de parafusos para todos os quatro, de forma que a área da seção transversal de cada um será dada por A_p . Com isto, dado que a rotação da junta se dará no ponto de contato superior, o momento de inércia passa a ser calculado a partir da equação 10.117 e será:

$$\begin{aligned} I_j &= \sum_{i=1}^n A_i y^2 \\ I_j &= 2 [A_p(e)^2] + 2 [A_p(e+h)^2] \\ I_j &= 2 [A_p(12)^2] + 2 [A_p(166)^2] \\ I_j &= 55400 A_p \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Para os parafusos 1 e 2 a distância em relação ao eixo de rotação da junta (y_{12}) é igual a 14 mm, ao passo em que para os parafusos 3 e 4 a distância (y_{34}) é de 166 mm. Sendo assim, nos parafusos 1 e 2, a carga mínima na junta devido ao carregamento da manga será:

$$\begin{aligned} P_{112} &= 2A_p \left[\frac{M_1 y_{12}}{I_j} \right] \\ P_{112} &= 2A_p \left[\frac{99510 \times 12}{55400 A_p} \right] \\ P_{112} &= 43,1 \text{ N} \end{aligned}$$

E a carga máxima:

$$\begin{aligned} P_{212} &= 2A_p \left[\frac{M_2 y_{12}}{I_j} \right] \\ P_{212} &= 2A_p \left[\frac{430140 \times 12}{55400 A_p} \right] \\ P_{212} &= 186,3 \text{ N} \end{aligned}$$

Para os parafusos 3 e 4, a carga mínima será:

$$\begin{aligned} P_{134} &= 2A_p \left[\frac{M_1 y_{34}}{I_j} \right] \\ P_{134} &= 2A_p \left[\frac{99510 \times 166}{55400 A_p} \right] \\ P_{134} &= 596,3 \text{ N} \end{aligned}$$

E a carga máxima:

$$\begin{aligned} P_{234} &= 2A_p \left[\frac{M_2 y_{34}}{I_j} \right] \\ P_{234} &= 2A_p \left[\frac{430140 \times 166}{55400 A_p} \right] \\ P_{234} &= 2577,7 \text{ N} \end{aligned}$$

Observa-se que os parafusos 1 e 2 estão bem menos carregados do que os parafusos 3 e 4. Como admitiu-se que os quatro serão iguais, faremos o dimensionamento pelo carregamento dado nos parafusos 3 e 4 (ver figura 8.48).

Assim, teremos um carregamento variável entre 596,3 N e 2577,7 N em cada parafuso. Observe que este é o carregamento na junta, visto que o resultado da aplicação das equações de equilíbrio acabam eliminando o efeito da área. Torna-se necessário portanto determinar a rigidez das peças e dos parafusos para dimensioná-los.

Cálculo da rigidez da junta e dos parafusos

Como comentado anteriormente, nos ateremos a junta nos parafusos 3 e 4 (ver figura 8.48), começando pela determinação da rigidez da junta para as peças, através da equação da definição da área das peças dadas por Juvinall, equação 8.59. Sabendo que o comprimento da junta é de 20 mm e que o diâmetro do parafuso é a incógnita a ser descoberta, teremos:

$$\begin{aligned} A_m &= d^2 + 0,68.d.20 + 0,065(20)^2 \\ A_m &= d^2 + 13,6d + 26 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Sabendo os valores do material, teremos a rigidez dada como (equação 8.59):

$$\begin{aligned} k_m &= \frac{(d^2 + 13,6d + 26) \times 71700}{20} \\ k_m &= 3585 (d^2 + 13,6d + 26) \text{ N/mm} \end{aligned}$$

Da mesma forma, a rigidez do parafuso pode ser determinada como (equação 8.51):

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{206800\pi d^2}{4 \times 20} \\ k_p &= 80120,8d^2 \text{ N/mm} \end{aligned}$$

Cálculo das tensões médias e alternadas

Como se trata de um carregamento que levará à falha por fadiga, e dado um coeficiente de segurança de 40% ($n = 1,4$), podemos utilizar a equação 8.90. Sabendo que a tensão de ruptura de um parafuso classe 8.8 é $S_r = 827 \text{ MPa}$, podemos determinar a resistência a fadiga aplicando os modificadores mostrados anteriormente no texto, de tal forma que:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{S_r}{2} \times k_a \times k_b \times k_c \times k_d \times k_e \\ S_n &= \frac{827}{2} \times 0,55 \times 0,85 \times 0,814 \times 1 \times 0,33 \\ S_n &= 55,9 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Dado o carregamento calculado, a carga média e alternada serão dadas pelas equações 8.84 por:

$$\begin{aligned} F_m &= F_i + \frac{k_p}{k_p + k_m} (596,3 + 2577,7) & F_a &= \frac{1}{2} \frac{k_p}{k_p + k_m} (2577,7 - 596,3) \\ F_m &= F_i + 3174 \frac{k_p}{k_p + k_m} & F_a &= 990,7 \frac{k_p}{k_p + k_m} \end{aligned}$$

Admitindo que:

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_t} \quad \text{e} \quad \sigma_m = \frac{F_m}{A_t}$$

da aplicação da equação 8.90, teremos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1,4} &= \frac{\sigma_a}{55,9} + \frac{\sigma_m}{827} \\ 0,71 &= \frac{F_a}{55,9 A_t} + \frac{F_m}{827 A_t} \\ 0,71 A_t &= \frac{F_a}{55,9} + \frac{F_m}{827} \end{aligned}$$

Trata-se de uma equação polinomial de segunda ordem que deve ser resolvida, chegando-se a dois valores de resultado: $d_1 = -9.31$ mm e $d_2 = 8,55$ mm.

Se descrevermos o resultado para dois parafusos M8, teremos os valores calculados dados pela tabela 8.4.

Tabela 8.4: Variáveis do problema para um parafuso M8 Classe 8.8

Variável	Valor
Tensão de ruptura (S_r)	827 MPa
Tensão limite de fadiga (S_n)	51,9 MPa
Área da seção trans. do parafuso (A_t)	50,265 mm ²
Pré carga (F_i)	22 kN
Torque de aperto (T)	35,3 Nm
Área da peças (Juvenall) ($A - m$)	198,8 mm ²
Rigidez das peças (k_m)	7,1 x 10 ⁵ N/mm
Rigidez do parafuso (k_p)	2,09 x 10 ⁶ N/mm
Força alternante (F_a)	737,8 N
Força média (F_m)	23,3 kN
Tensão alternante no parafuso (σ_a)	14,6 MPa
Tensão média no parafuso (σ_m)	463,0 MPa
Coefficiente de segurança (n)	1,19

Se adotarmos a próxima medida padronizada, ou seja, parafusos M10, os valores da manga passam a ser os dados pela tabela 8.5.

Tabela 8.5: Variáveis do problema para um parafuso M10 Classe 8.8

Variável	Valor
Tensão de ruptura (S_r)	827 MPa
Tensão limite de fadiga (S_n)	51,9 MPa
Área da seção trans. do parafuso (A_t)	78,54 mm ²
Pré carga (F_i)	34,52 kN
Torque de aperto (T)	69 Nm
Área da peças (Juvenall) ($A - m$)	262 mm ²
Rigidez das peças (k_m)	9,4 x 10 ⁵ N/mm
Rigidez do parafuso (k_p)	3,25 x 10 ⁶ N/mm
Força alternante (F_a)	768,492 N
Força média (F_m)	35,75 kN
Tensão alternante no parafuso (σ_a)	9,8 MPa
Tensão média no parafuso (σ_m)	455,1 MPa
Coefficiente de segurança (n)	1,35

Se agora imaginarmos no efeito de cisalhamento dos parafusos, podemos admitir que a carga é uniformemente distribuída, e utilizando a equação 10.113, teremos que a tensão cisalhante máxima em cada parafuso será:

$$\tau_c = \frac{P}{4A_p}$$

$$\tau_c = \frac{1340}{4A_p}$$

Admitindo um parafuso classe 8.8, e um coeficiente para cada parafuso de 40%, teremos:

$$\begin{aligned}
 \tau_c n &= \frac{S_p}{2} \\
 \frac{1340}{4A_p} \times 1,4 &= \frac{586}{2} \\
 A_p &= \frac{1340 \times 1,4}{2 \times 586} \\
 A_p &= 1,6 \text{ mm}^2
 \end{aligned} \tag{8.103}$$

Assim, dada uma seção circular, o diâmetro de cada parafuso deve ser de:

$$\begin{aligned}
 d &= \sqrt{\frac{4A_p}{\pi}} \\
 d &= 1,43 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{8.104}$$

Isto demonstra que o efeito de cisalhamento tem um efeito muito pequeno no exemplo proposto.

8.11 Normas

Algumas normas referentes a parafusos:

DIN 13 - Roscas métricas de 0,3 a 68 mm de diâmetro nominal.

DIN 202 - Abreviações e nomenclatura de roscas.

DIN 244 - Rosca fina métrica com passo de 6mm.

DIN 245 - Rosca fina métrica com passo de 4mm.

DIN 246 - Rosca fina métrica com passo de 3mm.

DIN 247 - Rosca fina métrica com passo de 2mm.

DIN 516 - Rosca fina métrica com passo de 1,5mm.

DIN 517 - Rosca fina métrica com passo de 1mm.

DIN 518 - Rosca fina métrica com passo de 0,75mm.

DIN 519 - Rosca fina métrica com passo de 0,5mm.

DIN 520 - Rosca fina métrica com passo de 0,35mm.

DIN 11 - Rosca Whitworth.

DIN 103 - Rosca trapezoidal.

DIN 378 - Rosca trapezoidal fina.

DIN 405 - Rosca redonda.

DIN 513 - Rosca em dente de serra.

DIN 514 - Rosca em dente de serra fina.

DIN 69 - Furos passantes.

DIN 75 - Rebaixos para parafusos.

8.12 Exercícios propostos

1. Deseja-se fazer um elevador para automóveis como mostrado na figura 8.49, cuja carga máxima total é de 4.500 kg. Sabendo que há disponível um motor com sistema de redução que fornece um torque na saída de 110 Nm, dimensione um fuso de rosca trapezoidal para ser utilizado nesta operação, admitindo que o coeficiente de atrito é de 0,12. Verifique os dados padronizados na tabela D.2 do anexo D. (Sugestão de resolução: atribua um valor inicial de diâmetro nominal na faixa de 40 a 50 mm).



Figura 8.49: Elevador para o problema 1 e 2.

2. Para o elevador dimensionado no exercício anterior, considerando que se trata de rosca trapezoidal, qual seria o mínimo coeficiente de atrito necessário para que o sistema fosse de auto retenção. Avalie o torque necessário para este novo coeficiente de atrito.

3. De acordo com a figura 8.50, deve-se desenvolver um sistema de parafuso de potência (A) que posicione um cabeçote de usinagem (B) apoiado também em uma guia (C). Para o caso o coeficiente de atrito de 0,04 calcule o torque necessário para movimentar a ferramenta sabendo que na sua ponta há uma força de resistência da ordem de 5 kN. Para esta aplicação, recomenda-se um passo de 3 mm e um diâmetro de 22 mm. Adote uma rosca trapezoidal de passo fino(D.4 do anexo K).

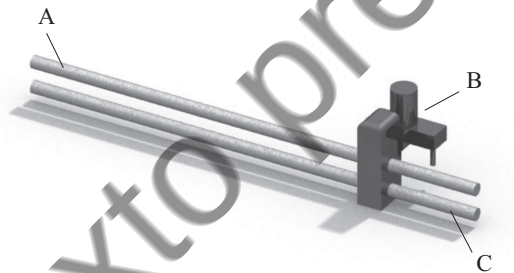


Figura 8.50: Máquina para o exercício 3.

4. Deve-se avaliar a pré-carga para cada parafuso da união parafusada que sujeita a peça mostrada na figura 8.51. Trata-se de uma tampa de inspeção de um reservatório pressurizado, cuja área projetada no plano da parede é de $0,0078 \text{ m}^2$. Sabe-se que esta é sujeitada por seis parafusos M10 classe 8.8 (conforme desenho), dado que a parede é de aço inox ($E = 180 \text{ GPa}$) com uma espessura (e_2) de 25,4 mm e a tampa é de aço carbono ($E = 207 \text{ GPa}$), com uma espessura (e_1) de 20 mm. O carregamento no reservatório varia entre 1 ATM e 1,2 ATM durante o ciclo ($1 \text{ ATM} \cong 101,3 \text{ kPa}$) e o coeficiente de segurança deve ser igual a 4.(Adote $K_a = 0,78$ e $K_b = 0,85$).

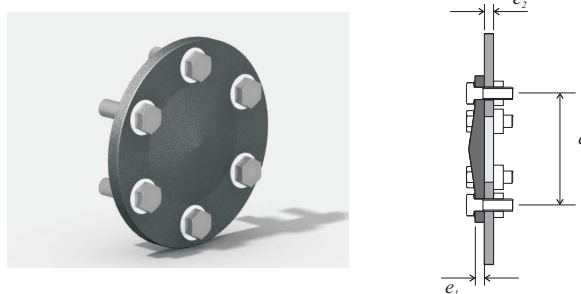


Figura 8.51: Peça para o exercício 4 e 5.

5. Determine qual o torque de aperto para os parafusos do exercício 4.
6. Um parafuso classe 8.8 com rosca normatizada M14, recebe uma pre-carga de 75 % da sua resistência de prova para unir uma junta de 90 mm de espessura feita de aço. Qual o coeficiente de segurança de trabalho sabendo que a carga de trabalho é de 20 kN? Calcule também a carga crítica.
7. A partir do exercício 6, determine qual o coeficiente de segurança se o carregamento variar entre 16 kN e 30 kN?
8. A figura 8.52 apresenta um pórtico para ser montado sobre uma auto estrada. Em função do regime de ventos, a força máxima sobre as placas (F) é de 10 kN, que pode ser considerada aplicada sobre o centro da mesma. Admitindo que apenas o efeito de momento fletor sobre a junta, determine a quantidade, dimensões, e torque de aperto dos parafusos no ponto A que farão a fixação do pórtico no solo para um coeficiente de segurança igual a 4. Admita que a mesma junta será utilizada no ponto B e que o comprimento l é igual a 5,0 m.

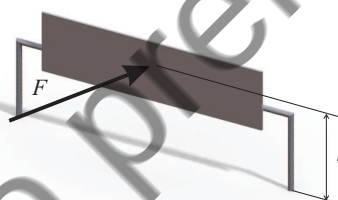


Figura 8.52: Pórtico para o exercício 8.

9. Para um coeficiente de segurança de 3, deve-se calcular uma união parafusada com 14 mm de espessura que suportará uma carga de 22 kN de tração. Admitindo parafusos da classe 5.8, qual o diâmetro necessário para que se possa utilizar 3 parafusos? Qual o torque de aperto necessário?
10. Uma chapa de alumínio de 12,3 mm de espessura é parafusada a uma de aço de 8 mm de espessura. Esta união é mantida por meio de 2 parafusos da classe 8.8 que dividem por igual a carga variável de 20 kN a 28 kN. Determine qual o torque de aperto para um coeficiente de segurança igual a 2.
11. Uma mão francesa como mostrada na figura 8.53 deve ser montada em uma chapa de aço para suportar uma carga de 5 kN no ponto A. Determine o parafuso necessário da classe 8.8 para ser colocado no ponto B, sabendo que a chapa e a mão francesa tem ambas a espessura de 4,5 mm. Adote um coeficiente de segurança igual a 2 e carregamento estático.

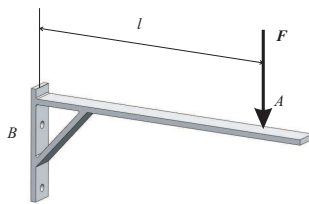


Figura 8.53: Peça para o exercício 11.

12. Um fuso com rosca trapezoidal DIN 103 sem colar conta com diâmetro nominal de 36 mm. Sabendo-se que o atrito entre as partes é da ordem de 20% acima da condição de auto-travamento, determine qual o menor torque necessário para baixar uma carga de 50 kN a velocidade constante?
13. Um fuso de diâmetro de 40 mm de rosca trapezoidal normalizada com passo de 7 mm e entrada única deve ser utilizado para suspender uma carga F , sabendo que a rosca tem a condição mínima necessária para auto travamento, determine qual a maior carga possível de ser elevada, sabendo que o torque disponível é de 120 Nm.
14. Uma tampa de inspeção de alumínio com 12 mm de espessura é montada em um tanque em aço inox de 10 mm de espessura. A união entre as duas peças é feita por meio de 6 parafusos normalizados M10X1 classe 8.8, e a pressão sobre a tampa exerce uma força na mesma de 100 kN quando o tanque está cheio e 0,2 kN quando o tanque está vazio. Entre as duas peças existe uma junta de vedação de 4 mm de espessura, de papel hidráulico de forma a não permitir o vazamento de fluido. Desconsiderando os efeitos de esmagamento da junta de vedação, e de temperatura, pergunta-se, qual o torque de aperto dos parafusos, admitindo que todos absorvem parcela igual da carga do tanque. Admitir $K_a = 0,78$ e $K_e = 1/3$, desconsiderando os efeitos de temperatura e de confiabilidade. (Dado: $E = 7$ GPa para papel hidráulico).
15. Adicione um torque de 460 Nm, aplicados no centro da manga do exemplo 8.10 (página 247), admitindo que os parafusos no plano horizontal distam entre si 60 mm.

Molas

9.1 Introdução

Conforme Shigley [46], as molas são elementos mecânicos usados para diversos propósitos: exercer força, proporcionar flexibilidade, armazenar energia, manter peças em contato ou provocar deslocamentos, entre outros.

Wahl [52], define uma mola como um corpo elástico cuja função principal é defletir ou distorcer sob carga e recuperar a forma original quando o carregamento deixa de atuar. A maioria dos materiais são elásticos e poderão se defletir sob carga, mas nem todos são molas. Uma viga, por exemplo, sofre deflexão sob dado carregamento, mas no entanto não é considerada como uma mola, pois sua função é permanecer rígida.

Conforme Juvinall [29], as molas são usualmente, mas não necessariamente, feitas de metal. Os plásticos podem ser usados quando as cargas são leves em função do baixo limite de escoamento. Blocos de borracha também frequentemente tem funções de molas, como em amortecedores e coxins para isolar em vários tipos de máquinas (motores, por exemplo). As molas pneumáticas, por sua vez, tomam a vantagem da compressibilidade dos gases, sendo este o seu elemento elástico. Por outro lado, em aplicações de elevadas cargas e espaço reduzido (baixas deflexões), as molas hidráulicas tem-se mostrado eficientes, utilizando como princípio da sua operação a pouca compressibilidade dos líquidos.

9.2 Princípios e funções de molas

As molas podem ser consideradas como um tipo particular de armazenadores de energia mecânica. Além delas, insere-se nessa categoria, elementos de massa (pêndulos) e rodas livres (volantes), por exemplo.

Em princípio, os armazenadores de energia mecânica, constituem-se de peças móveis que recebem energia mecânica para manter ou modificar seu estado, quando um elemento de material adequado é acoplado às peças e o ambiente pode abranger diferentes estados de energia, ou pela variação da forma ou posição.

Sob tal princípio, as molas, de modo geral, podem ser classificadas conforme mostrado na figura 9.1. Nota-se três grupos principais: molas de corpos sólidos, de fluido e de gás. Ainda, com relação ao tipo de carregamento tem-se: molas de tração/compressão, de flexão e de torção.

Particularmente, nesse estudo, estaremos focados nas molas de corpos sólidos de tração/compressão e de torção, do tipo helicoidais.

Esforço de material	MOLAS					
	Molas de corpos sólidos				Molas de fluido de gás	
	Molas metálicas		Molas não metálicas		de fluido	de gás
Tração	Mola direita de tração		Mola anular		Mola de borracha	
Compressão	de compressão				só para compressão	
Flexão	Molas de flexão direita	Molas de flexão helicoidal	Molas de flexão em forma de disco	Mola direita de flexão de plástico	Molas especiais	
	Mola laminar	Espiral	Torção		Mola de membrana	Tira bimetálica
Torção	Barra de Torção	Molas helicoidais de compressão	Cilíndricas de tração	Mola de torção em forma de disco	Molas em forma de cone	
					Parabólicas	barril cintura

Figura 9.1: Classificação geral de molas.

Um enfoque em maiores detalhes das funções de molas pode ser estabelecido como segue:

- **Armazenar energia:** para armazenar energia sem picos elevados de carga, a mola deve defletir de uma quantidade considerável. Como exemplo, tem-se pêndulos de relógios, carrinhos de fricção, a mola helicoidal em suspensão de automóvel, que absorve a energia de impacto quando o carro trafega em buracos, entre outros;
- **Aplicar força ou torques definidos:** uma mola de válvula em um motor de combustão interna fornece uma força necessária para manter o seguidor da válvula pressionado contra o came. Lapiseiras contém molas que mantêm o grafite preso no lugar;
- **Isolar vibração:** usado para suportar massas em movimento ou em vibração para eliminar ou reduzir esse efeito, como por exemplo quando utilizado em compressores de refrigeradores, ou ainda em carros, no coxim do motor e nos assentos, aumentando o conforto;
- **Indicar ou controlar carga:** a deflexão da mola sob carregamento pode ser transformada através de mecanismos apropriados para indicar a quantidade de carga ou torque sendo aplicado, como no caso de balanças;
- **Compensação de desgaste:** usadas para garantir o posicionamento relativo entre elementos como em freios (estudados no capítulo 6) e nas escovas de motores elétricos;
- **Proporcionar flexibilidade:** em sistemas como peneiras, transportadores, selecionadores de grãos, suspensões de carros, entre outros, onde a vibração se faz necessária para a função principal do equipamento;
- **Mancais:** as molas (laminares) podem ser usadas como mancais, para pequenos deslocamentos, como nas suspensões de caminhões.

9.3 Materiais para molas

Face ao seu uso e principalmente às suas características de deformação, existe um número limitado de materiais utilizados na confecção de mola. O material para construção de molas deve contar com elevada resistência à tração, alto limite de escoamento e um baixo módulo de

elasticidade, de forma a possibilitar um maior armazenamento de energia. Alguns tipos de aços utilizados na indústria são listados na tabela 9.1, extraídos de [36].

Tabela 9.1: Aços utilizados na construção de molas.

SAE (ASTM)	Material	Descrição
1056 (A227)	Fio repuxado a frio	O mais barato de todos, não indicado para situações de impacto ou carga de fadiga.
1085 (A228)	Fio musical	Para molas de pequenas espiras e com boa resistência a tração.
1065 (A229)	Fio revenido em óleo	Adequado para carregamento estático e de baixo custo.
1070 (A230)	Fio revenido em óleo	Adequado para carga de fadiga.
6150 (A232)	Cromo vanádio	Liga mais popular no mercado, boa para choque, impacto e boa resposta a fadiga.
30302 (A313)	Aço inoxidável	Adequado para carregamento de fadiga
9254 (A401)	Cromo de silício	Adequado para carregamento de fadiga e altas temperaturas.
CA-260 (B134)	Latão de mola	Baixa resistência mecânica mas boa resistência à corrosão.

A tabela 9.2 mostra a relação dos diâmetros comercialmente mais comuns para alguns materiais listados na tabela 9.1.

Tabela 9.2: Diâmetros típicos para barras para construção de molas.

SAE (ASTM)	Diâmetros comerciais [mm]
1056 (A227)	1,1 - 16
1085 (A228)	0,3 - 7,0
1065 (A229)	0,7 - 16
6150 (A232)	1,2 - 12
9254 (A401)	2,0 - 10

As normas DIN 2095 e DIN 2098 padronizam as molas com diâmetro do fio de até 10 mm por moldagem a frio. Para diâmetros de 10 a 17 mm, a moldagem pode ser a frio ou a quente, em conformidade com as normas DIN 2095 2096. Para diâmetros superiores a 17 mm, a norma DIN 2096 estabelece que a conformação das molas se faça a quente [?].

Resistência à tração

Geralmente no caso de molas a seção transversal do material é bem pequena, muito diferente por exemplo da seção de um corpo de prova de ensaio de tração. Assim, a resistência do material se assemelha a resistência teórica da ligação entre seus átomos, e o ensaio de tração passa a não ser mais válido para este tipo de aplicação. Isto faz com que tenhamos uma elevação da resistência do material em função da sua espessura. Como a forma de construir barras finas é o estiramento a frio, o material encrua, dando-lhe maior resistência mecânica, muito embora diminua sua ductilidade.

A figura 9.2 mostra uma série de testes feitos pela *Associated Springs, Barnes Group Inc.* relacionando a espessura do fio com a sua resistência a tração.

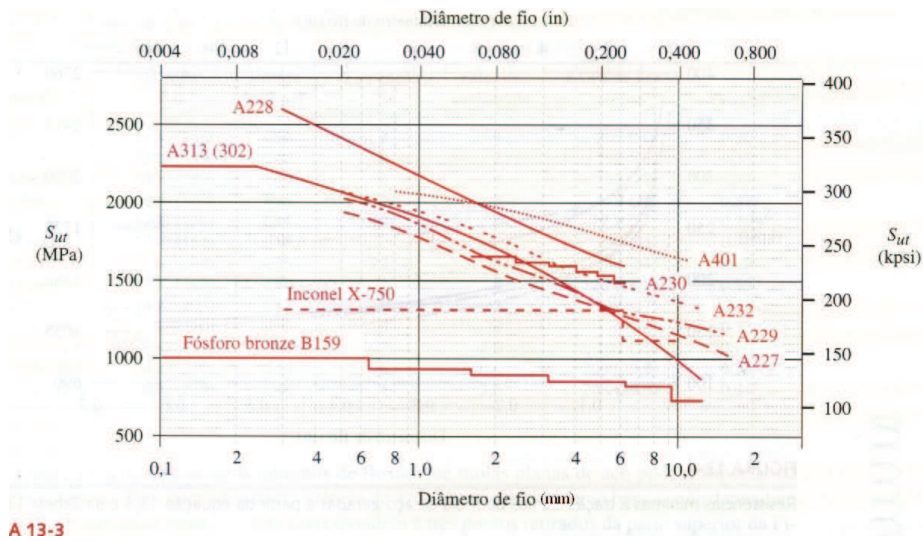


Figura 9.2: Resistência à tração × espessura do fio.(Fonte: [36])

Da figura 9.2, pode-se estabelecer uma relação entre a espessura do fio e a sua resistência para alguns materiais, dado pela equação 9.1, para A e b coeficientes fornecidos pela tabela 9.3, d o diâmetro do fio em mm e σ_r o valor de resistência a tração do material em MPa .

$$\sigma_r \cong A.d^b \tag{9.1}$$

Tabela 9.3: Coeficientes da equação 9.1 para os materiais, dado o diâmetro em mm e a tensão em MPa .

SAE (ASTM)	Expoente b	Coeficiente A
1056 (A227)	-0,1822	1.753,3
1085 (A228)	-0,1625	2.153,5
1065 (A229)	-0,1833	1.831,2
6150 (A232)	-0,1453	1.909,9
9254 (A401)	-0,0934	2.059,2

Resistência ao cisalhamento

Norton [36] comenta que empiricamente a resistência ao cisalhamento (τ_r) para materiais utilizados na construção fica em torno de 67% do valor de sua resistência à tração, assim, ele recomenda o uso da equação:

$$\tau_r \cong 0,67\sigma_r \tag{9.2}$$

O mesmo autor recomenda valores empíricos para determinação da tensão de escoamento por cisalhamento das molas, também a partir do limite de resistência à tração, ou seja:

$$\tau_e \cong N_\sigma\sigma_r \tag{9.3}$$

Valores de N_σ são dados pela tabela 9.4 considerando o alívio ou não das tensões residuais.

Tabela 9.4: Valores da constante N_σ para avaliação da tensão de escoamento em molas.

Material	valor de N_σ	
	Sem alívio	Com alívio
A227, A228	0,45	0,60 - 0,70
A229, A230, A232, A401	0,50	0,65 - 0,75
A313	0,35	0,55 - 0,65
Ligas não ferrosas	0,35	0,55 - 0,65

9.4 Características mecânicas das molas - exemplo

As molas são elementos elásticos que operam dentro do limite elástico do material. Sua operação, em função da carga e deflexão pode ser de três tipos principais, conforme a figura 9.3.

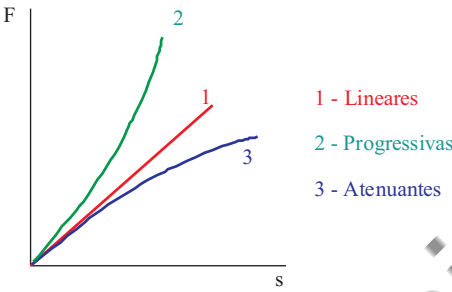


Figura 9.3: Curvas características de molas.

As características das molas, conforme a figura 9.3, dependem da forma geométrica e da conexão com o sistema de carregamento. A figura 9.4 a seguir mostra exemplos de molas com características progressivas. Neste caso, as molas helicoidais possuem um aumento linear extra da força com a deformação devido à variações no passo, na forma, nas dimensões/rigidez e na forma de operação (restrições).

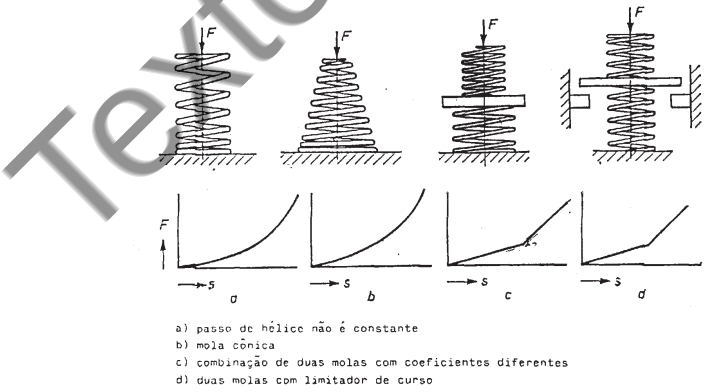


Figura 9.4: Exemplos de molas progressivas.

A figura 9.5 mostra exemplos de molas com características não lineares.

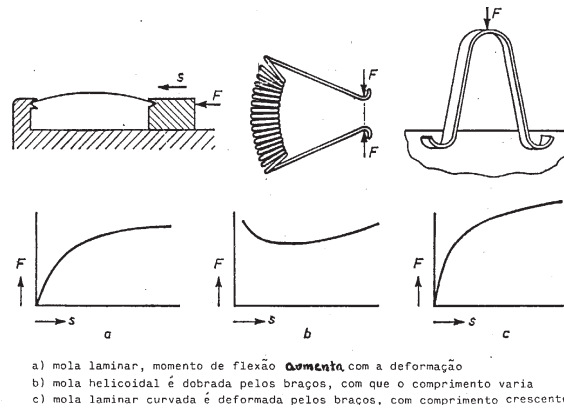


Figura 9.5: Exemplos de molas não lineares.

A figura 9.6 apresenta uma mola do tipo prato ou mola de Belleville e suas principais características.

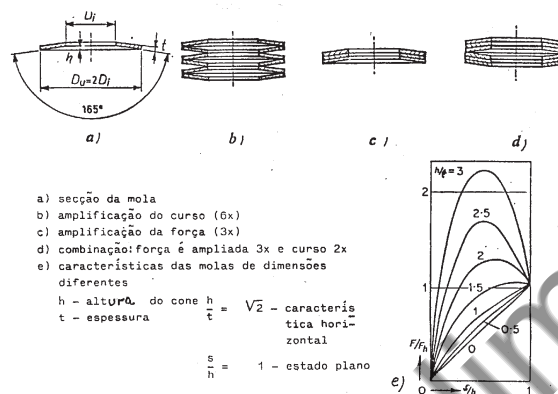


Figura 9.6: Exemplo e características de molas Belleville.

9.5 Elementos elásticos - principais características

Quando se deseja máxima eficiência dos elementos elásticos, ou seja, máximo trabalho para mínima massa por exemplo, deve-se, para uma dada força, proporcionar maior deflexão do elementos, conforme pode ser observado na figura 9.7.

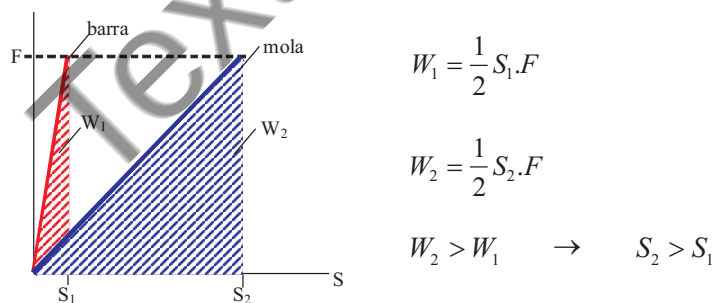


Figura 9.7: Trabalho realizado em diferentes configurações de elementos elásticos.

Nota-se que devido ao pequeno deslocamento proporcionado por uma barra, por exemplo, de material dúctil, ter-se-á um pequeno trabalho realizado pelo elemento elástico e consequentemente um baixo armazenamento de energia potencial. Para compensar isto, essa barra deveria

ser muito longa o que inviabilizaria, muito provavelmente, a configuração física do sistema. Assim, de acordo com a figura 9.7, as molas deverão proporcionar grandes deflexões para absorver maior quantidade de energia ou realizar trabalho e visando satisfazer esse requisito, o que torna o enrolamento dos elementos de mola necessário. Desta maneira estamos aumentando o comprimento efetivo da mola. Além disso, a mola está sob cisalhamento e torção, e não sob tração, como a barra.

9.6 Carregamento em molas helicoidais

Considere uma espira de uma dada mola helicoidal sujeita a uma carga de compressão F , conforme indicado na figura 9.8.

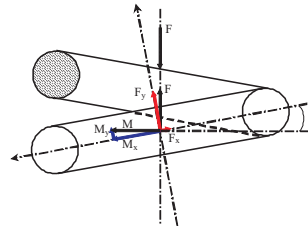


Figura 9.8: Forças atuantes na mola.

Quando a mola é carregada axialmente por uma força F , em uma dada seção normal ao eixo do fio, existe um momento $M = F(D/2)$, o qual atua num plano perpendicular ao eixo da mola. As componentes tangencial e normal da força e do momento são dadas como:

$$F_x = F.\text{sen}(\alpha) \quad F_y = F.\text{cos}(\alpha) \quad (9.4)$$

e

$$M_x = M.\text{cos}(\alpha) \quad M_y = M.\text{sen}(\alpha) \quad (9.5)$$

Uma vez que para grande parte das molas usuais, os ângulos de hélice α são pequenos (entre 9 e 6 graus), assume-se, para o cálculo das tensões, que $\alpha = 0$. Desta forma, despreza-se as cargas M_y e F_x , e para as cargas M_x e F_y adota-se a seguinte nomenclatura e representação (Figura 9.9):

Figura 9.9: Representação de cargas atuantes na mola.

De acordo com a Figura 9.9, a carga F tende a cisalhar o fio e a carga T tende a torcê-lo, gerando tensões de cisalhamento devido a força cortante e devido a torção.

9.7 Tensões em molas helicoidais

A figura 9.10 mostra uma mola helicoidal de compressão, de fio de seção circular, carregada por uma força axial F , onde pode se definir D como o diâmetro médio da mola e d como o diâmetro do fio.

Agora imagine que a mola seja cortada em algum ponto e que o efeito da parte removida seja substituído pelas forças internas. Assim, como mostra a figura 9.10, a parte removida deverá exercer uma força cortante F e uma torção T , para manter o equilíbrio, de forma semelhante ao que se utiliza quando se analisa os esforços em mecânica dos sólidos.

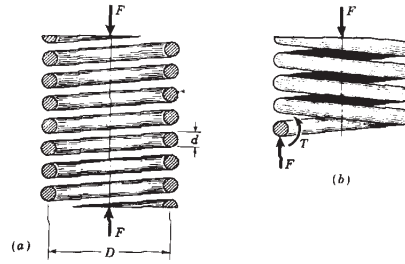


Figura 9.10: Mola helicoidal sob compressão.

De acordo com a figura 9.10, as tensões cisalhantes geradas por F e T para uma seção circular maciça são:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad \tau = \frac{T \cdot r}{J} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (9.6)$$

A combinação dessas tensões mostra que na parte interna da mola as tensões se adicionam, enquanto que na parte externa, devido ao torque, ocorrem tensões de sinais diversos, conforme mostrado na Figura 9.11.

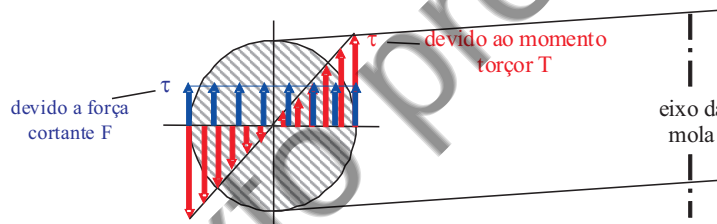


Figura 9.11: Superposição das tensões de cisalhamento.

Vamos agora analisar o efeito de cada carregamento isoladamente, começando pela tensão gerada pelo torque no fio da mola.

Tensões devido ao momento torçor

Para estabelecer as tensões devido à torção, considerando as características da mola, é necessário levar em conta algumas premissas básicas como:

- o material é homogêneo;
- uma seção plana do material, perpendicular ao eixo de um membro circular, permanece plana após a aplicação dos torques, isto é, não ocorre empenamento ou distorção da seção, como mostrado na figura 9.12;

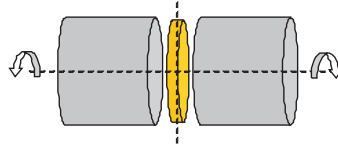


Figura 9.12: Hipóteses das seções paralelas.

- as deformações angulares variam linearmente na direção radial.

A partir das premissas anteriores, admite-se que a tensão de cisalhamento devido a torção é proporcional à deformação e se mantém linear ao longo do eixo do elemento, conforme mostrado na figura 9.13.

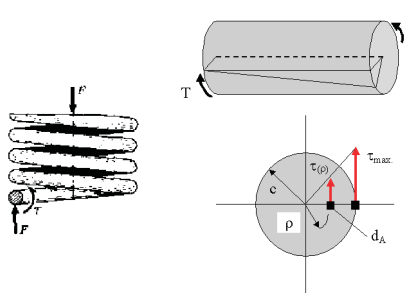


Figura 9.13: Tensões devido à torção.

De acordo com a figura 9.13, considerando um elemento de área dA , a força ($dF = \tau \cdot dA$) que age nesse elemento é dada por:

$$dF = \tau_{(\rho)} \cdot dA = \frac{\rho}{c} \cdot \tau_{max} \cdot dA \quad (9.7)$$

Sendo ρ a posição na direção radial e c o raio do fio da mola. Assim, a parcela de torque (dT) transmitida por esta parcela de força será:

$$dT = \rho \cdot dF = \frac{\rho}{c} \cdot \tau_{max} \cdot dA \cdot \rho = \frac{\rho^2}{c} \cdot \tau_{max} \cdot dA \quad (9.8)$$

E integrando a equação 9.8 teremos o torque total, dado por:

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} \cdot \int \rho^2 dA \quad (9.9)$$

Observe que a integral da expressão 9.9 é na verdade o momento polar de inércia (J), e assim, a tensão cisalhante máxima devido à torção será dada por:

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot r}{J} \quad (9.10)$$

Dado que $c = r$, que é o raio da seção circular do elemento. Agora, sabendo que:

$$T = \frac{F \cdot D}{2} \quad J = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \quad (9.11)$$

Então, a tensão máxima de cisalhamento, correspondente à torção, sem considerar os efeitos da curvatura da mola, será a equação 9.10, substituindo nela os valores das equações 9.11, o que fornece:

$$\tau_{max} = \frac{8.F.D}{\pi.d^3} \quad (9.12)$$

Para F a carga aplicada sobre a mola; D o diâmetro médio da mola e d o diâmetro do fio da mola.

Tensões devido à força cortante

Para estabelecer as tensões devido à força cortante, considere a figura 9.14:

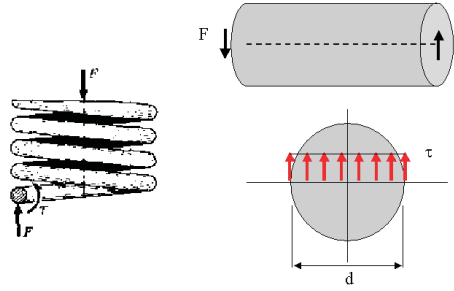


Figura 9.14: Tensões devido à força cortante.

Assim a tensão cisalhante, que é constante, será:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (9.13)$$

Sabendo que, $A = \pi.d^2/4$, e substituindo este valor na equação 9.13, a tensão cisalhante máxima devido ao esforço cortante será:

$$\tau = \frac{4F}{\pi.d^2} \quad (9.14)$$

Para F a carga aplicada sobre a mola e d o seu diâmetro do fio.

Das equações anteriores (eq.9.12 e eq. 9.14), considerando-se os efeitos combinados de torção e cisalhamento obtém-se a seguinte expressão para as tensões na mola, sem considerar os efeitos da curvatura:

$$\tau_{max} = \frac{8.F.D}{\pi.d^3} + \frac{4F}{\pi.d^2} \quad (9.15)$$

Definindo-se $C = D/d$, como o **índice de curvatura da mola**¹, que é uma medida da curvatura da espira, obtém-se a seguinte expressão para as tensões cisalhantes na mola a partir da equação 9.15:

$$\tau_{max} = \frac{8.F.D}{\pi.d^3} \left(1 + \frac{0,5}{C} \right) \quad (9.16)$$

Essa expressão estabelece a tensão cisalhante máxima na parte interna da mola sem considerar o efeito da curvatura da mola nem o acréscimo na tensão de cisalhamento devido ao efeito da força cortante. O fator entre parênteses é definido como fator multiplicativo da tensão cisalhante. Assim, omitindo-se o sub-índice *max*, a tensão cisalhante máxima pode ser escrita por:

$$\tau = K_s \frac{8.F.D}{\pi.d^3} \quad (9.17)$$

¹Recomenda-se que este índice tenha valor entre 4 e 12. Para valores menores que 4, a mola é de difícil construção e para valores maiores que 12 há problemas sérios de estabilidade.

O efeito da força cortante se deve ao fato de que as tensões cisalhante devido a força cortante apresentam diferentes valores na seção do elemento. Seu valor máximo ocorre no eixo neutro da seção, conforme mostrado na figura 9.15, e vale $1,33.(F/A)$.²

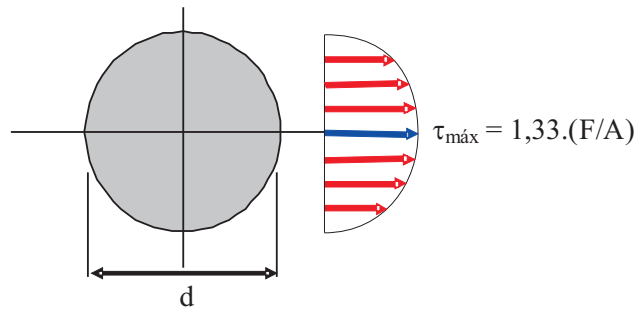


Figura 9.15: Efeito da força cortante.

Substituindo esse valor na equação da tensão cisalhante (eq. 9.15) obtém-se:

$$\tau_{max} = \frac{8.F.D}{\pi.d^3} + 1,33.\frac{4F}{\pi.d^2} \quad (9.18)$$

Da mesma forma, a equação 9.16 passa a ser reescrita como:

$$\tau_{max} = \frac{8.F.D}{\pi.d^3} \left(1 + \frac{0,666}{C} \right) \quad (9.19)$$

Em geral, para carregamento estático, após ocorrer um certo escoamento nas bordas internas do fio da mola, as tensões estarão mais uniformemente distribuídas de modo que o fator 1,33 devido ao efeito da força cortante é frequentemente omitido.

Para aplicações sob **carregamento estático em temperaturas elevadas** assume-se algumas vezes que as tensões estarão suficientemente redistribuídas de modo que as tensões podem ser calculadas sem correção, ou seja:

$$\tau = \frac{8.F.D}{\pi.d^3} \quad (9.20)$$

Efeito da curvatura

O efeito da curvatura foi primeiramente estudado por Wahl [52], para o qual estabeleceu um fator de correção conforme dado a seguir:

$$K_w = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C} \quad (9.21)$$

Conforme se observa inclui-se no fator de Wahl o efeito da força cortante, presente também na equação 9.19. A teoria para deduzir o fator de Wahl é um tanto complexa, mas o efeito da curvatura pode ser observado pelas considerações a seguir. Seja uma barra reta submetida à torção, conforme mostrado na Figura 9.16.

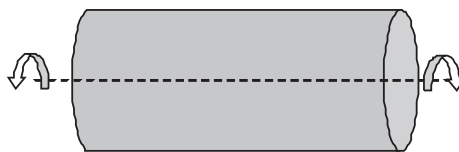


Figura 9.16: Barra reta submetida a torção.

²Esta dedução pode ser retirada de livros de resistência dos materiais, sendo uma boa referência a obra: POPOV, Egor P. **Introdução a mecânica dos sólidos**. São Paulo: Edgard Blücher. 1978.

Tomando-se um elemento infinitesimal dessa barra, verifica-se as seguintes condições, como mostrado na figura 9.17, quando igualamos o termo da esquerda, referente ao arco, ao termo da direita, referente a respectiva corda:

$$d\alpha \cdot \frac{d}{2} \approx \gamma \cdot dx \quad (9.22)$$

$$d\alpha = \frac{2 \cdot \gamma \cdot dx}{d} \quad (9.23)$$

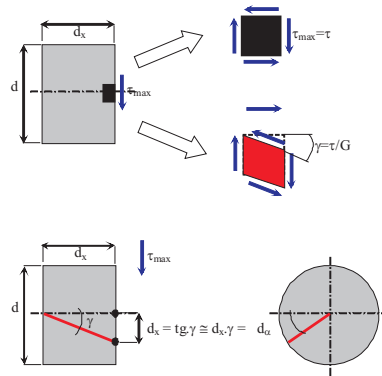


Figura 9.17: Elemento infinitesimal de tensão para a barra da figura 9.16.

Para um fio ou barra de comprimento L , considerando que $\tau = G \cdot \gamma$, tem-se:

$$\alpha = \int_0^L \frac{2 \cdot \gamma}{d} \cdot dx = \frac{2 \cdot \tau \cdot L}{d \cdot G} \quad (9.24)$$

o que leva a :

$$\tau = \frac{G \cdot \alpha \cdot d}{2 \cdot L} \quad (9.25)$$

Para α a deflexão angular entre as extremidades do fio, d o seu diâmetro e G o Módulo de Elasticidade Transversal.

De acordo com essa equação verifica-se que a **tensão de cisalhamento é inversamente proporcional ao comprimento** e a partir desta observação, constata-se o efeito da curvatura conforme mostrado na figura 9.18.

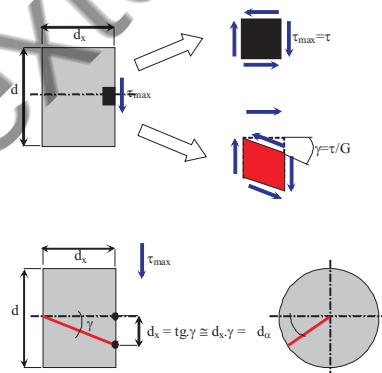


Figura 9.18: Efeito da curvatura.

Assim, considerando o efeito da curvatura e o efeito da força cortante, ambos contemplados pelo fator de Wahl, a tensão de cisalhamento na parte interna da mola é dada por:

$$\tau = K_w \cdot \frac{8.F.D}{\pi.d^3} \quad (9.26)$$

Para K_w , o fator de Wahl, dado pela equação 9.21.

Este efeito será mais pronunciado para molas com pequeno índice C , conforme pode ser visto no gráfico da figura 9.19, e o acréscimo na tensão devido ao efeito da curvatura é similar a um fator de concentração de tensões, visto que na equação 9.26 ele entra multiplicando o carregamento.

Quando o carregamento for estático o primeiro termo do fator de Wahl não deverá ser usado pois considera a curvatura e é essencialmente um fator de concentração de tensões. Além disso, também ocorre escoamento localizado nas bordas interiores do fio aliviando as tensões.

Em geral, segundo Juvinall [29], diante dos fatores anteriores, tem-se as seguintes recomendações para molas usuais onde $C > 3$:³

Para cargas estáticas:

$$K_s = 1 + \frac{0,5}{C} \quad \tau = K_s \cdot \frac{8.F.D}{\pi.d^3} = K_s \cdot \frac{8.F.C}{\pi.d^2} \quad (9.27)$$

Para carga variável ao longo do tempo:

$$K_w = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C} \quad \tau = K_w \cdot \frac{8.F.D}{\pi.d^3} = K_w \cdot \frac{8.F.C}{\pi.d^2} \quad (9.28)$$

Conforme Shigley [46], se o efeito da curvatura (1º termo do fator de Wahl) for usado com um redutor do limite de resistência a equação para o cálculo da tensão na mola será dada, mesmo diante de fadiga, pela equação 9.16.

Orientações de projeto considerando fatores de correção e índice de mola

Os valores de K_w , K_s , $K_w C$ e $K_s C$, conforme as equações anteriores são registrados num gráfico, mostrado na figura 9.19 a seguir, indicando as faixas preferidas de projeto de molas.

³Shigley [46] recomenda que para a maioria das molas helicoidais C situa-se entre 6 e 12.

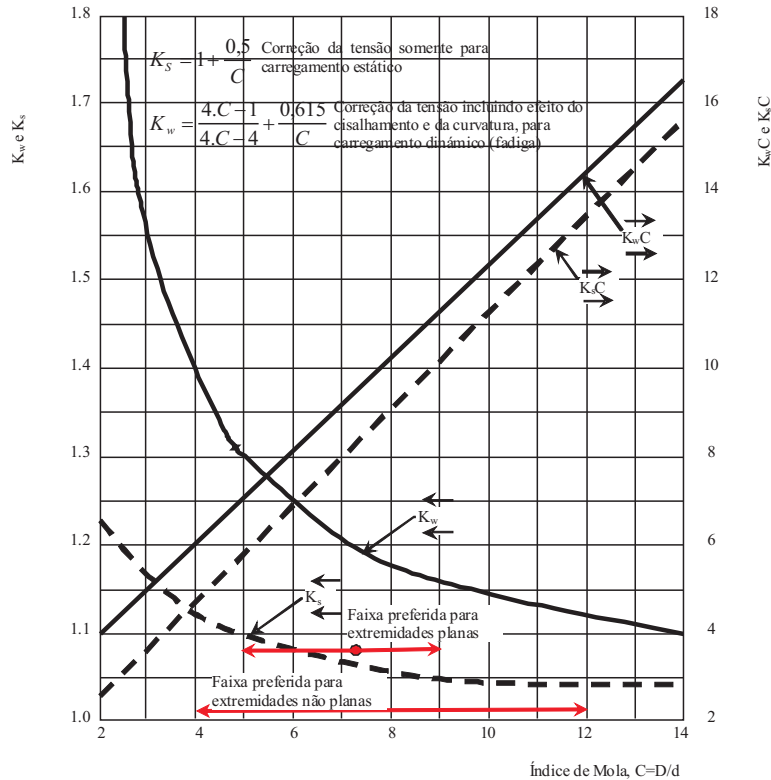


Figura 9.19: Coeficientes para projeto de molas.

9.8 Características de molas de compressão

Nesta seção abordaremos os dados característicos que fazem parte da definição de uma mola de compressão, sabendo que o diâmetro do fio é dado por d , o diâmetro externo da espira por D_o , o diâmetro interno D_i e o diâmetro médio D , para um número de espiras N_t com passo p .

Comprimento da mola

As molas sob compressão apresentam diferentes comprimentos em função das cargas ou a ausência delas sobre a peça. Basicamente temos 4 diferentes valores de comprimento, como mostrado na figura 9.20:

- Comprimento livre L_f : é o comprimento da mola sem qualquer tipo de carregamento sobre ela, ou seja, tal como saiu da linha de produção;
- Comprimento montado L_a : é o comprimento da mola após aplicada uma pré-carga de montagem, necessária para colocá-la no local de operação. A deflexão da ação da pré-carga é chamada de deflexão inicial e é dada por $y_{inicial}$;
- Comprimento mínimo de trabalho L_m : é o menor comprimento da mola em operação, determinado pela carga máxima a ser suportada por ela;
- Comprimento sólido ou fechado L_s : é o comprimento alcançado em uma situação limite, quando as espiras apoiam umas sobre as outras, fazendo como se a mola fosse um sólido. Este valor é dado por $L_s = d.N_t$

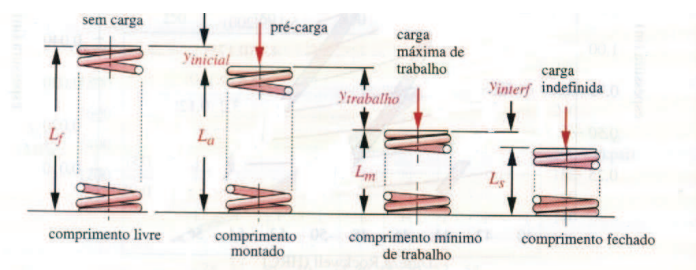


Figura 9.20: Comprimentos das molas de compressão (Fonte: [36]).

Espiras ativas

Existe uma diferenciação entre o número total de espiras (N_t) e o número total de espiras que participam da deflexão da mola. Para este último valor dá-se o nome de número de espiras ativas (N_a) que é diretamente ligado à forma como é feita a extremidade da mola, que podem ser do tipo:

- **Com extremidades simples**, sem acabamento, com a última volta com passo igual as demais. É a forma mais barata de fazer uma mola mas não garante um bom alinhamento na montagem. Neste caso $N_a = N_t$.
- **Com extremidades simples esmerilhadas**, onde é feito um acabamento no intuito de deixar a última volta da mola perpendicular ao eixo de deflexão da mesma. Isto melhora o assentamento da mola pois ela passa a ter extremidades paralelas entre si e $N_a = N_t - 1$.
- **Com a extremidade esquadrejada**, as últimas espiras são escoadas de forma a diminuir seu passo, de maneira a melhorar o assentamento da mola. Neste caso $N_a = N_t - 2$.
- **Com extremidade esquadrejada e esmerilhada**, apresenta a última espira com passo menor e esquadrejada, de forma que possibilite um ótimo assento da mola, da ordem de 330° . É também o processo mais caro de fabricação. Como no caso anterior, aqui também $N_a = N_t - 2$.

A figura 9.21 apresenta as formas possíveis de extremidades .

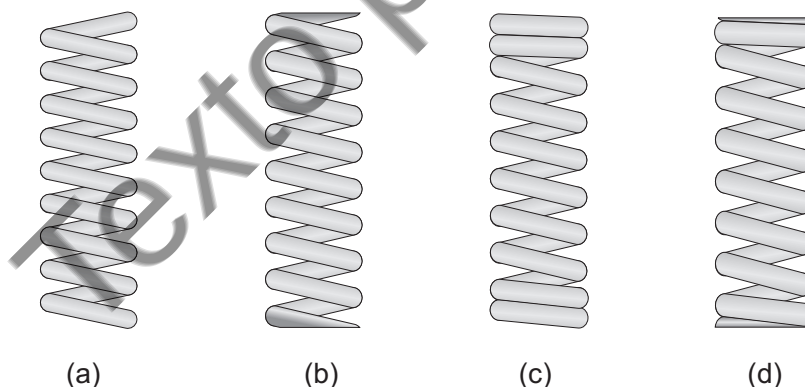


Figura 9.21: Tipos de extremidades das molas de compressão:(a)simples; (b) simples esmerilhadas; (c) esquadrejadas e (d) esquadrejada e esmerilhada.

Deflexão da mola

Um importante valor a ser calculado para as molas de compressão é sua deflexão. Este termo é utilizado por que embora a carga na mola seja axial, na direção do seu eixo central, os efeitos

do mesmo nas espiras é o de torção, ou seja, cada espira esta sob carga de torção durante sua deformação. Assim, o modelo utilizado é o de uma barra de torção enrolada. Para uma seção circular, a energia total de deformação pode ser dada por:

$$U = \frac{T^2 l}{2GJ} + \frac{F^2 l}{2AG} \quad (9.29)$$

Aplicando o Teorema de Castigliano, podemos determinar a deflexão da mola a partir de $y = \partial U / \partial F$ o que fornece:

$$y = \frac{8.F.D^3.N_a}{G.d^4} \quad (9.30)$$

Para F a força axial, D o diâmetro médio das espiras, d o diâmetro do fio, N_a o número de espiras ativas e G o Módulo de Cisalhamento do material.

Constante de mola

A constante de mola pode ser obtida a partir da equação 9.30 aplicada à lei de Hooke, fazendo a relação entre a força aplicada e a deflexão da mola, assim a constante de mola (k) pode ser dada como:

$$k = \frac{F}{y} = \frac{G.d^4}{8.D^3.N_a} \quad (9.31)$$

Esta constante para molas de compressão pode ser admitida como linear, pois o seu comportamento é assim em praticamente todo o intervalo de operação da mola, especificamente entre 15% a 85% de sua deflexão total [36]. Assim, recomenda-se que sua operação, ou seja, a diferença entre o comprimento montado (L_a) e mínimo de trabalho (L_m) acarrete em deformações dentro desta faixa.

Índice de esbeltez

O índice de esbeltez é um valor comumente utilizado na engenharia como uma forma de avaliar colunas com relação a sua estabilidade, ou seja, relacionado a problemas de flambagem. No caso de molas utilizaremos dois valores de referência, o primeiro dado pela equação 9.32, que relaciona o comprimento livre com a diâmetro médio, e a equação 9.33, que relaciona a deflexão de trabalho com o comprimento livre:

$$\frac{L_f}{D} \quad (9.32)$$

$$\frac{y}{L_f} \quad (9.33)$$

A figura 9.22 mostra a faixa de utilização recomendada para molas, relacionando o tamanho livre com o diâmetro médio e a deflexão com o comprimento livre, além da análise das extremidades das molas, em função principalmente da não colinearidade com o eixo de aplicação da carga.

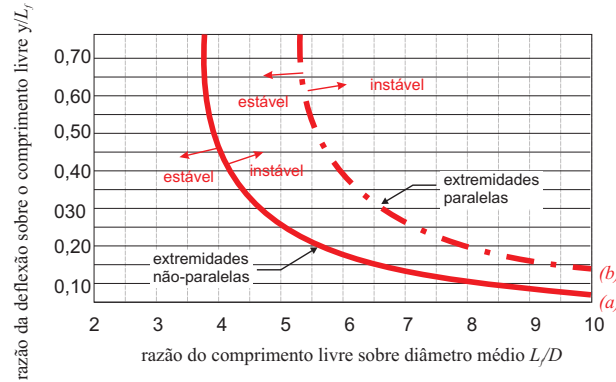


Figura 9.22: Curvas típicas de flambagem (Fonte: [36]).

Uma forma conservativa de admitir a estabilidade da mola é utilizar um valor de: $L_f/D \leq 4$.

Deflexão crítica

Outra forma de garantir a estabilidade de molas é a partir da definição da deflexão crítica como propõem Shigley [46]. Segundo o autor, as molas de compressão podem flambar quando se alcança a deflexão dada por:

$$y_{cr} = L_f C'_1 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{C'_2}{\lambda_{eff}^2}} \right] \quad (9.34)$$

Dado que a razão efetiva de esbeltez é dada pela equação:

$$\lambda_{eff} = \frac{\alpha L_f}{D} \quad (9.35)$$

A constante α por sua vez é dada de acordo com a tabela 9.5:

Tabela 9.5: Valores da constante α para análise de estabilidade uma mola de compressão

Extremidade	Constante α
Extremidades planas fixas	0,5
Uma extremidade plana e outra pivotada	0,71
Ambas extremidades pivotadas	1
Uma extremidade engastada e outra livre	2

As outras constantes na equação 9.34 são determinadas em função do material e são portanto constantes elásticas dadas por:

$$C'_1 = \frac{E}{2(E - G)} \quad C'_2 = \frac{2\pi^2(E - G)}{2G + E} \quad (9.36)$$

Assim, substituindo os valores de 9.36 na equação 9.34, a estabilidade absoluta ocorrerá quando:

$$L_f < \frac{\pi D}{\alpha} \sqrt{\frac{2(E - G)}{2G + E}} \quad (9.37)$$

Tensões residuais

O processo de fabricação de uma mola, ou seja a curvatura da barra em forma de hélice, acaba por inserir na peça final uma série de tensões residuais, que podem ser retirados a partir de tratamento de recozimento. Existem também alguns tratamentos que introduzem tensões residuais benéficas, que aumentam a capacidade de uma mola, como o **Ajuste** que é a compressão total da mola até que o material comece a escoar, perdendo assim parte do seu comprimento livre. Este tipo de tratamento é indicado para carregamentos estáticos. Outra maneira de incluir tensões residuais benéficas é o **Jateamento por esferas**, que é indicado para carregamentos cíclicos.

9.9 Dimensionamento de molas helicoidais de compressão

Dimensionar uma mola, como visto no projeto de eixos é um processo iterativo, que parte de requisitos básicos como diâmetro externo, comprimento mínimo, ou valor de deflexão máxima. Como o diâmetro do fio é um fator de grande peso no dimensionamento, costuma-se partir dele, determinando um índice de mola dentro dos padrões recomendados. A seguir mostramos um exemplo de dimensionamento do livro do Norton [36], passado para o SI.

Exemplo de aplicação

Calcular uma mola de compressão para carga estática entre 450 N (Carga de montagem) e 670 N (Carga máxima de trabalho), para uma deflexão de 19 mm.

Solução

Utilizaremos neste caso um aço mais barato, fio repuxado a frio (ver tabela 9.1, SAE 1056), visto as cargas serem estáticas. Para este aço, adotaremos inicialmente um diâmetro de fio de 4 mm, dentro dos valores dados pela tabela 9.2 e um índice de mola igual a 8. Assim, o diâmetro médio da mola passa a ser:

$$D = C \cdot d = 8 \cdot 4 = 32 \text{ mm}$$

Dado o valor de índice de mola (C) podemos calcular a tensão cisalhante na mola devido ao máximo carregamento, dada pela equação 9.19 que passa a ser:

$$\tau_{max} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left(1 + \frac{0,5}{C} \right) = \frac{8 \cdot 670 \cdot 0,032}{\pi \cdot 0,004^3} \left(1 + \frac{0,5}{8} \right)$$

$$\tau_{max} = 906,39 \text{ MPa}$$

O limite de resistência à tração, a partir da equação 9.1 e dos valores dados na tabela 9.3 ($b = -0,1822$ e $A = 1.753,3$) é:

$$\sigma_r = A \cdot d^b = 1.753,3 \cdot 4^{-0,1822}$$

$$\sigma_r = 1.361,95 \text{ MPa}$$

E da equação 9.2 a resistência ao cisalhamento será

$$\tau_r \cong 0,67 \sigma_r = 0,67 \cdot 1.361,95$$

$$\tau_r = 912,51 \text{ MPa}$$

Assim, relacionando os valores dados de resistência ao cisalhamento com a tensão devido ao carregamento, podemos calcular o valor do coeficiente de segurança dado como:

$$n = \frac{\tau_r}{\tau} = \frac{912,51}{906,39} = 1,01$$

Este valor é muito baixo para um projeto de engenharia, o que nos força a alterar os parâmetros de projeto. Passando o valor do diâmetro do fio agora para 5 mm, teremos um diâmetro médio de mola igual a 40 mm, e assim, recalculando a tensão máxima de cisalhamento:

$$\begin{aligned}\tau_{max} &= \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left(1 + \frac{0,5}{C}\right) = \frac{8 \cdot 670 \cdot 0,040}{\pi \cdot 0,05^3} \left(1 + \frac{0,5}{8}\right) \\ \tau_{max} &= 580,09 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Como os valores de resistência estão associados ao diâmetro, é necessário recalcular as tensões de resistência de tração, dada como:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= A \cdot d^b = 1.753,3 \cdot 5^{-0,1822} \\ \sigma_r &= 1.307,69 \text{ MPa}\end{aligned}$$

e a tensão de resistência ao cisalhamento, dada como:

$$\begin{aligned}\tau_r &\cong 0,67\sigma_r = 0,67 \cdot 1.307,69 \\ \tau_r &= 876,15 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Assim, o coeficiente de segurança dado pela equação passa a ser agora de:

$$n = \frac{\tau_r}{\tau} = \frac{876,15}{580,09} = 1,5$$

Com os dados até aqui calculados, podemos avaliar a constante de mola k , de forma que a deflexão seja adequada às forças dadas, assim:

$$k = \frac{\Delta F}{y} = \frac{670 - 450}{19} = 11,58 \text{ N/mm}$$

Utilizando agora a equação 9.31 podemos isolar o termo N_a e calcular o número de espiras ativas que propiciem uma constante de mola igual a calculada pela equação anteriormente, admitindo $G = 80,8 \text{ GPa}$ para o aço.

$$\begin{aligned}N_a &= \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot k} = \frac{80,8 \times 10^3 \cdot 5^4}{8 \cdot 40^3 \cdot 11,58} \\ N_a &= 8,51\end{aligned}$$

Recomenda-se adotar sempre a unidade de $\frac{1}{4}$ de volta, assim, assumimos $N_a = 8,50$ voltas.

Determinando que as extremidades sejam esquadrejadas e esmerilhadas (figura 9.21), o número total de espiras (N_t) passa a ser:

$$N_t = N_a + 2 = 8,5 + 2 = 10,5$$

Utilizando a fórmula para cálculo do comprimento sólido, temos que:

$$L_s = d \cdot N_t = 5 \cdot 10,5 = 52,5 \text{ mm}$$

Reavaliando a rigidez em função do novo número de espiras ativas, temos a constante de mola dada por:

$$k = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot N_a} = \frac{80,8 \times 10^3 \cdot 5^4}{8 \cdot 40^3 \cdot 8,5}$$

$$k = 11,6 \text{ N/mm}$$

Reavaliando a deflexão da mola, como ela ficará mais rígida o novo valor será:

$$y = \frac{\Delta F}{k} = \frac{670 - 450}{11,6} = 18,96 \text{ mm}$$

Com este novo valor podemos calcular as deflexões de montagem:

$$y_m = \frac{F}{k} = \frac{450}{11,6} = 38,8 \text{ mm}$$

Admitindo uma tolerância de contato de 15% da deflexão de trabalho.

$$y_{interf} = 0,15 \cdot y = 0,15 \cdot 18,96 = 2,84 \text{ mm}$$

Por fim, o comprimento livre da mola será dado por:

$$\begin{aligned} L_f &= L_s + y_{interf} + y_m + y = 52,5 + 2,84 + 38,8 + 18,96 \\ L_f &= 113,1 \text{ mm} \end{aligned}$$

Por fim, podemos verificar a estabilidade da mola através dos valores L_f/D e y_{max}/L_f . Como y_{max} pode ser dado por:

$$\begin{aligned} y_{max} &= y + y_m = 18,96 + 38,8 \\ y_{max} &= 57,76 \text{ mm} \end{aligned}$$

Assim, teremos $L_f/D = 113,1/40 = 2,83$ e $y_{max}/L_f = 57,76/113,1 = 0,51$. Verificando este ponto no gráfico da figura 9.22, podemos perceber que estamos na área estável.

9.10 Molas helicoidais de compressão sob carregamento variável no tempo

Dado que uma mola helicoidal de compressão esta sob um carregamento alternado entre F_{max} e F_{min} , podemos definir as componentes constante (F_m) e alternante (F_a) como:

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} \quad F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \quad (9.38)$$

Diferentemente do que acontece na mecânica dos sólidos clássica, a relação entre ciclos e tensão limite de fadiga no caso das molas não necessita de correção, pois os elementos de prova utilizados são as próprias molas.

Além disso, como também já foi mencionado anteriormente, no caso de molas, não existe alternância do sinal da tensão, apenas de sua magnitude, visto que molas de compressão sempre estarão sob compressão e de tração sempre sob este tipo de solicitação. Assim, tirando estas duas características, um problema de mola sob carregamento variável no tempo é tratado exatamente como qualquer outro tipo de problema sob falha deste tipo.

Neste caso o procedimento de cálculo é próximo ao desenvolvido em um carregamento estático, utilizando entretanto o diagrama de Goodman torcional visto que, como descrito anteriormente, um problema de mola é um problema torcional.

Para análise da resistência das molas, vamos introduzir o conceito de razão de força, dado como:

$$R = \frac{F_{min}}{F_{max}} \quad (9.39)$$

Valor que deve ser sempre menor que 1, usualmente entre 0 e 0,8.

Para resolver problemas de carregamentos em mola variáveis no tempo, deveremos seguir os passos:

- Adotar um diâmetro do fio d ;
- Adotar um índice de curvatura de mola C ;
- Calcular o diâmetro médio da mola D^4 ;
- Escolher o material;
- Calcular os valores de resistência necessários;
- Calcular os valores médios e alternantes de carregamento (F_a e F_m) a partir da vida da mola e determinar o coeficiente de segurança;
- Determinar a rigidez, número de espiras e o seu comprimento;
- Validar o projeto com análise de flambagem e de ressonância.

Para efetuar o cálculo do coeficiente de segurança, utilizaremos o critério de Goodman, conforme mostrado a seguir.

Aplicando o critério de Goodman a molas de compressão

Neste caso, trabalharemos com o diagrama de Goodman mostrado na figura 9.23. Este diagrama é o ponto de partida para definir o fator de segurança de uma mola em função da sua vida projetada.

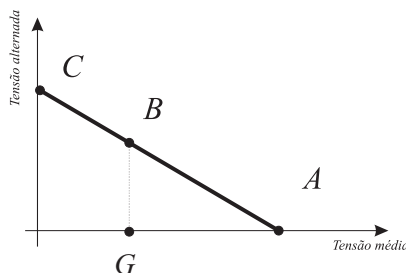


Figura 9.23: Diagrama de Goodman.

⁴A ordem entre d , C e D pode ser modificada, em função dos requisitos de projeto.

Sua construção se dá pela definição dos pontos A, B e C, nesta ordem. O ponto **A** (τ_r) será definido como o limite de resistência ao cisalhamento da mola (equação 9.2) sob o eixo das tensões médias. Esta situação representa o carregamento estático puro, onde não ocorrem tensões alternantes.

O ponto **B** é definido a partir do valor de resistência à fadiga torcional, retirado do diagrama S-N. Podemos adotar neste caso dois valores distintos, τ_{fw} quando se tratar de vida finita e τ_{ew} quando se tratar de vida infinita.

Esta resistência é calculada a partir de ensaios onde $\tau_{min} = 0$, ou seja, para situações onde:

$$R = \frac{F_{min}}{F_{max}} = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} = 0 \quad (9.40)$$

Assim, para que isto seja válido, deve valer o carregamento descrito na figura 9.24, onde $\tau_{max} = \tau_{fw}$ ou $\tau_{max} = \tau_{ew}$.

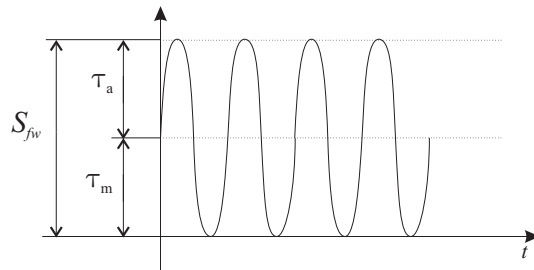


Figura 9.24: Variação do nível da tensão cisalhante em uma mola para $R = 0$.

Voltando agora ao diagrama da figura 9.23, o ponto B será encontrado para as coordenadas $(0, 5\tau_{fw}, 0, 5\tau_{fw})$, ou seja, exatamente a parcela alternante e média descrita na figura 9.24.

Para o caso de vida infinita, Norton [36] recomenda o trabalho de Zimmerli, que observou que para molas de aço com diâmetros menores do que 10 mm adote-se:

$$\begin{aligned} \tau_{ew} &= 310 \text{ MPa para molas não jateadas} \\ \tau_{ew} &= 465 \text{ MPa para molas jateadas} \end{aligned}$$

Por fim, no ponto **C** da figura 9.23, teremos a tensão limite de fadiga ao cisalhamento τ_{fs} , que será definido a partir da semelhança entre os triângulos $\widehat{OCA}$ e $\widehat{GBA}$, o que fornecerá:

$$\tau_{fs} = 0,5 \left(\frac{\tau_{fw}\tau_r}{\tau_r - 0,5\tau_{fw}} \right) \quad (9.41)$$

Vale observar que alguns valores de τ_{fw} (resistência máxima cisalhante à fadiga) para critério de falha por vida finita, podem ser obtidos para alguns materiais através da tabela 9.6, a partir da tensão limite de ruptura (σ_r).

Tabela 9.6: Valores de resistência à fadiga torcional τ_{fw} .

Ciclos	ASTM A228 (SAE 1085)		ASTM A230 e A232(SAE 6150)	
	Sem jateamento	Com jateamento	Sem jateamento	Com jateamento
10^5	36%	42 %	42%	49%
10^6	33%	39 %	40%	47%
10^7	30%	36 %	38%	46%

Com os três pontos determinados, teremos o que chamamos de diagrama de Goodman modificado, mostrando a região onde a mola irá efetivamente trabalhar em segurança (figura 9.25).

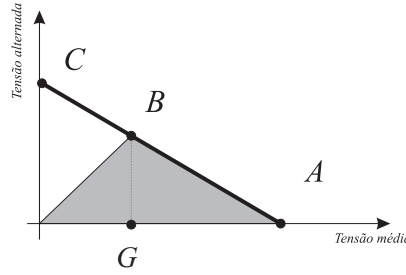


Figura 9.25: Diagrama de Goodman modificado.

Agora, dada uma mola sob uma tensão de montagem da mola, indicada por τ_{min} , a tensão média τ_m e a tensão alternada τ_a , teremos o carregamento mostrado pela figura 9.26.

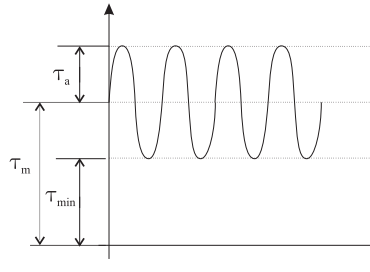


Figura 9.26: Modelo geral de carregamento em uma mola de compressão sob carga cíclica com pré-carga.

Com os dados do carregamento da figura 9.26 podemos determinar os pontos **D**, **E** e **F**, conforme mostra a figura 9.27.

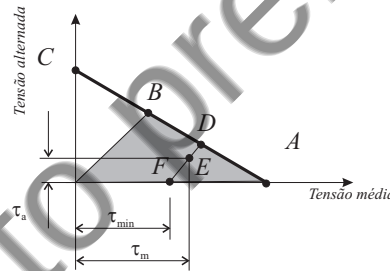


Figura 9.27: Linha de carga da mola.

Seguindo a figura 9.27, a linha $\overline{DF}$ é chamada de linha de carga da mola, e o coeficiente de segurança será a relação entre os segmentos de reta $\overline{DF}$ e $\overline{EF}$, visto que o ponto **D** será o ponto de falha da mola assim:

$$n = \frac{\overline{DF}}{\overline{EF}} \quad (9.42)$$

Admitindo que a coordenada y do ponto **D** possa ser dada como o limite de carga alternada (S_a), a equação 9.42 pode ser reescrita como:

$$n = \frac{S_a}{\tau_a} \quad (9.43)$$

Supondo que a linha de carregamento ($\overline{DF}$) é uma reta dada na forma

$$y = ax + b \quad (9.44)$$

podemos deduzir que:

$$a = \frac{\tau_a}{\tau_m - \tau_{min}} \quad b = -a\tau_{min} \quad (9.45)$$

Da mesma forma, no ponto **F** da figura 9.27 podemos aplicar a equação da reta (eq. 9.44), e utilizando o valor de a , dado na equação 9.45, teremos:

$$\begin{aligned} 0 &= ax + b \\ b &= -a\tau_{min} \\ b &= -\frac{\tau_a\tau_{min}}{\tau_m - \tau_{min}} \end{aligned} \quad (9.46)$$

Assim, a linha de carregamento da mola passa a ser dada como:

$$y_{carreg} = \frac{\tau_a}{\tau_m - \tau_{min}} (x - \tau_{min}) \quad (9.47)$$

A linha de Goodman por sua vez (reta $\overline{AC}$) pode ser dada como:

$$y_{good} = -\frac{\tau_{fs}}{\tau_r}x + \tau_{fs} \quad (9.48)$$

No ponto **D**, teremos $y_{carreg} = y_{good}$, o que nos leva a igualar as equações 9.47 e 9.48, e a resolvendo para x , teremos:

$$x = \frac{\tau_r [\tau_{fs}(\tau_m - \tau_{min}) + \tau_a\tau_{min}]}{\tau_{fs}(\tau_m - \tau_{min}) + \tau_r\tau_a} \quad (9.49)$$

Fazendo $S_a = y_{good}$ e colocando o valor de x (eq. 9.49) na equação 9.48, teremos:

$$S_a = \frac{S_{fs}\tau_a(\tau_r - \tau_{min})}{\tau_r\tau_a + \tau_{fs}(\tau_m - \tau_{min})} \quad (9.50)$$

Voltando agora à equação do coeficiente de segurança (eq. 9.43), teremos:

$$n = \frac{S_a}{\tau_a} = \frac{\tau_{fs}(\tau_r - \tau_{min})}{\tau_r\tau_a + \tau_{fs}(\tau_m - \tau_{min})} \quad (9.51)$$

Que é o coeficiente de segurança para vida finita. Para vida infinita, devemos calcular a tensão limite de fadiga ao cisalhamento por meio da equação:

$$\tau_{fs} = 0,5 \left(\frac{\tau_{ew}\tau_r}{\tau_r - 0,5\tau_{ew}} \right) \quad (9.52)$$

E depois calcular o coeficiente de segurança pela equação 9.51.

Uma forma alternativa de cálculo do coeficiente de segurança pode ser dado por:

$$n = \frac{\tau_{ew}(\tau_r - \tau_{min})}{\tau_{ew}(\tau_m - \tau_{min}) + \tau_a(2\tau_r - \tau_{ew})} \quad (9.53)$$

Exemplo de aplicação do modelo de Goodman

Projetar uma mola de compressão para um carregamento dinâmico que varia entre 267 N e 667 N para uma deflexão máxima de 25,4 mm e um ciclo de 10^7 operações. Ela deve contar com um coeficiente de segurança de pelo menos 30%.

Solução

Primeiro passo é determinar as forças alternada e média:

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} = \frac{667 - 267}{2} = 200 \text{ N}$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} = \frac{667 + 267}{2} = 467 \text{ N}$$

Admitindo um fio de 5,5 mm e índice de mola ($C = 7$), teremos:

$$\frac{D}{d} = 7 \Rightarrow D = d \cdot C = 5,5 \cdot 7 = 38,5 \text{ mm}$$

O valor de tensão devido a pré carga é dado como:

$$\tau_{min} = K_s \frac{8F_{min}D}{\pi d^3} = \left[1 + \frac{0,5}{7}\right] \frac{8 \cdot 267 \cdot 38,5}{\pi 5,5^3}$$

$$\tau_{min} = 168,6 \text{ MPa}$$

Observe que aqui se adotou a multiplicação por K_s por se tratar de um carregamento estático! Da mesma forma, a tensão média será:

$$\tau_m = K_s \frac{8F_m D}{\pi d^3} = \left[1 + \frac{0,5}{7}\right] \frac{8 \cdot 467 \cdot 38,5}{\pi 5,5^3}$$

$$\tau_m = 294,8 \text{ MPa}$$

E a parcela alternada, por sua vez,

$$\tau_a = K_w \frac{8F_a D}{\pi d^3} = \left[\frac{(4 \cdot 7) - 1}{(4 \cdot 7) - 4} + \frac{0,615}{7}\right] \frac{8 \cdot 200 \cdot 38,5}{\pi 5,5^3}$$

$$\tau_a = 142,9 \text{ MPa}$$

Neste caso, por se tratar de carga alternante, utilizou-se o fator de Wahl (K_w).

Para uma mola em material SAE 1085 (tabela 9.3 na página 258), $A = 2153,5$ e $b = -0,1625$, teremos:

$$\sigma_r = A \cdot d^b = 2153,5 \cdot 5,5^{-0,1625}$$

$$\sigma_r = 1632,44 \text{ MPa}$$

Ao mesmo tempo em que o limite para o cisalhamento é dado por:

$$\tau_r = 0,67 \cdot \sigma_r = 0,67 \cdot 1632,44$$

$$\tau_r = 1093,7 \text{ MPa}$$

Da tabela 9.6, para 10^7 ciclos, sem jateamento, teremos que

$$\tau_{fw} = 0,3S_{rt} = 0,3 \cdot 1632,44$$

$$\tau_{fw} = 489,7 \text{ MPa}$$

E por fim, o limite de fadiga ao cisalhamento será dado como:

$$\tau_{fs} = 0,5 \left[\frac{\tau_{fw} \tau_r}{\tau_r - 0,5 \tau_{fw}} \right] = 0,5 \left[\frac{489,7 \cdot 1093,7}{1093,7 - 0,5 \cdot 489,7} \right]$$

$$\tau_{fs} = 315,5 \text{ MPa}$$

Com isto, podemos calcular o coeficiente de segurança através da equação 9.51, que fornece:

$$\begin{aligned} n &= \frac{\tau_{fs}(\tau_r - \tau_{min})}{\tau_r \tau_a + \tau_{fs}(\tau_m - \tau_{min})} = \frac{315,5(1093,7 - 168,6)}{1093,7 \cdot 142,9 + 315,5(294,8 - 168,6)} \\ n &= 1,40 \end{aligned}$$

Este valor é aceitável para o nosso projeto. Podemos portanto partir para o cálculo das dimensões da mola, começando pela sua rigidez:

$$\begin{aligned} k &= \frac{\Delta F}{y} = \frac{667 - 267}{25,4} \\ k &= 15,8 \text{ N/mm} \end{aligned}$$

Como se trata de aço, ou seja, o módulo de elasticidade transversal (G) é de 80,8 GPa, teremos:

$$\begin{aligned} k = \frac{d^4 G}{8D^3 N_a} \quad \Rightarrow \quad N_a &= \frac{d^4 G}{8D^3 k} = \frac{5,5^4 \cdot 80,8 \times 10^3}{8 \cdot 38,5^3 \cdot 15,8} \\ N_a &= 10,25^5 \end{aligned}$$

Dado que a extremidade é esquadrada esmerilhada, teremos como número total de espiras:

$$N_t = N_a + 2 = 10,25 + 2 = 12,25 \text{ espiras}$$

Assim, o comprimento sólido da mola será dado como:

$$L_s = d \cdot N_t = 5,5 \cdot 12,25 = 67,4 \text{ mm}$$

Como a deflexão de trabalho é de 25,4 mm, podemos calcular a deflexão de interferência como:

$$y_{int} = 0,15 \cdot y_{trab} = 0,15 \cdot 25,4 = 3,81 \text{ mm}$$

Dada a constante de mola e sabendo a força de montagem (267 N), podemos avaliar a deflexão de montagem:

$$y_{min} = \frac{F_{min}}{k} = \frac{267}{15,8} = 16,9 \text{ mm}$$

Por fim, o comprimento livre da mola será então:

$$L_f = L_s + y_{trab} + y_{int} + y_{min} = 113,51 \text{ mm}$$

Podemos ainda avaliar este projeto com relação a estabilidade, assim:

$$\frac{L_f}{D} = \frac{113,51}{38,5} = 2,9 \quad \frac{y_{max}}{L_f} = \frac{16,9 + 25,4}{113,51} = 0,39$$

Da análise da figura 9.22, podemos perceber que o ponto (0,39,2,9) está dentro da área de segurança, e assim, a mola está devidamente definida.

9.11 Análise de ressonância em molas helicoidais

Em aplicações de carregamento cíclico, um dos pontos a serem levantados como forma de validação do projeto, além da estabilidade da mola, é a verificação da sua frequência de operação. Este fato tem fundamental importância em situações de velocidades de variação de carga muito elevadas.

Neste caso, precisamos saber qual a frequência de operação da mola e compará-la com a sua frequência natural para evitar aproximações perigosas deste limite. Ao chegar próximo desta

frequência, ocorrem deslocamentos de onda na estrutura da mola que tem por consequência direta a variação do passo ao longo do comprimento, o que leva ao aparecimento de tensões localizadas que provocam deflexões nas voltas da mola.

A frequência natural axial de uma mola helicoidal, conforme Collins[9] pode ser dada por:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{\pi \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}}{2\pi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \quad (9.54)$$

Para f_n a frequência axial natural da mola em Hz, ω_n a frequência do movimento axial em rad/s, k a constante de mola, g a constante de aceleração gravitacional e W o peso das espiras ativas da mola dado por:.

$$W = A \cdot \pi D N_a \rho g \quad (9.55)$$

Para uma mola helicoidal de seção circular a equação 9.54 passa a ser:

$$f_n = \frac{2d}{\pi D^2 N_a} \sqrt{\frac{G}{32\rho}} \quad (9.56)$$

Para ρ a densidade do material da mola e G o módulo de elasticidade transversal.

Recomenda-se que a frequência natural seja da ordem de 15 vezes a frequência de operação da mola, de forma que não apareçam ressonâncias em harmônicas da frequência natural.

9.12 Molas helicoidais de tração

O princípio de funcionamento das molas helicoidais de tração é muito próximo daquele visto em molas helicoidais de compressão, a não ser pelo fato da direção do carregamento, no sentido agora de afastar as espiras uma das outras. Uma típica mola de tração pode ser vista na figura 9.28, onde além das espiras, se observa os ganchos para aplicação da carga.



Figura 9.28: Típica mola de tração. Fonte: www.fgindustries.com

A mola de tração pode ser dada em termos de geometria como na figura 9.29, o comprimento do corpo (L_b) e o comprimento entre argolas (L_f), para um diâmetro externo (D_o) e um diâmetro interno (D_i). O comprimento do laço é dado como:

$$L_l = \frac{L_f - L_b}{2} \quad (9.57)$$

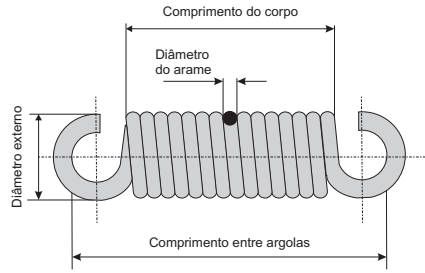


Figura 9.29: Dimensões de uma mola de tração. Adaptado de www.molas.com.br

9.13 Características de molas de tração

Algumas características das molas de tração que as diferenciam das molas de compressão são listadas a partir desta seção.

Espiras totais e ativas

Observe que no caso de uma mola de tração, todas as espiras são solidárias com relação a suportar o carregamento. Vale observar também que por estarem muito próximas uma da outras, existe uma relação direta entre o número total de espiras (N_t) e o comprimento do corpo (L_b), dado como:

$$L_b = d \cdot N_t \quad (9.58)$$

Dado que d é o diâmetro do fio da mola. E assim, o número de espiras ativas passa a ser:

$$N_a = N_t - 1 \quad (9.59)$$

Constante de mola para molas de tração

Durante a fabricação as molas de tração absorvem uma pré carga, pois ficam apoiadas espira por espira, assim, a deflexão realmente começa somente após vencer este valor inicial. Desta forma, a constante de mola passa a ser dado como:

$$k = \frac{F - F_i}{y} = \frac{d^4 \cdot G}{8D^3 N_a} \quad (9.60)$$

Pré carga em molas de tração

Diferente do que acontece com as molas de compressão, nas de tração há aplicação de uma pré carga na sua conformação. Norton [36] apresenta uma forma de determinar a força de pré carga em função de dados experimentais de fabricação. Segundo ele, a força de pré carga pode ser definida como:

$$F_i = \frac{\pi d^3 \tau_i}{8K_s D} \quad (9.61)$$

Para K_s dado pela equação 9.27 e τ_i dada como a média entre dois valores de interpolação, ou seja:

$$\tau_i = \frac{\tau_{i1} + \tau_{i2}}{2} \quad (9.62)$$

Estes valores podem por sua vez ser dados como:

$$\tau_{i1} = -0,0291727C^3 + 1,25144C^2 - 23,3534C + 197,473 \quad (9.63)$$

$$\tau_{i2} = -0.0205954C^3 + 0.963231C^2 - 23,6292C + 264,796 \quad (9.64)$$

Deflexão de molas de tração

A deflexão das espiras passa a ser dada pela inclusão do efeito da pré carga na equação de deflexão para molas de compressão (eq. 9.30), ou seja:

$$y = \frac{8.(F - F_i).D^3.N_a}{G.d^4} \quad (9.65)$$

Tensões em molas de tração

Vale observar que o modelo de tensão é o mesmo apresentado na seção 9.7, incluindo os fatores K_s e K_w . O único detalhe que as diferencia das molas de compressão é o fato do efeito de concentração de tensão no laço de sujeição, conforme mostrado na figura 9.30.

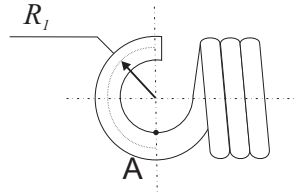


Figura 9.30: Ponto de máxima tensão de flexão.

O ponto A mostrado na figura 9.30 será o ponto de maior tensão de flexão, pelo próprio efeito da forma do gancho, e será dada por:

$$\sigma_A = K_A \frac{16FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \quad (9.66)$$

Para :

$$K_A = \frac{4C_1^2 - C_1 - 1}{4C_1(C_1 - 1)} \quad (9.67)$$

Dado que $C_1 = 2R_1/d$ e R_1 o raio médio do laço, que na maioria dos casos é igual ao raio médio das espiras.

Outro ponto importante de análise do ponto de vista de tensões é mostrado na figura 9.31 e representado pela letra **B**. Neste caso o maior problema é devido ao cisalhamento em função da aplicação da carga nas argolas da mola.

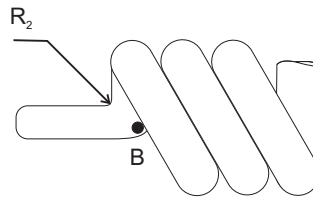


Figura 9.31: Ponto de máxima tensão de cisalhamento da mola.

A tensão no ponto **B** (figura 9.31) pode ser dada como:

$$\tau_B = K_B \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (9.68)$$

Para :

$$K_B = \frac{4C_2 - 1}{4C_2 - 4} \quad (9.69)$$

Dado que $C_2 = 2R_2/d$ e R_2 o raio de concordância da argola.

Coefficiente de segurança em molas de tração

Conforme mostrado anteriormente, as molas de tração falham geralmente na argola, seja no seu ponto **A** (figura 9.30) por tensão normal, seja no seu ponto **B** (figura 9.31) por tensão de cisalhamento.

Desta forma para avaliar o coeficiente de segurança é necessário verificar os dois pontos e tomar o mínimo como o valor de projeto. Observe que neste caso as tensões admissíveis são diferentes para os dois casos, sendo assim, podemos dizer que no ponto de máxima tensão normal, o coeficiente de segurança será dado como:

$$n_A = \frac{\sigma_r}{\sigma_A} \quad (9.70)$$

Ao passo em que no ponto de máxima tensão de cisalhamento teremos:

$$n_B = \frac{\tau_r}{\tau_B} \quad (9.71)$$

Vale observar que para molas, o valor de tensão limite de escoamento é muito próximo do valor de tensão de ruptura, assim, os valores de coeficientes de segurança dados acima são aceitáveis.

No caso de carregamento variável ao longo do tempo, há de se fazer as devidas correções nos valores de tensões

9.14 Barras de torção

As barras de torção são na verdade barras sob efeito de torção em deformação sob regime elástico, com uma das extremidades firmemente fixada e a outra ligada a um braço de oscilação, conforme pode ser visto na figura 9.32.

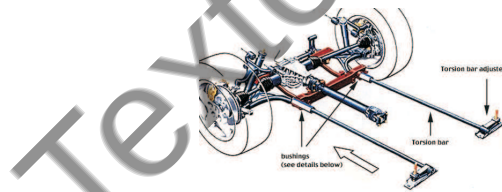


Figura 9.32: Barra de torção em uma suspensão automotiva. (Fonte: 4x4abc.com)

Este tipo de elemento tem aplicação variada, desde suspensões automotivas à unidades de medição de carga em balanças, sendo geralmente jateadas para aumento da resistência mecânica.

Para tal aplicação, da mecânica dos sólidos, a tensão máxima será dada por:

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot (d/2)}{J} \quad (9.72)$$

Para J o momento polar de inércia, T o torque aplicado em função da carga e do braço de alavanca e d o diâmetro da barra.

O ângulo de torção por sua vez será dado por:

$$\theta = \frac{T.L}{J.G} \quad (9.73)$$

Para L o comprimento da barra e G o momento elástico transversal. Por fim, podemos também determinar a rigidez torcional, relacionando o torque com o ângulo de torção:

$$k_{tor} = \frac{T}{\theta} \quad (9.74)$$

Barras de torção sob carregamento variável no tempo

Partindo do pressuposto que uma barra de torção esta sob carregamento variável no tempo, com valores que vão de F_{min} a F_{max} podemos admitir que teremos um problema de análise de fadiga, partindo da divisão do problema em duas fontes de tensão na barra, o carregamento invariante com o tempo e o carregamento variante com o tempo.

Ao primeiro valor daremos o nome de carga média e será dada como:

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} \quad (9.75)$$

O segundo valor será chamado de carga alternante e será dada como:

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \quad (9.76)$$

Nesta ótica, como estudado em eixos, teremos o processo de falha por fadiga a partir da carga alternante, e o processo de falha por escoamento a partir da carga média. São na verdade duas ações que levam ao dano, não importando qual combinação deles esteja atuando.

Interessante observar que o problema aqui é muito próximo do abordado em eixos (capítulo 1), considerando que não há carregamento de flexão, apenas tensões cisalhantes devido ao torque.

Em uma aplicação típica de barra de torção, como por exemplo na suspensão de veículos, o carregamento pode ser descrito em função do percurso. Assim, o comportamento da tensão ao longo do tempo será dado como mostrado na figura 9.33, onde teremos um valor de máxima tensão cisalhante (τ_{max}) e um valor de mínima tensão cisalhante (τ_{min}), passando pela origem, com sinal contrário. Observa-se que quando o veículo está em repouso, a tensão será diferente de zero, o que se configura na aplicação de uma pré-carga de operação.

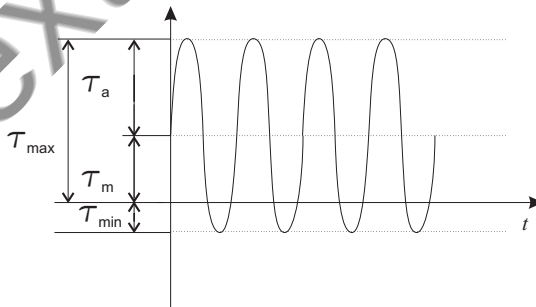


Figura 9.33: Tensão cisalhante de uma barra de torção ao longo do tempo.

De acordo com a figura 9.33, podemos dizer que as tensões máximas e mínimas de cisalhamento serão dadas a partir das equações 9.72 e 9.73, respectivamente em razão dos ângulos de torção θ_1 e θ_2 ou seja:

$$\tau_{max} = \frac{\theta_1 G d}{2L} \quad (9.77)$$

$$\tau_{min} = \frac{\theta_2 G d}{2L} \quad (9.78)$$

Neste caso, adotaremos um critério de falha para o projeto, que será o de Soderberg tal como apresentado no capítulo 2, apenas considerando os aspectos de variação da tensão no torque, uma vez que neste tipo de elemento a flexão não é presente. Assim, a equação 2.65, passa a ser escrita como:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32n}{\pi} \cdot \left(\frac{T_a}{S_n} + \frac{T_m}{\sigma_e} \right)} \quad (9.79)$$

Dado que, o limite de resistência a fadiga (S_n) seja calculado conforme mostrado no capítulo 2 e que:

$$T_a = \frac{2J\tau_a}{d} \quad (9.80)$$

$$T_m = \frac{2J\tau_m}{d} \quad (9.81)$$

$$(9.82)$$

Para

$$\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} \quad (9.83)$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} \quad (9.84)$$

Exemplo de aplicação de barra de torção com carregamento variável no tempo

Uma barra de torção de comprimento de 480 mm é carregada sob um torque que varia entre 300 Nm e 470 Nm. Dado que o material é aço 1040 laminado a frio, determine o diâmetro mínimo para que o coeficiente de segurança seja da ordem de 1,2.

Solução

Dado que:

$$T_a = \frac{T_{max} - T_{min}}{2}$$

$$T_m = \frac{T_{max} + T_{min}}{2}$$

Teremos:

$$T_a = \frac{470 - 300}{2} = 85 \text{ Nm}$$

$$T_m = \frac{470 + 300}{2} = 385 \text{ Nm}$$

Admitindo que a barra é laminada a frio, pela figura 2.19, $k_a = 0,76$, visto que o aço 1040 tem 586 MPa de tensão de ruptura (tabela E.3) Como o diâmetro da barra deve ser da ordem de até 50 mm, $k_b = 0,85$, e assim, a tensão limite de fadiga para a peça fica como:

$$S_n = k_a \cdot k_b \cdot 0,5 \cdot \sigma_r = 0,76 \cdot 0,85 \cdot 0,5 \cdot 586 = 189,3 \text{ MPa}$$

Da tabela E.3, $\sigma_e = 490 \text{ MPa}$, e aplicando a equação 9.79, temos:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,2}{\pi} \cdot \left(\frac{85 \times 10^3}{189,3} + \frac{385 \times 10^3}{490} \right)}$$

$$d \approx 25 \text{ mm}$$

9.15 Normas

Alguma normas relacionadas a molas:

DIN 29 - Símbolos para molas.

DIN 1570 - Aço para molas nervuradas.

DIN 2075, 2088, 2089, 2090 - Molas helicoidais.

DIN 2076 - Arame de aço para molas.

DIN 2091 - Molas de barra de torção.

DIN 4621, 4626 - Molas de lâminas.

ISO 2162:1, 2 - Documentação técnica de molas.

9.16 Exercícios propostos

1. Projete uma mola helicoidal de compressão, de extremidade esquadrada e esmerilhada, feita de aço ASTM 228. Para um carregamento estático de 800 N, deseja-se que ela tenha uma deflexão de 200 mm, para um índice de mola igual a 8. Especificar o diâmetro do fio, o diâmetro externo, o número total de espiras e o comprimento livre. Observe que você tem a disposição para fabricá-la em aço nas medidas 4.5, 4.8, 5.4 e 6 mm, para um coeficiente de segurança de no mínimo 1,8.
2. Para o exercício anterior, qual o coeficiente de segurança para uma aplicação de carregamento dinâmico de compressão com carga variando entre 800 N e 600 N para vida infinita admitindo ser a mola jateada? Como engenheiro, qual a sua análise a respeito do resultado?
3. Deseja-se montar uma mola helicoidal de compressão para suportar uma carga variando entre 0,4 kN e 1 kN de forma cíclica ao longo do tempo. É necessário que o seu comprimento na sua compressão máxima seja de 270 mm de forma que as extremidades fiquem livres uma das outras. Na carga mínima, o espaço mínimo necessário deve ser da ordem de 430 mm. Utilize como material SAE 6150. Adote vida de 10^6 ciclos para mola sem jateamento (Sugestão de solução: arbitre inicialmente um diâmetro de 5 mm para o diâmetro do fio e índice de mola igual a 6!).
4. Determine qual a relação entre a variação do diâmetro do fio de uma mola e o coeficiente de segurança. Se dobrarmos o diâmetro do fio, o que acontece com o coeficiente de segurança? Existe alguma mudança se além disso o carregamento for variável ao longo do tempo ou estático?

5. Dado um coeficiente de segurança igual a 2, determine para um aço 6150 qual o menor índice de curva para uma mola para um carregamento estático.
6. Deve-se projetar uma mola helicoidal de compressão para a seguinte situação de trabalho. O diâmetro médio deve ser da ordem de 150 mm, e durante a operação, o carregamento variará entre 240N e 680N tendo para tal uma deflexão máxima de 40 mm e uma vida de 10^6 ciclos. Analise no final se a mola está dentro do valor aceitável de estabilidade. (Adote um índice de mola dentro do valor recomendado e uma mola com alívio do estado de tensões por jateamento e aço SAE 6150)
7. Uma mola de tração deve ter um comprimento máximo entre argolas de 220 mm, para uma força de 300 N de tração. Determine o diâmetro da mola e do arame sabendo que o coeficiente de segurança deve ser de no mínimo 2.5 Adote um aço 1085 e um diâmetro de 3 mm.
8. Deseja-se construir uma mola de tração para suportar uma carga de 200 N para uma deflexão máxima de 21 mm. Os pontos de fixação devem ser posicionados a 80 mm um do outro, e o material deve ser o aço SAE 6150. (Sugestão de resolução: Adote um diâmetro do fio de 4 mm).
9. Deduza a equação 9.19 partindo da equação 9.18.

Texto preliminar

Dimensionamento de engrenagens

10

10.1 Introdução

Neste capítulo é abordado o efeito das forças nas engrenagens, admitindo que toda a cinemática de seu movimento já tenha sido estudada pelo aluno em outras disciplinas. Assim, partiremos de uma rápida revisão do conteúdo, de forma a estabelecer a nomenclatura adotada nesta obra, conforme mostrado nas seções seguintes.

Atualmente as engrenagens estão entre os elementos mecânicos mais utilizados nos mais variados tipos de máquinas e equipamentos, passando pela indústria de brinquedos, alimentícia, naval, automotiva e de mineração, entre outras. Basicamente são empregadas quando o objetivo é transmitir movimento rotativo, considerando ganho de torque ou velocidade, controle do movimento e/ou alteração de sua direção.

Apesar de serem amplamente utilizadas, as engrenagens contam com uma certa complexidade, seja no seu projeto, seja na sua fabricação, devido principalmente a suas características construtivas. Do ponto de vista de projeto, o que será abordado aqui, a engrenagem pode ser estudada sob duas óticas diferentes, a **cinemática**, onde a relação de velocidades é o fator importante, e o **projeto estrutural** onde as forças são consideradas.

Para o seu projeto é necessário um conhecimento prévio por parte do projetista nas seguintes áreas:

- cinemática das relações de transmissão;
- esforços existentes;
- mecânica dos sólidos e materiais;
- limitações dos processos de fabricação.

Tipos de engrenagens

As engrenagens podem ser classificadas em três grandes grupos que são:

- Cilíndricas: que podem ser tanto de dentes retos como de dentes helicoidais.
- Cônicas: também divididas entre de dentes retos e dentes curvos.
- Hiperbolóidicas: que são divididas entre as hipóides e palóides.

Alguns tipos mostrados na figura 10.1 serão descritos na sequência.

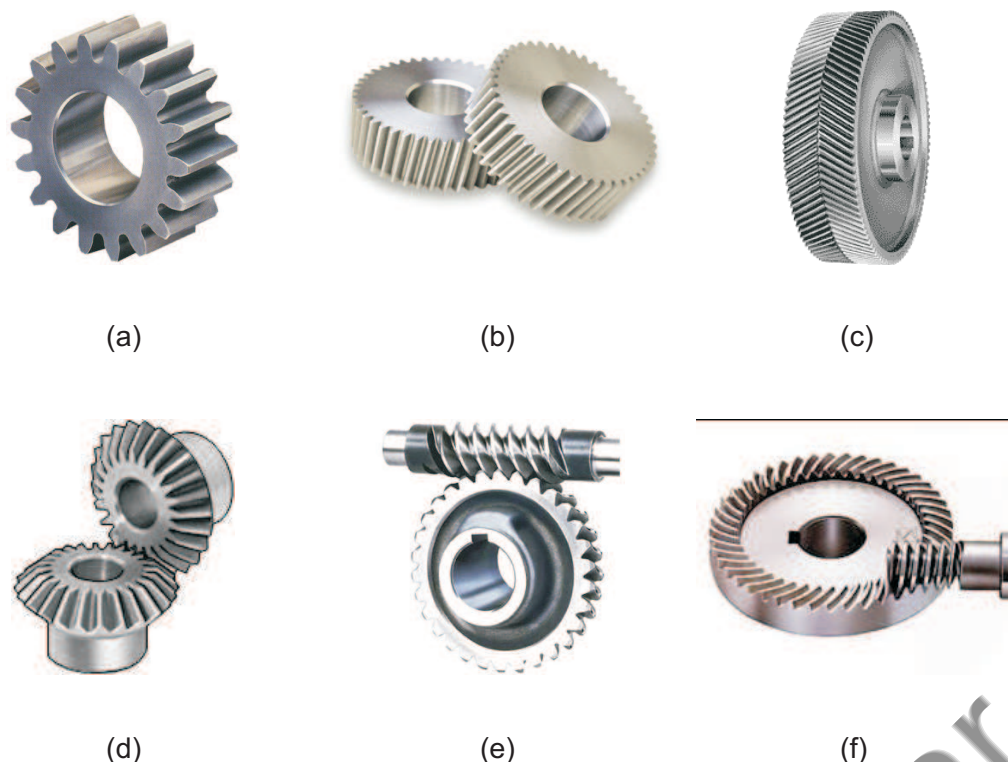


Figura 10.1: Tipos de engrenagens: (a) de dentes retos, (b) de dentes helicoidais, (c) helicóide dupla, (d) cônica, (e) sem fim, (f) hipoide.

Engrenagens cilíndricas de dentes retos

As engrenagens cilíndricas de dentes retos são, pelo seu tipo construtivo, utilizadas na transmissão entre eixos paralelos, visto ser esta a única forma de engrenamento possível. De todos os tipos existentes, estes são os mais fáceis de fabricar, montar e de efetuar manutenção, sendo a base de todo o estudo de engrenagens. Na sequência do capítulo estudaremos mais detalhadamente este tipo de engrenagem, todavia, os conceitos aqui explicados, poderão ser rapidamente passados para os demais tipos.

Seu rendimento é alto, da ordem de 98 a 99%, como ocorre na maioria das engrenagens, e permitem uma grande faixa de relação de transmissão, basicamente até da ordem de 10 a 16. O problema dessas engrenagens em relações de redução muito elevadas é o aumento do impacto e a diminuição da qualidade de transmissão. Vale salientar que trabalham única e exclusivamente com cargas radiais e que apresentam elevado ruído a altas velocidades.

Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais

São também empregadas na transmissão entre eixos paralelos, sendo indicadas para cargas e velocidades elevadas, principalmente por causa da diminuição do ruído se comparadas com as engrenagens cilíndricas. Como os seus dentes têm um perfil não paralelo com o eixo onde são montadas, elas geram carregamento radial, que transmite o torque e uma parcela axial, que é transferida diretamente para o eixo e mancais.

O nome helicoidal surge pois a geração de seus dentes é uma composição do movimento de rotação da peça com o avanço linear da ferramenta, gerando portanto uma hélice. Como este ângulo é pequeno, em engrenagens estreitas, dá-se a impressão do dente ser reto, mas não o é. O ângulo de hélice também permite a montagem entre eixos concorrentes. Nestes casos, o ângulo entre os eixos deve ser considerado no projeto do ângulo de hélice do par de engrenagens.

Um caso particular das engrenagens helicoidais cilíndricas é o sem-fim da coroa e sem fim. Neste caso o ângulo de hélice pode ser tal que gere uma força de atrito suficiente para permitir a condução de movimento em apenas um sentido.

Como nas engrenagens cilíndricas de dentes retos, o seu rendimento é também da ordem de 99%.

Engrenagens cônicas

Estas engrenagens são utilizadas para transmissão entre eixos ortogonais ou concorrentes com distintos ângulos entre eles. Pelo fato da redundância na montagem, exigem elevada precisão e seus dentes podem ser helicoidais ou retos. Pelo seu formato, a relação de transmissão é limitada, comparada com as engrenagens anteriores, pois o diâmetro do eixo onde será montada limita o diâmetro de dedendo da mesma.

Pelo formato cônico, estas engrenagens também trabalham sob carga axial, que deve ser considerado no projeto do eixo e dos mancais.

Engrenagens com helicoide dupla

Estas engrenagens têm a vantagem de transmitir grandes carregamentos sem gerar carga axial sobre os mancais pois o efeito de uma hélice é eliminado pela outra, pois os ângulos são inversos e o torque transmitido é o mesmo. Também necessitam de elevada precisão na montagem e têm um custo de fabricação elevado, sendo adotado em sua substituição duas engrenagens solidárias de hélice simples montadas opostas uma à outra.

Por ser sugerida para trabalhos com elevadas cargas, necessitam de eixos mais rígidos devido a problemas de deflexão. Uma curiosidade com relação a estas engrenagens é que foram criadas e patenteadas por André Citroën e hoje contam mais como valor histórico.

Engrenagens hipoides

Estas engrenagens possuem grande capacidade de carga e permitem grandes variações de velocidades de operação. São empregadas extensivamente em automóveis, caminhões e tratores, por ocuparem pouco espaço, permitindo grandes relações.

10.2 Nomenclatura adotada em engrenagens

Revisando o que já fora apresentado ao aluno na disciplina EMC5123 de Mecanismos, iremos apenas relembrar os conceitos básicos:

Diâmetro primitivo: é o diâmetro que serve de base para as o cálculo das relações de transmissão entre engrenagens. O Diâmetro primitivo é gerado a partir da distância entre o ponto primitivo de contato do par de engrenagens até o centro de cada engrenagem.

Adendo : é a parte superior do dente, acima do diâmetro primitivo. Considerado também como o topo do dente.

Dedendo: é o fundo do dente de uma engrenagem, abaixo do diâmetro primitivo, também considerado como pé do dente.

Número de dentes (Z): é o número de dentes que tem a engrenagem ao longo de sua circunferência. Os dentes são responsáveis pela sincronização da transmissão.

Linha de ação: é uma linha descrita pela tangente à circunferência de base das duas engrenagens. Esta linha contém todos os pontos de contato do engrenamento do par de engrenagens e determina a direção da força de engrenamento.

Linha de contato: é uma linha inserida dentro da linha de ação onde efetivamente ocorre o contato entre os dentes do par de engrenagens.

Ponto primitivo de contato (I): é o ponto de intersecção entre a linha de ação e a linha que une os dois centros das engrenagens.

Flanco de um dente: é a face do dente que entra em contato com os dentes de outra engrenagem no momento do engrenamento.

Evolvente: é a curva utilizada na geração do perfil dos dentes de engrenagens. Este tipo de curva permite a manutenção do ponto primitivo de contato em um local fixo no espaço.

Relação de transmissão (i): é a relação de transmissão, valor que relaciona as velocidades de entrada e saída do par de engrenagens.

Módulo (m): é a relação entre o diâmetro primitivo e o número de dentes da engrenagem. Este conceito é utilizado para definir engrenagens no SI, enquanto que no padrão britânico é o diametral pitch.¹

$$m = \frac{d}{Z} \quad (10.1)$$

Ângulo de pressão (α): é o ângulo entre a linha de ação e um segmento de reta normal à linha que une os centros das duas engrenagens. É também o mesmo ângulo que se forma entre o raio de base e o raio primitivo da engrenagem.

Ângulo de Aproximação (ϕ_a): é o ângulo de que gira um dos elementos, a partir do instante em que se inicia o contato até o instante em que o contato ocorre sobre a linha de centros.

Ângulo de Afastamento ou de Separação (ϕ_s): é o ângulo descrito por um dos elementos, a partir do instante em que o contato ocorre sobre a linha de centros até o momento em que esse cessar.

Passo primitivo (p): é a distância na direção do perímetro da engrenagem que une dois pontos no círculo primitivo da engrenagem em um mesmo flanco em dentes adjacentes.

$$p = \frac{\pi \cdot d}{Z} \quad (10.2)$$

Passo de base (p_b): é a distância na direção do perímetro da engrenagem que une dois pontos no círculo de base da engrenagem em um mesmo flanco em dentes adjacentes.

A relação entre o passo primitivo e o passo de base é dada por:

$$p_b = p \cos \alpha \quad (10.3)$$

Distância entre centros (a): é a distância entre o centro dos eixos das duas engrenagens que transmitem torque entre si.

10.3 Engrenamento

Para que seja possível duas engrenagens trabalharem juntas, é necessário estabelecer uma condição de engrenamento, que pode ser entendida como o passo. Ou seja, no ponto de contato primitivo, o deslocamento no comprimento do arco das duas engrenagens deve ser igual. Para que isso ocorra, a condição necessária é que as duas engrenagens tenham o mesmo passo, ou seja, se a distância entre os dentes sucessivos é igual para ambas, será possível o seu engrenamento. Assim, podemos admitir que para engrenar as engrenagens (1) e (2), é necessário:

$$p_1 = p_2 \quad (10.4)$$

Das equações 10.1 e 10.2, podemos deduzir que existe uma relação entre passo e módulo, dada como:

$$p = m\pi \quad (10.5)$$

¹Valores normalizados, determinados pela norma DIN 708 podem ser vistos no anexo G, figura G.1

Substituindo agora esta equação na equação 10.4, concluímos que:

$$m_1 = m_2 \quad (10.6)$$

Ou seja, só é possível o engrenamento de duas engrenagens quando ambas tiverem o mesmo módulo.²

Uma vez que as duas engrenagens podem ser engrenadas, podemos determinar a relação de transmissão entre elas que pode ser deduzido a partir da equação 10.6. Como elas tem o mesmo módulo, e este é uma relação entre o diâmetro e o número de dentes (equação 10.1) temos:

$$\frac{d_1}{Z_1} = \frac{d_2}{Z_2} \quad (10.7)$$

Rearranjando a equação 10.7, teremos:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (10.8)$$

Ou seja, a relação entre diâmetros é constante e igual a relação entre os dentes de uma engrenagem, o que nos leva a:

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (10.9)$$

Das equações 10.5 e 10.1 podemos deduzir que:

$$r = \frac{mZ}{2} \quad (10.10)$$

E assim, reescrevendo a equação 10.9, teremos:

$$i = \frac{r_2}{r_1} \quad (10.11)$$

Admitindo agora que a velocidade tangencial no ponto de engrenamento é igual para ambas as engrenagens, teremos:

$$i = \frac{r_2}{r_1} \frac{V}{V} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (10.12)$$

Da mesma forma podemos relacionar o torque e a partir destas condições determinar os valores para a engrenagem 1 e 2 do par.

Outro importante fator a ser considerado no projeto de engrenagens é a razão de condução. Este conceito, tenta demonstrar o número de dentes que simultaneamente estão transmitindo o movimento e o torque em cada instante. Quanto maior este valor, mais suave será a transmissão, muito embora ocorrerá uma maior perda por atrito. Se este valor é pequeno, a transmissão é mais susceptível a impactos, que geram por sua vez ruídos.

Uma alta razão de condução sugere também uma menor carga de flexão no pé do dente, ao passo em que um valor baixo aumenta esta efeito.

Para definirmos o que é razão de condução, precisamos primeiramente determinar o comprimento da linha de contato, que é a linha que une o ponto onde ocorre o início do contato entre os dentes, passa pelo ponto primitivo de contato e termina no ponto onde os dentes se separam, como pode ser visto na figura 10.2.

²No modelo de cálculo utilizando normas inglesas, este conceito é relacionado ao *diametral pitch*

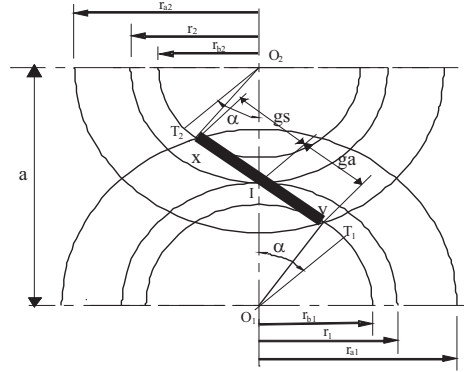


Figura 10.2: Linha de ação em destaque na figura.

O comprimento da linha de contato (g_α) pode ser determinado a partir da relação entre triângulos mostrado na figura 10.2. Neste caso teremos:

$$g_\alpha = \overline{XY} = \overline{XI} + \overline{YI} \quad (10.13)$$

Podemos reescrever a equação 10.13 por sua vez como:

$$g_\alpha = \overline{XI} + \overline{YI} = (\overline{XT_1} - \overline{IT_1}) + (\overline{YT_2} - \overline{IT_2}) \quad (10.14)$$

Da figura 10.2 nós podemos deduzir que:

$$\begin{aligned} \overline{XT_1} &= \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} & \overline{IT_1} &= r_1 \sen \alpha \\ \overline{YT_2} &= \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} & \overline{IT_2} &= r_2 \sen \alpha \end{aligned}$$

Colocando estes valores na equação 10.14, teremos que

$$g_\alpha = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2) \sen \alpha \quad (10.15)$$

Admitindo que no raio de base temos um dente a cada comprimento de passo de base (p_b), a razão de condução será dada por:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b} = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \sen \alpha}{p_b} \quad (10.16)$$

Para engrenagens cilíndricas de dentes retos adota-se geralmente valores da ordem de 1,4 a 1,8 [36]. Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais tem valores maiores pois o contato ocorre mais cedo em função do ângulo de hélice, como será visto mais a frente.

10.4 Interferência e recorte do pé do dente

Sabemos que para termos o perfil conjugado utilizaremos uma curva chamada curva evolvental para gerar o perfil dos dentes. Esta curva, mostrada na figura 10.3 tem algumas características importantes:

- Qualquer geratriz da evolvente é tangente ao círculo de base.

- Evolventes com circunferência de base iguais são iguais.
- A forma da evolvente depende apenas da circunferência de base.
- Se as circunferências de base forem diferentes a diferença entre as evolventes será puramente escalar.
- Se uma evolvente gira a uma velocidade angular constante, ela transmitirá movimento angular a uma taxa constante à outra evolvente em contato, para qualquer distância entre as circunferências de base.
- A relação de transmissão depende apenas das circunferências de base.
- A interseção da tangente comum com a linha de distância entre centros das duas circunferências de base estabelece os raios primitivos das circunferências primitivas.
- Os diâmetros primitivos das evolventes em contato são diretamente proporcionais às circunferências de base.
- O ângulo de pressão de duas evolventes agindo em conjunto é o ângulo entre a tangente comum às circunferências de base e a linha perpendicular à sua linha de centros comum.
- A forma da cremalheira básica da evolvente é uma linha reta, visto que seu raio tende ao infinito. O ângulo de pressão de uma evolvente agindo contra essa cremalheira é o ângulo entre a linha de ação e a linha que representa a direção na qual a cremalheira se move.

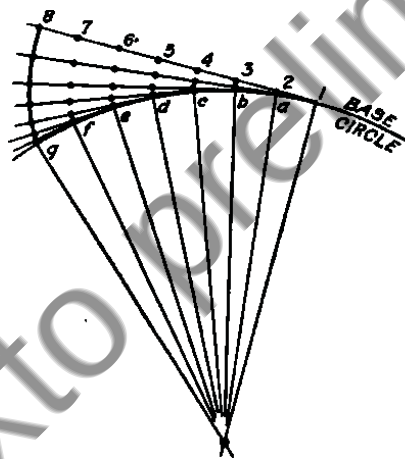


Figura 10.3: Curva evolvente.

Além disso, a evolvente é gerada a partir de uma circunferência chamada de circunferência de base que não precisa necessariamente ser menor que a circunferência de dedendo ou de pé de dente da engrenagem. Como a evolvente não é definida para o espaço interior à circunferência de base, o que acontece abaixo deste valor não depende do projeto da engrenagem mas sim do processo de fabricação, o que leva a duas condições diferentes, por geração de evolvente ou sem geração.

No caso de geração de evolvente, o processo de usinagem é realizado a partir de uma fresa módulo ou de uma cremalheira, conforme mostrado nas figuras 10.4.a e 10.4.b. Neste caso, o movimento coordenado de peça e ferramenta gera a linha evolvental que determina o perfil do dente.



(a)



(b)

Figura 10.4: Geração de evolvente por usinagem por fresa módulo (a) e por cremalheira (b).

Outros processos de fabricação podem ser utilizados como as engrenagens usinadas por fresa de topo (figura 10.5.a) ou de plástico injetado (figura 10.5.b). Nestes casos a curva não é gerada mas sim interpolada pela máquina que a produz.



(a)



(b)

Figura 10.5: Engrenagens usinadas (a) e por plástico injetado (b).

Para os casos onde há geração da evolvente, se o raio de base for maior do que o raio de dedendo da engrenagem poderemos ter o problema chamado de recorte no pé do dente. Isto acontece por que a ferramenta tem que criar um espaço na peça usinada para sair, como pode ser visto na figura 10.6.

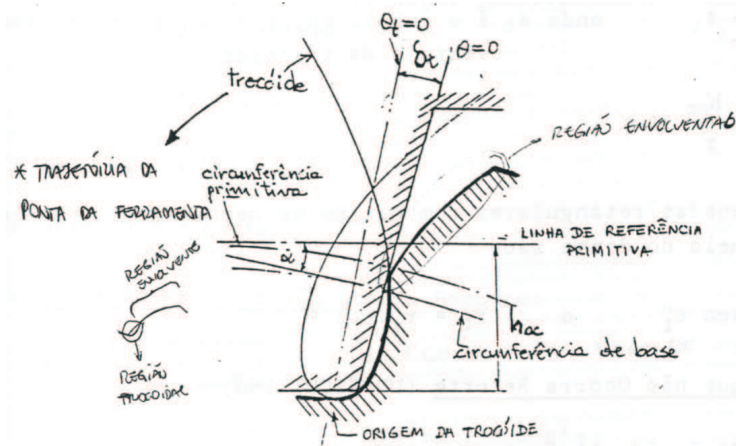


Figura 10.6: Recorte no pé do dente.

Nos casos onde não há geração de evolvente, podemos ter o problema de interferência, principalmente se a curva evolvental for prolongada abaixo da linha de base. Neste caso, ao realizar a montagem, surge o acavalamiento das engrenagens, ou seja a largura do dente de uma é maior do que o vazio entre os dentes da outra. Desta forma que não será possível montá-las na distância definida em projeto.

Uma maneira de resolver este problema é utilizar uma técnica chamada de deslocamento de perfil, onde se desloca a fresa de um valor definido em função do módulo (m) em relação a linha de base, como mostrado na figura 10.7, o que será abordado na próxima seção.

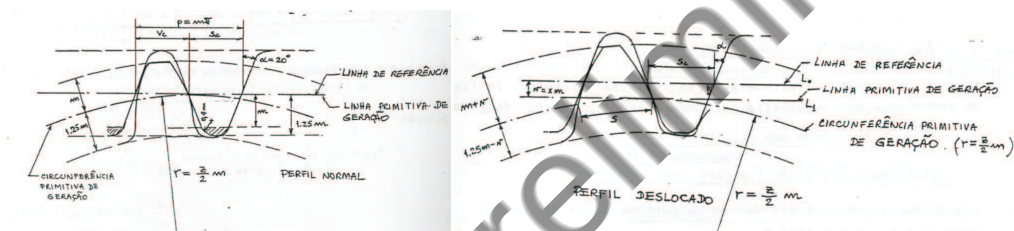


Figura 10.7: Afastamento da ferramenta na geração de engrenagens.

10.5 Deslocamento de perfil

Conforme pode ser observado pela figura 10.6, durante a geração do perfil de evolvente do dente de uma engrenagem, a ferramenta de geração faz um movimento na peça de forma que gere o desenho do perfil do dente. Entretanto, se a ferramenta adentrar na engrenagem, ou seja, se o seu adendo ultrapassar o raio de base da engrenagem, teremos um problema. Como a evolvente surge a partir do raio de base, ela não é definida abaixo dele, gerando uma curvatura diferente, diminuindo a espessura no pé do dente.

Esta curva é chamada de recorte do dente e tem como principal problema a diminuição da resistência no pé do dente. Isto fica claro ao fazermos a analogia de que um dente de uma engrenagem quando transmite torque, é similar a uma viga engastada com um carregamento em sua ponta livre. Como há redução da seção transversal na base, há uma redução da resistência à flexão do dente.

Cabe aqui comentar que no processo de geração, este recorte permite que o pinhão e a coroa possam engrenar sem problemas, o que não acontece em outras forma de fabricação de engrenagens. Se por exemplo as engrenagens forem construídas por corte em chapa, o recorte não ocorre, o que acarretará em uma interferência entre o flanco do dente da coroa e do pinhão.

Uma forma de eliminar este problema é a utilização de uma técnica de modificação do raio de adendo e dedendo chamado de deslocamento de perfil. Trata-se na verdade de um reposicionamento da ferramenta de forma que a sua linha de referência não seja mais tangente ao diâmetro primitivo da engrenagem a ser construída.

O afastamento mostrado na figura 10.7 será chamado de v , e pode ser dado como:

$$v = x.m \quad (10.17)$$

Dado que x é o fator de afastamento (adimensional) e m o módulo da ferramenta de geração. Assim, estaremos sempre nos referenciando ao módulo, de forma que possamos utilizar ferramentas normalizadas no processo.

Adota-se por convenção afastamento positivo quando este se dá no sentido do centro para fora da engrenagem e negativo quando o contrário. Deve-se observar que o deslocamento do perfil não altera o diâmetro primitivo de projeto ³, apenas os raios de adendo e dedendo é que são alterados, em função da modificação da altura de adendo, que passa a ser dada como:

$$h_a = m + v = m(1 + x) \quad (10.18)$$

E a altura de dedendo que passa a ser:

$$h_f = m(1 + c) - v = m(1 + c - x) \quad (10.19)$$

Ambos os valores são medidos em relação ao referencial que é o diâmetro primitivo de projeto.

Condição para não haver recorte no dente

A principal condição para verificar a inexistência de recorte do dente parte da representação da figura 10.7. Imaginando que a cremalheira mostrada na parte superior do desenho não possa recortar a engrenagem representada pelo raio de base, devemos dizer que dado um ângulo de pressão (α) teremos como o número mínimo de dentes sem recorte ⁴:

$$Z_{min} = \frac{2K}{\text{sen}^2 \alpha} \quad (10.20)$$

Dado que $K = 1 + c$. Assim, do valor do módulo (eq. 10.1) podemos reescrever a equação 10.20 como:

$$\frac{2r}{m} = \frac{2K}{\text{sen}^2 \alpha} \quad (10.21)$$

Isolando o módulo na equação 10.21, teremos:

$$m = \frac{r \text{sen}^2 \alpha}{K} \quad (10.22)$$

Como o módulo da cremalheira é o mesmo da engrenagem, teremos para esta que a altura de adendo será:

$$h_{ac} = K m \quad (10.23)$$

Igualando as duas equações (10.22 e 10.23) teremos que a condição mínima para não haver recorte é:

$$h_{ac} \geq r \text{sen}^2 \alpha \quad (10.24)$$

³ No Engrenamento Vê, que será visto na seção 10.6, ocorre o surgimento de um diâmetro primitivo de operação, em função do módulo de operação da engrenagem, que por sua vez é diferente do diâmetro de projeto, dado pela relação entre módulo e número de dentes. O engrenamento Vê é o único caso onde isto ocorre.

⁴A dedução desta equação está no anexo H à página 401

e assim, para que não tenhamos recorte, é necessário um deslocamento v dado pela diferença da equação 10.24.

$$v = h_{ac} - r \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (10.25)$$

Substituindo os valores de h_{ac} (eq. 10.24) e sabendo que $r = mZ/2$ e que $v = xm$ temos que o fator mínimo de deslocamento para evitar a presença de recorte, dada a condição da equação 10.20 é:

$$x_{min} = K - \frac{Z}{2} \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (10.26)$$

A equação 10.26 é uma referência para o projetista na tomada de decisão de quanto de afastamento deve ser dado. Observe que neste caso o afastamento de perfil esta sendo utilizado para eliminar recorte. Caso o objetivo seja outro, como por exemplo melhorar a qualidade de transmissão do movimento, a função objetivo passa a ser outra e a equação 10.26 perde o seu sentido.

Em sua obra, Henriot [24] apresenta um passo a passo para a escolha dos valores de fator de deslocamento para as engrenagens. Para tal ele determina um fator lambda (λ) que determina em termos percentuais. Uma boa referência da mesma obra é a mostrada na figura 10.8, que estabelece faixas de escolha do fator de deslocamento em relação ao número de dentes e da aplicação.

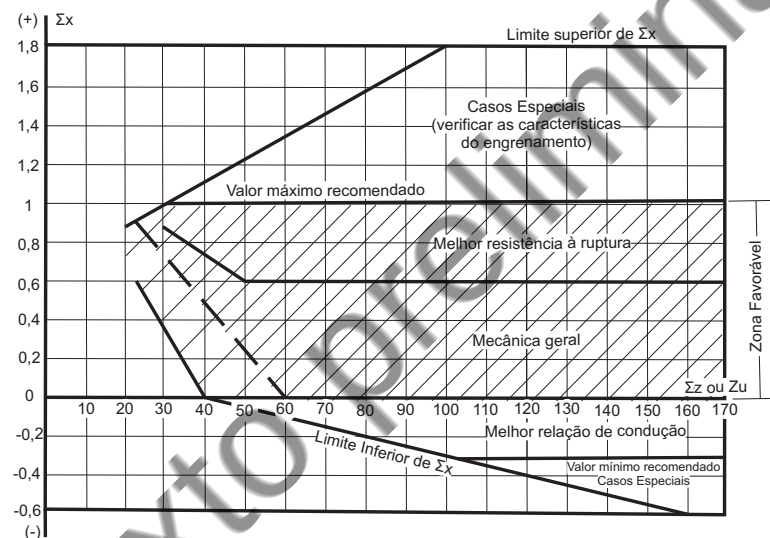


Figura 10.8: Gráfico de referência para escolha de fatores de deslocamento. (Fonte:[24])

10.6 Tipos de engrenamentos

Basicamente teremos para um par de engrenagens três tipos possíveis de engrenamentos, o engrenamento **Zero**, o **Vê-Zero** e o **Vê**, diferentes entre si apenas no tocante ao deslocamento de perfil. A partir deste momento, é necessário introduzir o conceito de propriedades de projeto e de propriedades de montagem.

As propriedades de projeto são dadas pelas características da ferramenta, tais como módulo, ângulo de pressão, etc. Ao aplicarmos o afastamento de perfil, veremos que esses valores não são mantidos em alguns casos, gerando novos que chamaremos de propriedades de montagem, como será demonstrado na sequência.

Engrenamento Zero

No engrenamento Zero não há deslocamento de perfil, ou seja a linha de referência (linha primitiva da fresa por exemplo) é posicionada tangencialmente ao diâmetro primitivo da engrenagem a ser usinada, e assim as variáveis de montagem são iguais as variáveis de projeto. Em outras palavras, o engrenamento zero é tal que $v = 0$.

Sabendo que a distância entre os centros das engrenagens é dado pela soma dos raios primitivos, podemos dizer que:

$$a = r_1 + r_2 \quad (10.27)$$

Substituindo em 10.27 o valor do raio dado como:

$$r = mZ/2 \quad (10.28)$$

Teremos:

$$a = \frac{m_1 Z_1}{2} + \frac{m_2 Z_2}{2} \quad (10.29)$$

Lembrando que para ser possível o engrenamento, $m_1 = m_2$ e assim, a equação 10.29 pode ser reescrita como:

$$a = m \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \quad (10.30)$$

Como os deslocamentos são nulos, $x_1 = x_2 = 0$ e os valores de altura de adendo e dedendo passam a ser:

$$h_{a1} = m \quad h_{f1} = (1 + c)m \quad (10.31)$$

$$h_{a2} = m \quad h_{f2} = (1 + c)m \quad (10.32)$$

Entre as vantagens deste engrenamento, é possível fabricar as engrenagens não somente com fresas módulo e por cremalheira, mas também por todos os outros processos de fabricação, além dos métodos de geração (já que não possui deslocamento de perfil). Outro ponto importante é que as engrenagens zero são facilmente intercambiáveis e de baixo custo. São na verdade engrenagens que se compra por catálogo.

Já como desvantagens, podemos dizer que não é possível a obtenção de qualquer distância entre centros pré fixada, uma vez que o número de dentes é definido pela relação de transmissão e o módulo é normalizado. Engrenagens com número de dentes inferior ao valor estipulado pela equação 10.20 sempre terão recorte se feitos por geração, o que acarreta em menor resistência mecânica, como será visto mais a frente neste capítulo. Caso estas engrenagens sejam fabricados por outros processos que não de geração, haverá problemas de interferência quando entrarem em operação ou no momento da montagem.

Engrenamento Vê Zero

O engrenamento Vê Zero surge como uma solução para engrenamentos Zero onde haja recorte da engrenagem menor, ou seja, se definirmos um par com engrenamento zero e avaliarmos que o número mínimo de dentes para não haver recorte é superior a uma das engrenagens, este tipo de engrenamento resolve o problema.

O engrenamento Vê Zero é um engrenamento dito de deslocamento simétrico, ou seja, o tanto que se desloca em uma engrenagem o é o inverso na outra e desta forma, podemos dizer que:

$$x_1 = -x_2 \quad (10.33)$$

Em função da sua simetria, a distância entre os eixos (a) permanece inalterada. Veja porquê! A largura de um dente pode ser calculado por meio da equação:

$$s = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (10.34)$$

Assim para as duas engrenagens teremos:

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (10.35)$$

Como o passo será a soma da largura dos dois dentes, ou seja:

$$p = s_1 + s_2 \quad (10.36)$$

$$= m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) + m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha \right)$$

$$p = m (\pi + 2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha) \quad (10.37)$$

Aplicando a equação 10.33 na equação 10.37, teremos:

$$p = s_1 + s_2 = m (\pi + 2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha) \quad (10.38)$$

$$p = \pi m$$

Ou seja, mesmo com o deslocamento, o passo permanece constante, o que nos faz concluir que o módulo também permanece igual, uma vez que a relação entre os dois é dada por π . Desta forma, como a relação de transmissão não muda, pela equação 10.30, a distância entre centros permanece constante, assim:

$$\begin{aligned} a' &= a \\ m' &= m \\ \alpha' &= \alpha \end{aligned} \quad (10.39)$$

Para ' se referindo aos valores de operação e os demais para o de projeto.

Ou seja, um par de engrenagens com engrenamento Vê Zero é exatamente igual a um par por engrenamento Zero, com a única diferença de que neste caso, pode-se eliminar o problema de recorte de dente. Neste caso, com o deslocamento Vê Zero, as alturas de adendo e dedendo das engrenagens passam a ser:

$$h_{a1} = (1 + x_1)m \quad h_{f1} = (1 + c - x_1)m \quad (10.40)$$

$$h_{a2} = (1 + x_2)m \quad h_{f2} = (1 + c - x_2)m \quad (10.41)$$

Por fim, as vantagens do engrenamento Vê Zero reside em que pinhões com $Z < Z_{min}$ podem ser gerados sem recorte no pé do dente, substituindo com vantagem um engrenamento zero que opere com problemas.

Como desvantagens podemos comentar que as engrenagens deste tipo só podem ser fabricadas por processos de geração (pois possuem deslocamento de perfil), além do que não é possível a obtenção de qualquer distância entre centros que seja pré-fixada, pois $a' = a = m.Z_m$, para $Z_m = (Z_1 + Z_2)/2$.

Engrenamento Vê

O engrenamento Vê é a forma mais sofisticada de criar um par de engrenagens, pois neste caso, $x_1 + x_2 \neq 0$, podendo os deslocamentos assumirem quaisquer valores, inclusive nulo para um deles. Embora sejam possíveis várias combinações de deslocamento de perfis nas duas engrenagens, usualmente se promove o deslocamento positivo apenas na menor, visto que a maior dificilmente terá problema de recorte. Cabe ressaltar que embora matematicamente seja possível qualquer valor para x_1 e x_2 , algumas combinações tornam impossível a fabricação das engrenagens, como no exemplo mostrado na figura 10.9

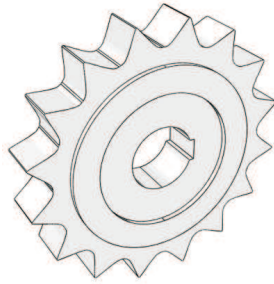


Figura 10.9: Engrenagem com deslocamento de perfil excessivo.

Também vale ressaltar que o engrenamento Zero e o Vê Zero são casos particulares do engrenamento Vê.

Adotaremos na formulação matemática o mesmo raciocínio para o caso de engrenamento Vê Zero, ou seja, a largura do dente para as duas engrenagens será:

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (10.42)$$

Como o passo será a soma da largura dos dois dentes, teremos:

$$\begin{aligned} p &= s_1 + s_2 \\ &= m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) + m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha \right) \end{aligned} \quad (10.43)$$

$$p = m (\pi + 2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha) \quad (10.44)$$

Entretanto como x_1 e x_2 são quaisquer, nós teremos uma nova condição, onde o passo dado pela equação 10.44 não é mais o passo de projeto como anteriormente, ou seja, teremos neste caso:

$$\begin{aligned} a' &\neq a \\ p' &\neq p \\ m' &\neq m \\ \alpha' &\neq \alpha \end{aligned}$$

Precisamos então recalcular esta nova configuração partindo do conceito de largura do dente. Conforme pode ser observado na figura 10.10 teremos:

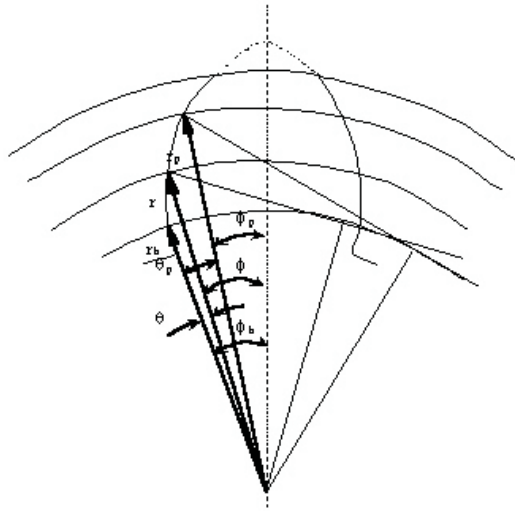


Figura 10.10: Largura dos dentes de uma engrenagem.

Dado que a evolvente de alfa ($ev \alpha$) é dada como:

$$ev \alpha = tg \alpha - \alpha \quad (10.45)$$

O comprimento do dente a uma distância r_ϕ do centro da engrenagem, será dado como:

$$s = r_\phi [s/r + 2ev \alpha] \quad (10.46)$$

Para α o ângulo de pressão, s o comprimento do dente no diâmetro primitivo e r o raio primitivo da engrenagem.

Assim, teremos na operação do engrenamento Vê, o comprimento dos dentes das duas engrenagens dado por:

$$s'_1 = r'_1 \left(\frac{s_1}{r_1} + 2(ev \alpha - ev \alpha') \right) \quad s'_2 = r'_2 \left(\frac{s_2}{r_2} + 2(ev \alpha - ev \alpha') \right) \quad (10.47)$$

para r'_i o raio primitivo de operação e r_i o raio primitivo de projeto da i ésima engrenagem, e α' o ângulo de pressão de operação.

Com isto teremos o novo valor do passo, chamado de passo de operação:

$$p' = s'_1 + s'_2 = m' \pi \quad (10.48)$$

Como estamos nos deslocando na direção do raio, podemos admitir que a relação $m' \cos \alpha' = m \cos \alpha$ é constante, assim, substituindo os valores, teremos:

$$\pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} [\pi + 2(x_1 + x_2)tg \alpha + (Z_1 + Z_2)(ev \alpha - ev \alpha')] \quad (10.49)$$

E para a equação 10.49 ser verdadeira, é necessário que:

$$2(x_1 + x_2)tg \alpha + (Z_1 + Z_2)(ev \alpha - ev \alpha') = 0 \quad (10.50)$$

Que reescrevendo fornece a equação fundamental do engrenamento Vê:

$$ev \alpha' = ev \alpha + 2 \frac{(x_1 + x_2)}{Z_1 + Z_2} tg \alpha \quad (10.51)$$

Assim, definido o valor do novo ângulo de pressão (α'), podemos calcular a nova distância entre centros de operação:

$$a' = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (10.52)$$

Entretanto, este valor não será dado pelo deslocamento do perfil nas duas engrenagens. Se admitirmos que deslocamos positivamente as engrenagens 1 e 2, respectivamente de um fator x_1 e x_2 , podemos dizer que a distância entre os centros após o deslocamento é dada por:

$$\begin{aligned} a_1 &= m \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) + m(x_1 + x_2) \\ a_1 &= a + m(x_1 + x_2) \end{aligned} \quad (10.53)$$

Como não há sentido em que a soma $x_1 + x_2$ seja negativa, teremos sempre $a_1 > a'$, ou seja, uma engrenagem irá entrar dentro da outra em função do deslocamento do perfil. Para resolver isto, promove-se uma correção da altura do adendo da engrenagem, de forma que se crie uma folga no fundo do dente e para tal subtrai-se da equação 10.53 o valor da distância entre centros de operação (eq. 10.52):

$$a_1 - a' = m(x_1 + x_2) - a' + a \quad (10.54)$$

Chamando esta diferença de um fator K e normalizando-a pelo módulo, teremos:

$$K = \frac{a_1 - a'}{m} \quad (10.55)$$

Geralmente se avalia o valor dessa constante a partir de uma outra constante chamada de y , dada como:

$$y = \frac{a' - a}{m} \quad (10.56)$$

Este valor é na verdade a diferença entre a distância de projeto e a de operação, e mede o quanto devemos aproximar ou afastar as engrenagens de forma que seja possível a sua montagem.

Colocando o valor de y (eq. 10.56) na equação 10.55 temos:

$$K = x_1 + x_2 - y \quad (10.57)$$

Sabendo que as alturas de adendo serão corrigidas, teremos para as duas engrenagens os valores:

$$h_{a1} = m(1 + x_1) - Km \quad h_{a2} = m(1 + x_2) - Km \quad (10.58)$$

Substituindo o valor de K (eq. 10.57) nas equações 10.58 teremos:

$$\begin{aligned} h_{a1} &= m(1 + x_1) - (x_1 + x_2 - y)m & h_{a2} &= m(1 + x_2) - (x_1 + x_2 - y)m \\ h_{a1} &= m(1 + x_1 - x_1 - x_2 + y) & h_{a2} &= m(1 + x_2 - x_1 - x_2 + y) \\ h_{a1} &= m(1 - x_2 + y) & h_{a2} &= m(1 - x_1 + y) \end{aligned} \quad (10.59)$$

Como não há correção no dedendo do dente, a sua altura passa a ser calculada da mesma forma que apresentado no engrenamento Vê Zero.

$$h_{f1} = m(1 + c - x_1) \quad h_{f2} = m(1 + c - x_2) \quad (10.60)$$

Observe que o raio primitivo de projeto continua sendo igual ao calculado para um engrenamento Zero, todavia, o novo raio de operação passa a ser:

$$r' = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (10.61)$$

Serão estes novos valores de raios primitivos de operação que gerarão a nova relação de transmissão.

Com relação as vantagens, este é o único tipo de engrenamento que permite variação contínua da distância entre centros de operação, sendo portanto indicado para problemas em que a distância entre centros seja pré-fixada, como em uma caixa de marchas por exemplo.

É possível desenvolver projetos onde se privilegia a capacidade específica de carga, ou a razão de condução ou mesmo visando obter um equilíbrio entre essas duas características de forma que tenhamos pares de engrenagens otimizadas.

Já do ponto de vista de desvantagens, o engrenamento Vê exige pelo menos uma das engrenagens (a menor delas na grande maioria dos casos) com deslocamento de perfil, obrigando portanto a fabricação da mesma por processos de geração.

Exemplo de cálculo de engrenagens para engrenamento Vê

Deve-se projetar um par de engrenagens com uma relação de transmissão igual a 2,350, sabendo que a engrenagem de entrada tem 20 dentes e que a distância entre eixos de operação é de 137 mm. Dado um ângulo de pressão de 20° e uma folga no pé do dente de 0,25, determine os diâmetros das engrenagens para um módulo igual a 4 mm.

Solução

Dos dados do problema, podemos dizer que a engrenagem 2 terá uma quantidade de dentes de:

$$\begin{aligned} Z_2 &= i \cdot Z_1 \\ Z_2 &= 2,350 \cdot 20 \\ Z_2 &= 47 \text{ dentes} \end{aligned}$$

Assim, podemos calcular a distância entre centros de projeto dada como:

$$\begin{aligned} a &= m \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \\ a &= 4 \left(\frac{20 + 47}{2} \right) \\ a &= 134 \text{ mm} \end{aligned}$$

Podemos perceber também que da equação 10.20, o valor mínimo de dentes para que não haja recorte é de $Z_{min} = 22$ dentes, assim, deveremos deslocar o perfil da engrenagem 1. Além disso, a distância entre centros de operação é diferente da distância de projeto, o que nos leva ao cálculo do ângulo de pressão de operação. A partir da equação 10.52, teremos que:

$$\begin{aligned} \alpha' &= \arccos \left[\frac{a}{a'} \cos \alpha \right] \\ \alpha' &= \arccos \left[\frac{134}{137} \cos 20^\circ \right] \\ \alpha' &= 23,2^\circ \end{aligned}$$

Assim, podemos calcular pela equação fundamental do engrenamento Vê (eq. 10.51) o deslocamento de perfil necessário.

$$\begin{aligned}(x_1 + x_2) &= [ev\alpha' - ev\alpha] \frac{Z_1 + Z_2}{2tg \alpha} \\(x_1 + x_2) &= [ev 23,2 - ev 20] \frac{20 + 47}{2tg 20^\circ} \\(x_1 + x_2) &= 0,81\end{aligned}\tag{10.62}$$

Para este caso, o fator y pode ser dado como:

$$\begin{aligned}y &= \frac{a' - a}{m} \\y &= \frac{137 - 134}{4} \\y &= 0,75\end{aligned}$$

Adotando $x_2 = 0$, teremos que as alturas de adendo e dedendo das engrenagens são (pelas equações 10.59 e 10.60) :

$$\begin{aligned}h_{a1} &= m(1 - x_2 + y) & h_{a2} &= m(1 - x_1 + y) \\h_{a1} &= 4(1 - 0 + 0,75) & h_{a2} &= 4(1 - 0,81 + 0,75) \\h_{a1} &= 7 \text{ mm} & h_{a2} &= 3,76 \text{ mm} \\h_{f1} &= m(1 + c - x_1) & h_{f2} &= m(1 + c - x_2) \\h_{f1} &= 4(1 + 0,25 - 0,81) & h_{f2} &= 4(1 + 0,25 - 0) \\h_{f1} &= 1,76 \text{ mm} & h_{f2} &= 5 \text{ mm}\end{aligned}$$

Podemos ver também que a altura dos dois dentes se equiparam a:

$$h_{a1} + h_{f1} = 7 + 1,76 = 8,76 \text{ mm}$$

$$h_{a2} + h_{f2} = 3,76 + 5 = 8,76 \text{ mm}$$

A figura 10.11 mostra a engrenagem sem o deslocamento de perfil (a) e com o deslocamento de perfil (b) para comparação do formato do dente.

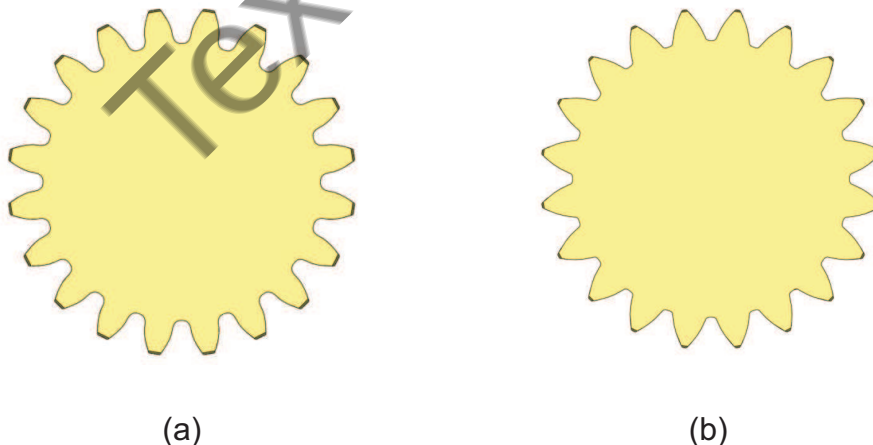


Figura 10.11: Engrenagem do exercício sem deslocamento de perfil (a) e com deslocamento (b).

10.7 Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais

As engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais constituem uma alternativa mais avançada do que as de dentes retos para as transmissões. Elas têm maior capacidade de carga por espaço ocupado. A carga é distribuída mais gradual e uniformemente sobre o dente e seu engrenamento é suave e mais silencioso, condições essas indispensáveis para acionamentos a altas velocidades.

Para o seu estudo, cabe definirmos alguns conceitos básicos, além daqueles que já foram vistos na seção 10.2.

- Passo de Base Transversal (p_{bt}): é o passo medido sobre a superfície cilíndrica de base, no plano transversal.
- Passo de Base Normal (p_{bn}): é o passo medido sobre a superfície cilíndrica de base, no plano normal.
- Passo Primitivo Transversal (p_t): é o passo medido sobre a superfície cilíndrica primitiva, no plano transversal.
- Passo Primitivo Normal (p_n): é o passo medido sobre a superfície cilíndrica primitiva, no plano normal.
- Passo Primitivo Axial (p_a): é o passo medido sobre a superfície cilíndrica primitiva, no plano axial.
- Módulo Transversal (m_t): é o módulo no plano transversal, este módulo define a circunferência primitiva, $m_t = d/z$.
- Módulo Normal (m_n): é o módulo no plano normal, este módulo é o mesmo da fabricação, o mesmo módulo da cremalheira geradora, $m = m_n$.
- Ângulo de Pressão Transversal (α_t): é medido no plano transversal e a função evolvente de um dente helicoidal refere-se a este ângulo.
- Ângulo de Pressão Normal (α_n): é medido no plano normal e é, da mesma forma que o módulo normal, o ângulo da ferramenta geradora, $\alpha = \alpha_n$.

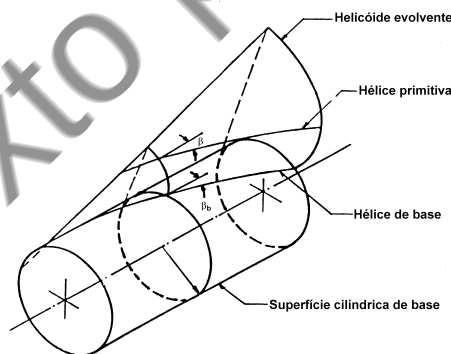


Figura 10.12: Helicoide evolvente.

A superfície lateral dos dentes helicoidais chama-se helicoide evolvente. É formada por evolventes pertencentes ao plano transversal ao eixo da engrenagem e por hélices no sentido longitudinal a este eixo. A interseção do helicoide evolvente por um plano normal ao eixo é um arco de evolvente da circunferência de base de raio r_b . As interseções do helicoide evolvente por superfícies cilíndricas coaxiais são hélices cilíndricas.

Na fabricação e operação de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais devem ser definidos ângulo, passo e módulo tanto no plano transversal da engrenagem quanto no seu plano normal (figura 10.13).

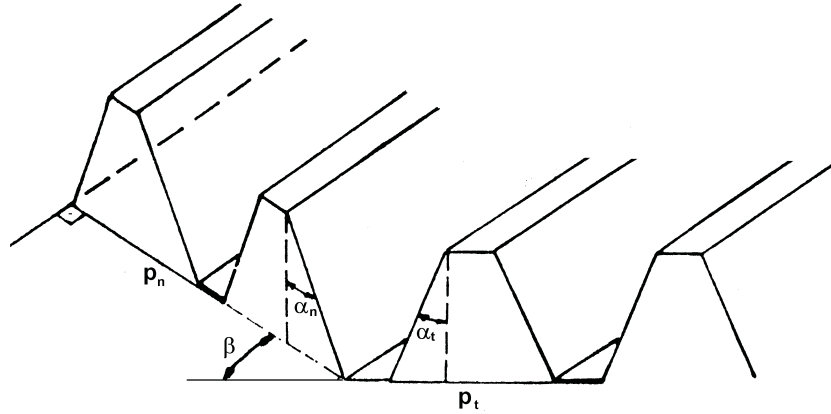


Figura 10.13: Relação entre os planos normal e transversal.

Na figura 10.14 estão representadas as hélices de base e primitiva e seus respectivos ângulos de inclinação β_b e β . É importante observar que o ângulo do helicóide evolvente varia na medida que se desloca sobre a evolvente geradora do perfil do dente ($ev\alpha$).

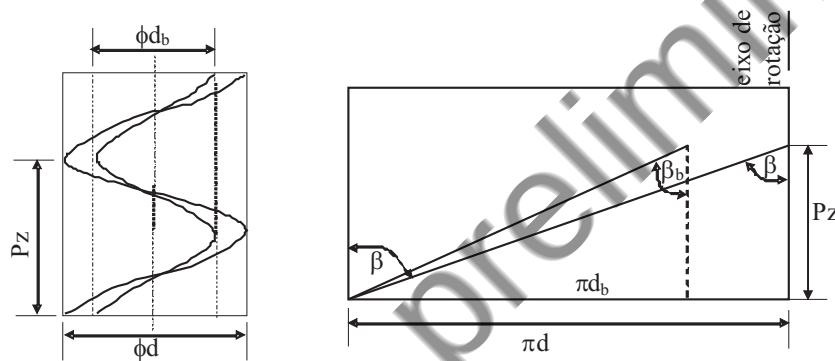


Figura 10.14: Relação entre a hélice de base e a hélice primitiva.

Relação entre a hélice de base e a hélice primitiva

A relação entre o ângulo de hélice de base e o ângulo de hélice primitivo pode ser melhor observada fazendo a planificação do cilindro de base e das hélices como mostra a figura 10.14. Relacionando os ângulos com o perímetro do cilindro e o passo respectivo, tem-se:

$$\operatorname{tg} \beta_b = \frac{\pi d_b}{P_z} \quad (10.63)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\pi d}{p} \quad (10.64)$$

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_b}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{d_b}{d} \quad (10.65)$$

Como $r_b/r = \cos \alpha_t$, teremos:

$$\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha_t \quad (10.66)$$

Para β o ângulo de hélice no cilindro primitivo, β_b o ângulo de hélice no cilindro de base, d o diâmetro primitivo, d_b o diâmetro de base, α_t o ângulo de pressão do engrenamento no plano transversal, no cilindro primitivo.

Relações principais entre os planos normal e transversal.

É difícil determinar estas relações diretamente numa engrenagem circular. Para facilitar o estabelecimento destas relações será utilizada a cremalheira peça padrão apresentada na figura 10.15 e 10.16.

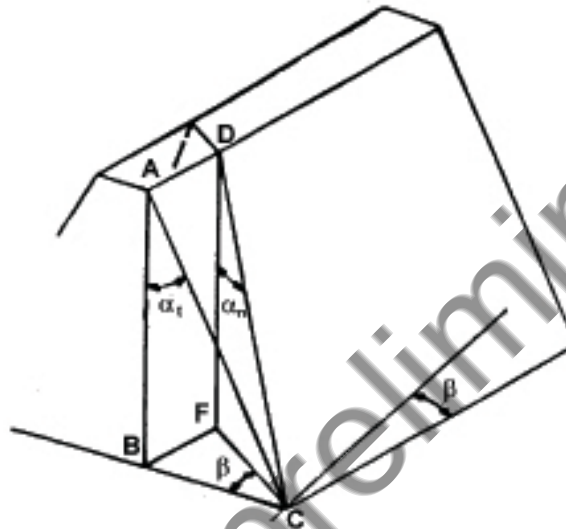


Figura 10.15: Relação entre ângulo de hélice e ângulo de pressão.

Neste caso o ângulo de pressão no plano normal será α_n e:

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad (10.67)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \frac{\overline{FC}}{\overline{DF}} \quad (10.68)$$

$$(10.69)$$

Como $\overline{AB} = \overline{DF}$ e $\overline{FC} = \overline{BC} \cdot \cos \beta$, teremos:

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_t \cdot \cos \beta \quad (10.70)$$

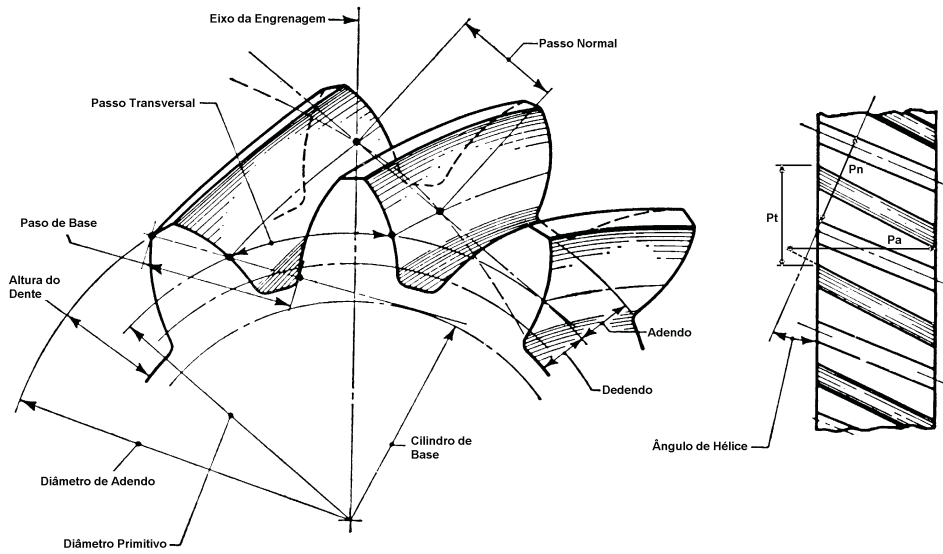


Figura 10.16: Passos da Engrenagem Helicoidal.

Recorre-se novamente à cremalheira do sistema para determinar as relações entre os passos nos vários planos de uma engrenagem helicoidal circular. Da figura 10.16 pode-se verificar as relações:

$$p_n = p_t \cos \beta \quad (10.71)$$

$$p_{bt} = p_t \cos \alpha_t \quad (10.72)$$

$$p_n = p_a \sin \beta \quad (10.73)$$

$$m_n = m_t \cos \beta \quad (10.74)$$

Engrenamento com engrenagens helicoidais

Toma-se como referência o engrenamento Vê com eixos paralelos já que este inclui como casos particulares os engrenamentos Zero e Vê-Zero.

Primeiramente se deduz a equação fundamental do engrenamento Vê para engrenagens de dentes helicoidais. O princípio de dedução é o mesmo que o das engrenagens de dentes retos, observando-se apenas o emprego correto das dimensões nos dois planos, normal e transversal.

Partindo-se das espessuras em um raio qualquer, eq. 10.47:

$$s'_{1t} = r'_{1t} \left[\frac{s_{1t}}{r_{1t}} + 2(ev \alpha_t - ev \alpha'_t) \right] \quad (10.75)$$

$$s'_{2t} = r'_{2t} \left[\frac{s_{2t}}{r_{2t}} + 2(ev \alpha_t - ev \alpha'_t) \right] \quad (10.76)$$

A soma dessas espessuras é por outro lado:

$$s'_{1t} + s'_{2t} = \pi m'_t = \pi m_t \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha'_t} \quad (10.77)$$

As espessuras primitivas com o deslocamento são:

$$s_{1t} = \frac{\pi m_t}{2} + 2x_1 m_n \tan \alpha_t \quad (10.78)$$

$$s_{2t} = \frac{\pi m_t}{2} + 2x_2 m_n \tan \alpha_t \quad (10.79)$$

Para:

$$m_n = m_t \cos \beta \quad (10.80)$$

Somando e expandindo as equações de espessura dos dentes propostas para engrenagens cilíndricas de dentes retos (eq. 10.47), agora aplicando a engrenagens de dentes helicoidais, teremos:

$$s'_{1t} + s'_{2t} = r'_{1t} \frac{s_{1t}}{r_{1t}} + r'_{2t} \frac{s_{2t}}{r_{2t}} + 2(r'_{1t} + r'_{2t})(ev \alpha_t - ev \alpha'_t) \quad (10.81)$$

$$s'_{1t} + s'_{2t} = \frac{m'_t Z_1}{2} \frac{s_{1t}}{\frac{m_t Z_1}{2}} + \frac{m'_t Z_2}{2} \frac{s_{2t}}{\frac{m_t Z_2}{2}} + m'_t \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) 2(ev \alpha_t - ev \alpha'_t) \quad (10.82)$$

$$s'_{1t} + s'_{2t} = \frac{m'_t}{m_t} (s_{1t} + s_{2t}) + m'_t (Z_1 + Z_2)(ev \alpha_t - ev \alpha'_t) \quad (10.83)$$

A espessura dos dentes podem ser descritas como:

$$\frac{m'_t}{m_t} (s_{1t} + s_{2t}) = \frac{m'_t}{m_t} \left[\left(\frac{m_t \pi}{2} + 2x_1 m_t \cos \beta \operatorname{tg} \alpha_t \right) + \left(\frac{m_t \pi}{2} + 2x_2 m_t \cos \beta \operatorname{tg} \alpha_t \right) \right] \quad (10.84)$$

Que leva a:

$$\frac{m'_t}{m_t} (s_{1t} + s_{2t}) = m'_t [\pi + 2(x_1 + x_2) \cos \beta \operatorname{tg} \alpha_t] \quad (10.85)$$

Colocando este valor na equação 10.83, teremos:

$$s'_{1t} + s'_{2t} = \pi m'_t = m'_t \{ [\pi + 2(x_1 + x_2) \cos \beta \operatorname{tg} \alpha_t] + [(Z_1 + Z_2)(ev \alpha_t - ev \alpha'_t)] \} \quad (10.86)$$

Como foi visto no engrenamento Vê, para que a igualdade acima se verifique, a parcela diferente de π que multiplica m'_t deve ser nula, então:

$$2 \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta (x_1 + x_2) + (Z_1 + Z_2)(ev \alpha_t - ev \alpha'_t) = 0 \quad (10.87)$$

$$ev \alpha'_t = ev \alpha_t + \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta (x_1 + x_2)}{Z_1 + Z_2} \quad (10.88)$$

Mas,

$$\operatorname{tg} \alpha_t \cdot \cos \beta = \operatorname{tg} \alpha_n \quad (10.89)$$

E assim, para o engrenamento Vê helicoidal, a equação fundamental passa a ser:

$$ev \alpha'_t = ev \alpha_t + \frac{2(x_1 + x_2)}{Z_1 + Z_2} \operatorname{tg} \alpha_n \quad (10.90)$$

Resolvendo a equação 10.90 para α'_t , determina-se a distância entre centros de operação como:

$$a' = a \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha'_t} \quad (10.91)$$

Para:

$$a = m_t \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \quad (10.92)$$

e

$$\alpha_t = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} \right) \quad (10.93)$$

Por fim, os raios de adendo e dedendo podem ser dados como:

$$r_{a1} = m_n \left(\frac{Z_1}{2 \cos \beta} + 1 - x_2 + y \right) \quad r_{a2} = m_n \left(\frac{Z_2}{2 \cos \beta} + 1 - x_1 + y \right) \quad (10.94)$$

$$r_{f1} = m_n \left(\frac{Z_1}{2 \cos \beta} - 1 - c + x_1 \right) \quad r_{f2} = m_n \left(\frac{Z_2}{2 \cos \beta} - 1 - c + x_2 \right) \quad (10.95)$$

Para y igual ao calculado para engrenagens de dentes retos (equação 10.56 na página 304)

Razão de Condução Transversal e Grau de Recobrimento Axial

Além da razão de condução, já vista no estudo de engrenagens de dentes retos, as engrenagens de dentes helicoidais tem também um valor que indica o grau de recobrimento na direção axial, que neste caso também absorve parte da carga. Assim, teremos para a razão de condução:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_{bt}} = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a' \sin \alpha'_t}{p_{bt}} \quad (10.96)$$

Já o grau de recobrimento axial será dado como:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b}{p_a} = \frac{b \tan \beta}{\pi m_t} \quad (10.97)$$

Recomenda-se que o valor do recobrimento seja maior ou igual a 1 [24].

Exemplo de engrenamento Vê em engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais

Determinar as dimensões geométricas de um par de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais dado que a engrenagem motora tem 19 dentes e a movida 28. O ângulo de pressão normal é de 20° e o de hélice de 30° . Utilizar uma folga de 0.25 no pé do dente para um módulo normal de 4 mm e um deslocamento nulo para a engrenagem 2 dado que a distância entre centros desejada é de 110 mm.

Solução

Podemos começar a resolução deste problema pela distância entre centros de projeto (equação 10.92), todavia, precisamos primeiramente determinar o módulo transversal (equação 10.80):

$$\begin{aligned} m_t &= \frac{m_n}{\cos \beta} \\ m_t &= \frac{4}{\cos 30^\circ} \\ m_t &= 4,62 \text{ mm} \end{aligned}$$

Assim, a distância de projeto passa a ser:

$$\begin{aligned} a &= m_t \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \\ a &= 4,62 \left(\frac{19 + 28}{2} \right) \\ a &= 108,54 \text{ mm} \end{aligned}$$

Observe que o valor de **distância entre os centros é obtida a partir dos dados transversais da engrenagem!**

O próximo passo é a definição do ângulo de pressão transversal de projeto (α_t), que é calculado a partir da equação 10.89, que nos dá:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \arctg\left(\frac{tg \alpha_n}{\cos \beta}\right) \\ \alpha_t &= \arctg\left(\frac{tg 20^\circ}{\cos 30^\circ}\right) \\ \alpha_t &= 22,8^\circ\end{aligned}$$

Com isso podemos utilizar a equação 10.91 para calcular o ângulo de pressão transversal de operação:

$$\begin{aligned}\alpha'_t &= \arccos\left(\frac{a \cos \alpha_t}{a'}\right) \\ \alpha'_t &= \arccos\left(\frac{108,54 \cos 22,8^\circ}{110}\right) \\ \alpha'_t &= 24,5^\circ\end{aligned}$$

Assim, da equação 10.90, podemos determinar o deslocamento de perfil da engrenagem 1, já que se adota $x_2 = 0$. Desta forma,

$$\begin{aligned}x_1 &= (ev \alpha'_t - ev \alpha_t) \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2tg \alpha_n}\right) \\ x_1 &= (0,0281 - 0,0224) \left(\frac{19 + 28}{2tg 20^\circ}\right) \\ x_1 &= 0,37\end{aligned}$$

o fator y é calculado como:

$$\begin{aligned}y &= \frac{a' - a}{m_n} \\ y &= \frac{110 - 108,54}{4} \\ y &= 0,365\end{aligned}$$

E assim, os raios das engrenagens podem ser calculados de acordo com as equações 10.94 e 10.95

$$\begin{aligned}r_{a1} &= m_n \left(\frac{Z_1}{2\cos \beta} + 1 - x_2 + y\right) & r_{a2} &= m_n \left(\frac{Z_2}{2\cos \beta} + 1 - x_1 + y\right) \\ r_{a1} &= 4 \left(\frac{19}{2\cos 30^\circ} + 1 - 0 + 0,365\right) & r_{a2} &= 4 \left(\frac{28}{2\cos 30^\circ} + 1 - 0,37 + 0,365\right) \\ & r_{a1} = 49,33 \text{ mm} & r_{a2} &= 68,64 \text{ mm} \\ r_{f1} &= m_n \left(\frac{Z_1}{2\cos \beta} - 1 - c + x_1\right) & r_{f2} &= m_n \left(\frac{Z_2}{2\cos \beta} - 1 - c + x_2\right) \\ r_{f1} &= 4 \left(\frac{19}{2\cos 30^\circ} - 1 - 0,25 + 0,37\right) & r_{f2} &= 4 \left(\frac{28}{2\cos 30^\circ} - 1 - 0,25 + 0\right) \\ & r_{f1} = 40,36 \text{ mm} & r_{f2} &= 59,66 \text{ mm}\end{aligned}$$

Engrenagens helicoidais cruzadas

São engrenagens helicoidais com uma aplicação específica, quando os eixos engrenados estão em situação de não paralelismo. O caso mais comum do uso de engrenagens deste tipo é no caso de eixos ortogonais, como pode ser observado na figura 10.17.

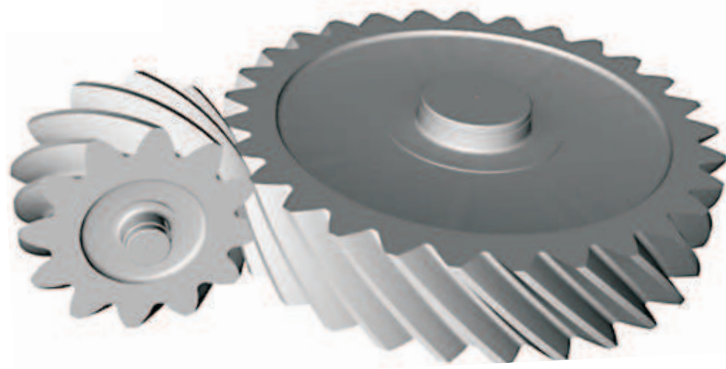


Figura 10.17: Engrenagens helicoidais cruzadas.

Nestes casos as engrenagens tem ângulos de hélice que podem variar entre si, desde que a equação 10.98 seja assegurada:

$$\psi = \beta_1 + \beta_2 \quad (10.98)$$

Para ψ o ângulo entre os eixos e β_1 e β_2 respectivamente o ângulo de hélice das engrenagens 1 e 2.

Vale observar que nestes casos, existe um deslizamento que aumenta com a diferença entre os ângulos de hélice das engrenagens. Como os ângulos de hélice podem ser diferentes, as engrenagens terão apenas o ângulo de pressão normal α_n e o passo normal p_n . Como neste caso os dentes deslizam entre si, a capacidade de carga destas engrenagens é relativamente baixa, chegando no máximo a 400 N de força normal no dente [29].

Também é importante observar que o contato no engrenamento dessas engrenagens passa a ser um ponto, o que eleva as falhas decorrentes de tensão de contato. Uma forma de diminuir sua ocorrência é a adoção de valores maiores de razão de condução, como 2.

10.8 Análise de forças nas engrenagens cilíndricas

Durante a transmissão de potência através de engrenagens, atuam sobre os dentes forças que causarão reações nos mancais e solicitações internas nos dentes, no corpo das rodas, nos eixos, etc.

Analisaremos o caso de engrenagens de dentes helicoidais aplicado a eixos paralelos, pois o caso de engrenagens de dentes retos é um caso particular deste.

Considera-se a força resultante F_n atuando normalmente (à hélice) do dente sobre a superfície cilíndrica primitiva, na direção da linha de ação. A direção da força F_n é obtida pela interseção do plano normal como o plano de ação, podendo ser dada por:

$$\vec{F}_n = \vec{F}_a + \vec{F}_r + \vec{F}_t \quad (10.99)$$

Sabendo que F_a é a força axial que causará esforço axial nos mancais, F_r a força radial que causará flexão dos eixos e reação de cisalhamento nos mancais e F_t a força que efetivamente transmite o torque, além de casuar flexão, cisalhamento e torção nos eixos e mancais.

Esquematicamente a figura 10.18 demonstra a posição das forças em relação ao dente da engrenagem.

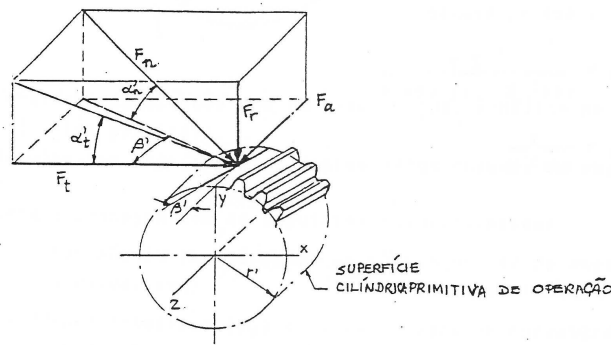


Figura 10.18: Forças atuantes na transmissão de engrenagem.

Da figura 10.18, podemos dizer que a carga radial (F_r) será dada por:

$$F_r = F_t \cdot \tan \alpha'_t \quad (10.100)$$

Dado α'_t o ângulo de pressão transversal de operação. Da mesma forma, para a carga axial:

$$F_a = F_t \cdot \tan \beta' \quad (10.101)$$

Dado que:

$$\tan \beta' = \frac{r'}{r} \tan \beta \quad (10.102)$$

Analiticamente a força resultante, normal ao dente, passa a ser dada por:

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha'_t \cdot \cos \beta'} \quad (10.103)$$

Cabe observar que a carga normal (F_n) será a responsável pela deformação no dente, e que esta força é maior do que por exemplo a força que transmite o torque (F_t)

10.9 Modos de falha de engrenagens

Existem vários tipos de falha que podem ser aplicados às engrenagens, tais como desgaste, arranhões, trincas, fadiga superficial e fadiga por flexão no pé do dente. De todas, as que ocorrem com maior frequência são as duas últimas listadas, que serão estudadas a seguir, separadamente. Apresentamos em nosso texto alguns métodos utilizados no projeto desses elementos, como o método MAAG, ISO e AGMA, que serão explicados na sequência.

Começaremos pelo problema de fadiga superficial, passando depois para o problema de flexão no pé do dente.

Fadiga superficial - Método MAAG

A fadiga superficial é um modo de falha que ocorre a partir do que chamamos de tensão de contato cíclica de Hertz. Hertz estudou este problema e publicou sua pesquisa em 1881, utilizando esferas de raios diferentes sob contato uma com a outra. Hertz percebeu que durante o contato aparem forças dentro dos dois elementos, que causam deformações nas peças, deformação esta que depende da elasticidade do material em contato, ou seja, é função do módulo de elasticidade. Outros elementos que influenciaram na análise de Tensão de contato de Hertz foram a força normal entre as peças e os raios de curvatura de cada uma.

Efetivamente o que ocorre é que a tensão de contato favorece o aparecimento e propagação de trincas muito pequenas, que por sua vez auxiliam na remoção de material da superfície do dente,

ou seja, desgaste superficial. Em um par de engrenagens, este tipo de desgaste ocorrerá primeiramente na engrenagem que tiver maior velocidade angular, pois a frequência de engrenamento de cada dente é maior. Este desgaste é mais perceptível na linha primitiva da engrenagem, pois é lá que ocorre o maior valor de pressão [9].

De acordo com a figura 10.19, podemos induzir o estudo das tensões de contato entre dois cilindros de raios r_1 e r_2 , de comprimento L , ambos sob uma força unitária de compressão F_c .

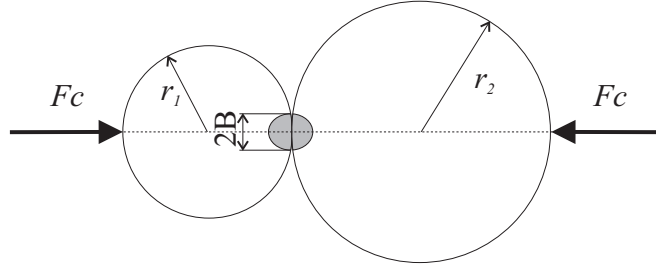


Figura 10.19: Forças unitárias de compressão atuando no contato entre dois cilindros.

Assim, podemos definir que a largura da área de contato será dada como:

$$B = \sqrt{\frac{4F_c (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2}{\pi L \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}} \quad (10.104)$$

E neste caso a tensão máxima de contato será dada como:

$$\sigma_{max} = p_{max} = -\frac{2F_c}{\pi \cdot B \cdot L} \quad (10.105)$$

Aplicando este conceito à superfície dos dentes de uma engrenagem, teremos a tensão de contato de hertz dada por:

$$\sigma_{HB} = \sigma_{max} = \sqrt{\frac{a' \cdot F_t}{b \cdot r'_1 \cdot r'_2} \cdot \frac{E_1 E_2}{\pi (K_1 E_2 + K_2 E_1)} \cdot \frac{2}{\sin 2\alpha'_t} \cdot \frac{\cos \beta_b}{\varepsilon_\alpha}} \quad (10.106)$$

Para a' a distância entre centros de operação, F_t a parcela da força responsável pela transmissão de torque, b a largura das engrenagens, r'_1 o raio primitivo de operação da engrenagem 1, r'_2 o raio primitivo de operação da engrenagem 2, E_1 e E_2 os módulos de elasticidade do material das engrenagens 1 e 2, α'_t o ângulo de pressão transversal de operação ⁵, β_b o ângulo de hélice de base, ε_α a razão de condução da engrenagem e as constantes K_1 e K_2 , que são dadas pelas equações:

$$K_1 = (1 - \nu_1^2) \quad K_2 = (1 - \nu_2^2) \quad (10.107)$$

Para ν_1 e ν_2 os coeficientes de poisson do material das respectivas engrenagens. A equação 10.106 pode ser reescrita como:

$$\sigma_{HB} = \sqrt{y_M \cdot y_E \cdot y_\alpha \cdot y_\varepsilon} \quad (10.108)$$

Dado que:

$$\begin{aligned} y_M &= \frac{a' F_t}{b \cdot r'_1 \cdot r'_2} & y_E &= \frac{E_1 E_2}{\pi (K_1 E_2 + K_2 E_1)} \\ y_\alpha &= \frac{2}{\sin 2\alpha'_t} & y_\varepsilon &= \frac{\cos \beta_b}{\varepsilon_\alpha} \end{aligned}$$

⁵Vale salientar que esta notação serve tanto para engrenagens de dentes retos quanto de dentes helicoidais.

Neste caso, teremos: y_M como fator MAAG, definido pela geometria da engrenagem, y_E como fator de elasticidade do material, y_α o fator de ângulo de pressão e y_ε como o fator das linhas de contato.

Observe que no caso de engrenagens de dentes retos, o ângulo de hélice no diâmetro de base é zero e assim o termo y_ε vai a $1/\varepsilon_\alpha$.

Entretanto, o valor da da tensão dado pela equação 10.106 ou 10.108 é ideal, não considerando problemas e imperfeições de fabricação e de montagem. Desta forma teremos que corrigir os valores utilizando os seguintes fatores:

- K_d - Fator dinâmico, corrige os efeitos dinâmicos devido a possíveis acelerações em função de falhas de engrenamento. Estas falhas de engrenamento sugerem o aparecimento de acelerações, decorrentes da variação da velocidade angular da engrenagem, que acarretem em variações de velocidades de movimentação dos dentes.
- K_e - Fator de distribuição de carga, considera erros na geometria do dente que possam levar a distribuições irregulares de tensão.
- K_s - Fator de serviço, considera efeitos de vibrações torcionais, ou seja, variação da velocidade angular de acionamento das engrenagens, agora não mais em função da geometria, o que já é considerado pelo fator dinâmico, mas sim da natureza da operação.

E a equação 10.108 passa a ser reescrita como:

$$\sigma_{HB} = \sqrt{y_M \cdot y_E \cdot y_\alpha \cdot y_\varepsilon \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_s} \quad (10.109)$$

Os fatores acima listados para cada material são fornecidos no anexo G desta apostila.

Deve-se observar que o limite admissível de tensão de contato para a engrenagem não será o valor tipicamente utilizado em outros elementos, ou seja, a tensão de ruptura (σ_r) ou a tensão limite de escoamento (σ_e). Neste caso, esta tensão é dada em função da dureza do material e será chamada de tensão admissível de Hertz (σ_{Hadm}). Alguns valores são listados na tabela G.6 do anexo G, na página 400.

Fadiga superficial - Método AGMA

O método proposto pela AGMA para projeto com resistência a tensão de Hertz é próxima ao proposto pela MAAG. A tensão devido ao carregamento pode ser calculada pela equação [9]

$$\sigma_{Hz} = C_p \sqrt{\frac{F_t}{b d_1 Y_I}} \quad (10.110)$$

Para C_p o coeficiente elástico dado por:

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (10.111)$$

O Fator geométrico da equação 10.110 será por sua vez dado por:

$$Y_I = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2} \left(\frac{i}{i+1} \right) \quad (10.112)$$

Para α o ângulo de pressão da engrenagem.

Da mesma forma, aplicam-se os fatores dinâmico de distribuição de carga e de serviço vistos anteriormente. Este valor deve ser comparado com o limite

Fadiga superficial - Método ISO

A norma ISO 6336-2 define como calcular a tensão de contato nominal no par de dentes (σ_{H0}), através da equação 10.113

$$\sigma_{H0} = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} \quad (10.113)$$

Dado que Z_H é o fator de curvatura do flanco do dente, Z_E é o fator de elasticidade, Z_ε é o fator de razão de contato, Z_β é o fator de ângulo de hélice, F_t é carga tangencial nominal, d_1 é o diâmetro primitivo do pinhão, b é a largura da engrenagem, e u a relação de transmissão.

Vamos agora pormenorizar cada um destes elementos no sentido de avaliar o efeito da tensão de contato nas engrenagens, começando pelo fator de curvatura Z_H , que leva em consideração a influência da pressão de Hertz sobre a curvatura do dente no ponto de contato. Uma das formas de obtenção deste valor é pelo modelo gráfico, conforme mostrado na figura 10.20.

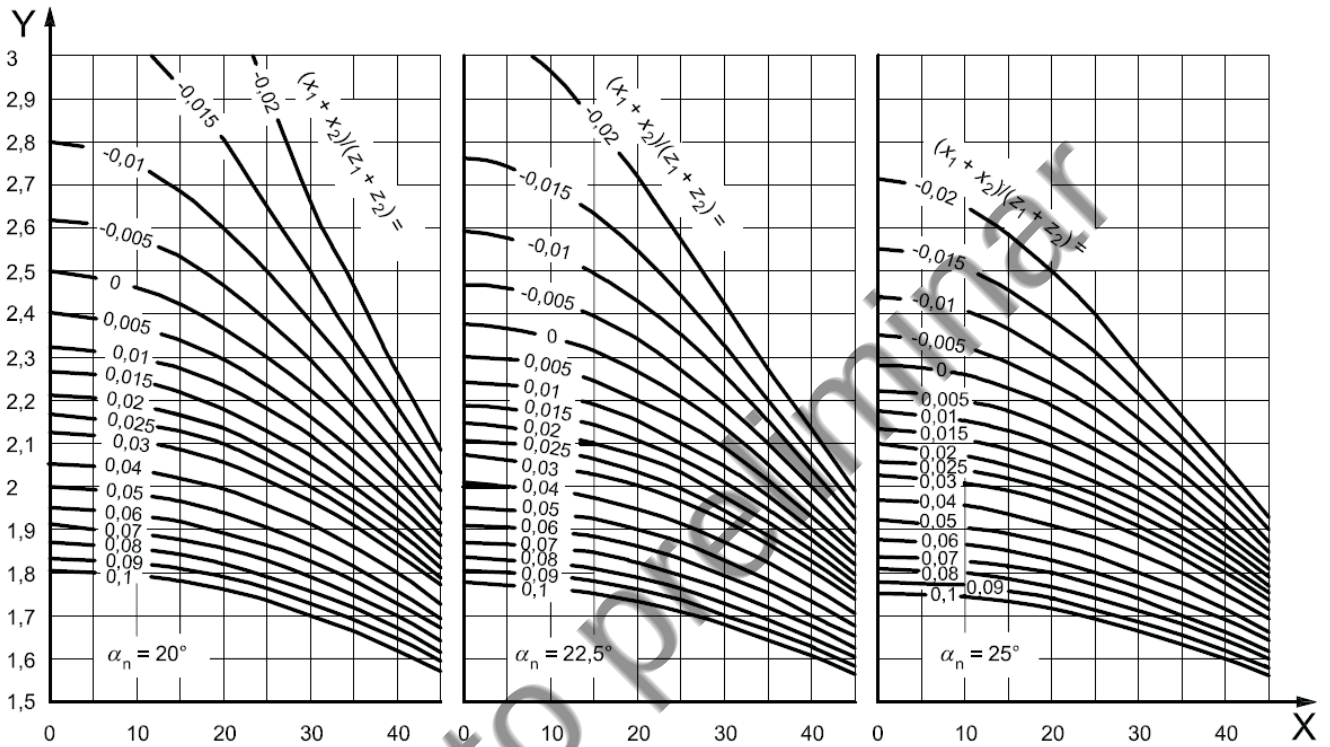


Figura 10.20: Determinação geométrica de Z_H .

Observe que os valores são dados para valores padronizados do ângulo de pressão, 20°, 22,5° e 25°, e as isolinhas são desenhadas a partir da relação: $(x_1 + x_2)/(Z_1 + Z_2)$, ou seja, entre os valores de deslocamento de perfil e do número de dentes do par de engrenagens. O eixo X representa os valores do ângulo de hélice e o eixo Y representa os valores do fator de curvatura.

Existe também o modelo analítico, dado pela equação 10.114

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b \cos \alpha'_t}{\cos^2 \alpha_t \sin \alpha'_t}} \quad (10.114)$$

Para α_t o ângulo de pressão transversal de projeto, α'_t o ângulo de pressão transversal de operação e β_b o ângulo de hélice de base.

O fator de elasticidade é uma relação entre os módulos de elasticidade e os coeficientes de poisson das engrenagens, dado pela equação 10.115

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (10.115)$$

Considerando que os índices 1 e 2 são relativos a engrenagem de entrada e de saída, respectivamente.

O fator de razão de condução Z_ε é calculado pela equação 10.116 para engrenagens cilíndricas de dentes retos:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} \quad (10.116)$$

A norma 6336-2 também recomenda que para engrenagens cilíndricas de dentes retos cuja a razão de condução seja menor que 2, pode-se adotar para este fator o valor 1.

Para engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, o fator de razão de condução pode ser dado como:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad (10.117)$$

Para $\varepsilon_\beta < 1$, ou :

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \quad (10.118)$$

Para $\varepsilon_\beta \geq 1$, lembrando que a razão de cobertura (ε_β) é dada por:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} \quad (10.119)$$

Por último, o fator de hélice (Z_β) é dado pela equação 10.120:

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} \quad (10.120)$$

Com a definição da tensão de nominal de contato do par, podemos agora determinar as tensões de contato nominais no pinhão (σ_{H1}) e na coroa (σ_{H2}), dados respectivamente por:

$$\sigma_{H1} = Z_B \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (10.121)$$

$$\sigma_{H2} = Z_D \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (10.122)$$

Para Z_B o fator de contato do dente do pinhão, Z_D o fator de contato do dente da coroa, K_A o fator de aplicação, K_v o fator dinâmico, $K_{H\beta}$ o fator de carga da face para a tensão de contato, e $K_{H\alpha}$ o fator de carga transversal para tensão de contato.

Os fatores de contato do pinhão e da coroa servem para corrigir a tensão de contato do ponto primitivo de contato para um ponto de início de contato durante a transmissão de movimento. Esses valores são calculados a partir da definição de duas constantes M_1 e M_2 , dadas pelas equações 10.123 e 10.124.

$$M_1 = \frac{\tan \alpha'_t}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \frac{2\pi}{Z_1} \right) \left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{Z_2} \right)}} \quad (10.123)$$

$$M_2 = \frac{\tan \alpha'_t}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \frac{2\pi}{Z_2} \right) \left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{Z_1} \right)}} \quad (10.124)$$

Com os valores calculados pelas equações 10.123 e 10.124, teremos os seguintes valores para Z_B e Z_D .

Para engrenagens de cilíndrica de dentes retos com uma razão de condução maior do que 1:

- Se $M_1 \leq 1$ então $Z_B = 1$.
- Se $M_1 > 1$, então $Z_B = M_1$.
- Se $M_2 \leq 1$ então $Z_D = 1$.
- Se $M_2 > 1$, então $Z_D = M_2$.

Para engrenagens de dentes helicoidais com $\varepsilon_\alpha > 1$ e $\varepsilon_\beta \geq 1$, $Z_B = Z_D = 1$.

A norma também recomenda o valor unitário para Z_D quando as relações de transmissão forem menores do que 1,5.

O fator de aplicação (K_A) considera a variação do torque ao longo do tempo de uso do par de engrenagens, sendo fornecido uma tabela para o seu cálculo que pode ser vista pela tabela G.7 no anexo G à página 400. A norma ISO 6336-6 apresenta uma maneira analítica de calcular este valor, o que foge o escopo deste trabalho.

O fator dinâmico K_v é de complexa avaliação e considera como variável principal o chamada razão total ε_γ , que é a soma da razão de condução com o grau de recobrimento, ou seja:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (10.125)$$

Existem três métodos indicados para avaliação deste coeficiente, sendo o método B parte analítico, parte gráfico. Neste caso o valor de K_v será função de sete diferentes constantes, C_{v1} , C_{v2} , C_{v3} , C_{v4} , C_{v5} , C_{v6} e C_{v7} . Estas constantes são usadas de acordo com a velocidade de trabalho das engrenagens de tal forma que se utilize como base a razão de ressonância (N) e o limite inferior da razão (N_S). Estes valores são calculados como:

$$N = \frac{n_1 \pi Z_1}{30.000} \sqrt{\frac{m_{red}}{c_{\gamma\alpha}}} \quad (10.126)$$

Dado que n_1 é em rotações por minuto, $c_{\gamma\alpha}$ é chamado de valor médio da rigidez de malha por largura nominal unitária e pode ser determinado de acordo com o mostrado no anexo H, m_{red} é a massa reduzida do par de engrenagens e pode ser deduzida pela equação:

$$m_{red} = \frac{\pi}{8} \left(\frac{d_{m1}}{d_{b1}} \right)^2 \frac{d_{m1}^2}{\frac{1}{(1-q_1^4)\rho_1} + \frac{1}{(1-q_2^4)\rho_2 u^2}} \quad (10.127)$$

Para d_{b1} o diâmetro de base da engrenagem e,

$$d_{m1} = \frac{d_{a1} + d_{f1}}{2} \quad d_{m2} = \frac{d_{a2} + d_{f2}}{2} \quad (10.128)$$

$$q_1 = \frac{d_{i1}}{d_{m1}} \quad q_2 = \frac{d_{i1}}{d_{m2}} \quad (10.129)$$

Os valores para as equações 10.127, 10.128 e 10.129, podem ser visualizados na figura 10.21.

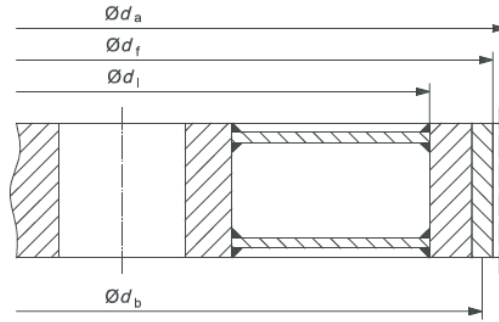


Figura 10.21: Diâmetros para avaliação da massa reduzida da engrenagem. Fonte [27]

O valor do razão de ressonância nos permite determinar o funcionamento da engrenagem com relação a operação na faixa da frequência natural assim, podemos observar três diferentes modos de operação.

- $N < 1$: significa dizer que estamos na faixa subcrítica. Neste caso a ressonância pode existir se se a frequência dos dentes coincidir com $N = 1/2$ ou $N = 1/3$. Nestes casos, se a carga específica, dada como $(F_t K_A)/b < 50 \text{ N/mm}$, existe um risco de vibração.
- $N = 1$: Neste caso estamos na faixa principal de ressonância e **este tipo de operação deve ser evitado**.
- $N > 1$: Esta é a faixa supercrítica, e ressonâncias ocorrem em $N = 2, 3, \dots$, entretanto as amplitudes de vibração serão pequenas. Em uma avaliação da ligação eixo/engrenagem, deve-se verificar a frequência crítica e a de operação, devendo-se evitar situações quando estas forem muito próximas.

Estas faixas podem ser visualizadas no gráfico da figura 10.22, onde o eixo **Y** representa a razão de ressonância (N) e o eixo **X** a carga específica $(F_t K_A)/b$ em N/mm .

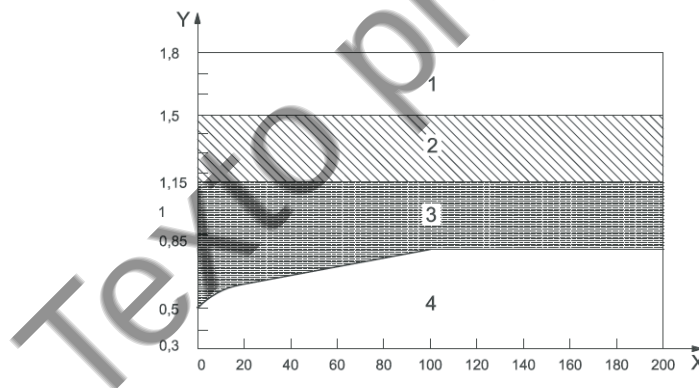


Figura 10.22: Regiões de ressonância das engrenagens. Fonte [27]

Podemos observar quatro diferentes regiões na figura 10.22: a **região 1**, chamada de supercrítica, a **região 2**, chamada de intermediária, a **região 3** chamada de faixa principal de ressonância e a **região 4** que é considerada a região subcrítica.

Se estivermos trabalhando na faixa subcrítica ($N < 1$), o cálculo do fator dinâmico se dará pela equação:

$$K_v = N [(C_{V1} B_p) + (C_{V2} B_f) + (C_{V3} B_k)] + 1 \quad (10.130)$$

Dado que:

$$B_p = B_f = \frac{C_M C_R C_B \cos \beta f_{eff}}{q' K_A (F_t/b)} \quad (10.131)$$

$$B_k = \left| 1 - \frac{C_a C_M C_R C_B \cos \beta}{K_A (F_t/b)} \right| \quad (10.132)$$

Os valores de f_{eff} são apresentados na tabela G.8 do anexo G. O valor de C_a , é um valor aproximado de largura do contato entre os dentes no engrenamento e pode ser obtido graficamente pela figura 10.23.

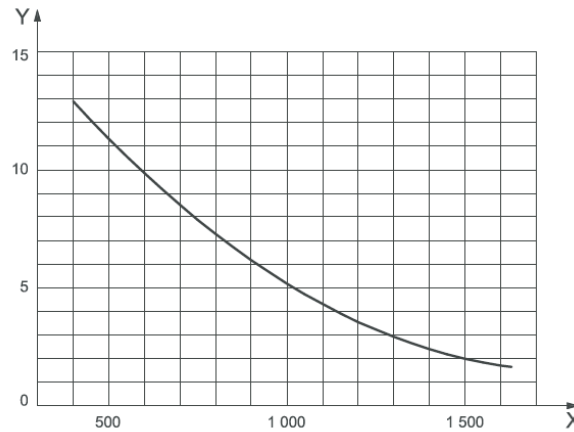


Figura 10.23: Valor de C_a dada a tensão limite de Hertz . Fonte [27]

Seguindo a figura 10.23 o eixo X representa a máxima tensão permitida de Hertz (N/mm^2) para o material e o eixo Y o valor aproximado de C_a . Importante observar que se o material do pinhão e da coroa são diferentes, o valor de C_a deve ser dado como:

$$C_a = \frac{C_{a1} + C_{a2}}{2} \quad (10.133)$$

os valores dos coeficientes da equação 10.130 são dados em função da razão total ε_γ , conforme mostrado na tabela 10.1

Tabela 10.1: Valores dos coeficientes para o cálculo de K_V (Fonte: [27]).

Coeficiente	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 2$	$\varepsilon_\gamma > 2$
C_{v1}	0,32	0,32
C_{v2}	0,34	$\frac{0,57}{\varepsilon_\gamma - 0,3}$
C_{v3}	0,23	$\frac{0,096}{\varepsilon_\gamma - 1,56}$

Valor de tensão máxima permitida de Hertz podem ser obtidas na Tabela 1 da norma ISO 6336-5.

A norma ISO 6336-1 apresenta o cálculo para o fator dinâmico nas regiões principal de ressonância e supercrítica, ambas não abordadas neste material.

O fator de carga da face $K_{H\beta}$ leva em consideração imperfeições no processo de fabricação da engrenagem, que possam gerar diferentes distribuições de carregamento sobre a face dos dentes.

Este fator é influenciado:

- pela precisão do fabricante do dente;
- pelo alinhamento dos eixos de rotação entre as engrenagens engrenadas;

- c) pela deflexão elástica das engrenagens, eixos, mancais, etc.
- d) pela folga nos mancais,
- e) pela tensão de Hertz e deformação devido a flexão
- f) pelas deformações térmicas, entre outras.

Por sua vez, o fator de carga transversal $K_{H\alpha}$ considera que a distribuição de carga transversal entre pares de engrenagens, ou entre dentes que trabalhem simultaneamente não é uniforme.

Este fator é definido em função:

- a) de deflexão sob a aplicação da carga;
- b) da modificação do perfil;
- c) da precisão na fabricação do perfil do dente; e
- d) dos efeitos de operação.

Flexão no dente

Outro modo de falha bastante presente nas engrenagens é a falha por flexão no pé do dente, que é um processo de fadiga decorrente da característica cíclica de carregamento. No caso de uma engrenagem em funcionamento, ao engrenar, o dente está sob carregamento, ficando descarregado após o desengrenamento. Podemos fazer uma analogia do dente com uma viga engastada sob flexão cíclica. Considerando que as engrenagens e sua grande maioria sempre giram para um mesmo sentido, e que o carregamento ocorre a cada volta, tem-se um caráter pulsante na carga como pode ser visto pela figura 10.24.

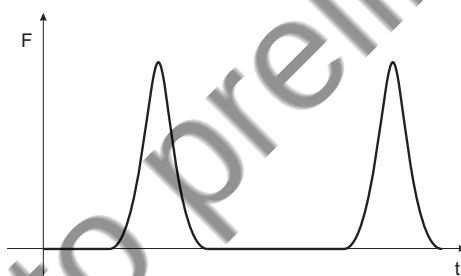


Figura 10.24: Carregamento em um dente de engrenagem.

Analisando agora sob o ponto de vista de tensões, podemos dizer que o seu comportamento será igual ao mostrado na figura 10.24, assim, para uma tensão de fadiga para vida infinita (S_n), teremos a situação mostrada na figura 10.25

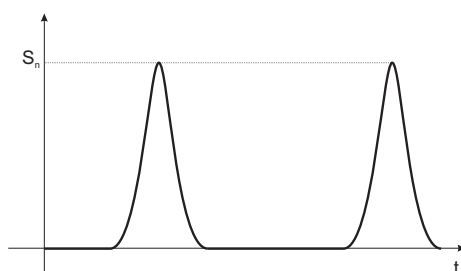


Figura 10.25: Tensões em um dente de engrenagem.

Como se trata de um problema de fadiga, deveremos analisar separadamente a parte do carregamento constante, dito médio e a parte alternante, assim, da figura 10.25, podemos deduzir respectivamente que:

$$\sigma_m = \frac{S_n}{2} \quad \sigma_a = \frac{S_n}{2} \quad (10.134)$$

Interessante observar que em engrenagens intermediárias, como no caso de planetárias ou epicicloidais, os dentes tem carregamento nos dois sentidos e desta forma, o carregamento no caso de tensão de vida infinita passa a ser dado pela figura 10.26.

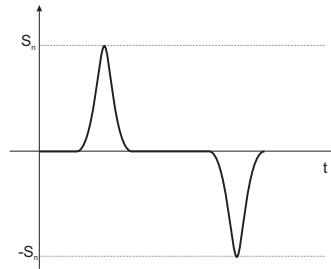


Figura 10.26: Tensões em um dente de engrenagem intermediária.

Neste caso, as tensões médias e alternadas serão:

$$\sigma_m = 0 \quad \sigma_a = S_n \quad (10.135)$$

Utilizando o método de Goodman, podemos construir o diagrama de carregamento para as duas engrenagens, representado pela figura 10.27. Neste caso, o ponto **A** representa a tensão em uma engrenagem intermediária (equações: 10.135) ao passo em que o ponto **B** representa uma engrenagem acionada ou acionadora (equações: 10.134).

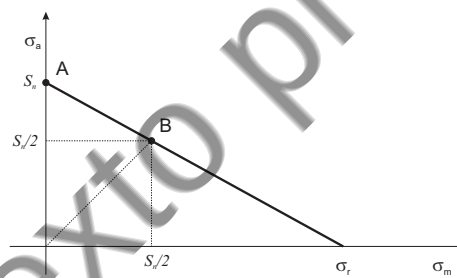


Figura 10.27: Diagrama de Goodman para o problema de engrenagem.

Analisando agora o efeito do coeficiente de segurança para uma engrenagem acionada ou acionadora, baseado na figura 10.27, podemos dizer que desejamos que a engrenagem trabalhe em um estado de tensões dado por $\sigma_{a \max}$ e $\sigma_{m \max}$, respectivamente tensão máxima alternada e tensão máxima média que, de acordo com o mostrado na figura 10.25, leva a:

$$\sigma_{a \max} = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad \sigma_{m \max} = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad (10.136)$$

Desta forma, colocando o estado de tensões no diagrama de Goodman, teremos o que é mostrado na figura 10.28.

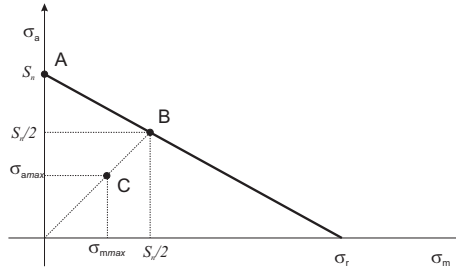


Figura 10.28: Diagrama de Goodman para o problema de engrenagem com o carregamento máximo.

Assim, podemos dizer que o coeficiente de segurança é dado como a relação entre os segmentos de reta $\bar{OB}$ e $\bar{OC}$, o que fornece:

$$n = \frac{\bar{OB}}{\bar{OC}} = \frac{S_n}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2} \sigma_{max}} = \frac{S_n}{2 \sigma_{max}} \quad (10.137)$$

Observe que o mesmo vale para engrenagens intermediárias, ou seja, o coeficiente de segurança é calculado da mesma forma.

Assim, cabe agora determinar o valor da tensão máxima no pé do dente (σ_{max}) que, como já fora comentado, por analogia pode ser modelado como uma viga sob flexão. Apresentaremos três métodos para resolver este problema, por Lewis, o proposto pela AGMA e o proposto pela ISO.

Método de Lewis

Lewis em 1893 propôs para o estudo de engrenagens de dentes retos uma modelagem matemática para resolver o problema de flexão no dente [36, 9]. Assim, partiu de três hipóteses que são:

- a carga normal ao perfil é aplicada no topo do dente;
- há apenas um par de dentes em contato;
- é considerado apenas a flexão no dente.

Seguindo a figura 10.29 podemos definir o que chamamos de parábola de igual resistência, ou seja, de tensão constante, descrita geometricamente. Esta parábola parte da tangente dos raios dos filetes no pé do dente, chegando ao ponto onde o prolongamento da aresta entre o flanco e a adendo do dente corta o eixo central do dente.

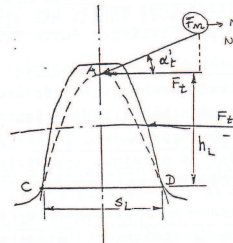


Figura 10.29: Modelagem do dente pelo método de Lewis.

Assim, a tensão de flexão no pé do dente pode ser dada como:

$$\sigma_{Lewis} = \frac{6F_th_L}{bS_L^2} = \frac{F_t}{b.m} \cdot y_L \quad (10.138)$$

Dado que y_L é o fator de Lewis:

$$y_L = \frac{6 \left(\frac{h_L}{m} \right)}{\left(\frac{s_L}{m} \right)^2} = \frac{6h_L m}{s_L^2} \quad (10.139)$$

Os valores para o fator de Lewis para engrenagens com ângulo de pressão igual a 20° podem ser vistos na tabela G.1 do anexo G.

Vale observar que **este modelo é muito simplista** não conseguindo permitir a inclusão de ângulo de hélice, deslocamento de perfil e razão de condução, sendo recomendado apenas para uma primeira aproximação. Mesmo o efeito de concentração de tensões não era conhecido à época em que Lewis formulou seu modelo.

Podemos portanto aplicar o efeito de concentração de tensões a partir da definição do K_t para dentes de engrenagens. A Norma AGMA 908-B89 fornece um valor do fator J, utilizado na determinação do efeito concentração de tensões.

Radzevich [42] sugere o cálculo do coeficiente de concentração de tensões para engrenagens cilíndricas como:

$$\begin{aligned} K_t &= \frac{1}{J} && \text{Engrenagens de dentes retos} \\ K_t &= \frac{\cos\beta}{J} && \text{Engrenagens de dentes helicodais} \end{aligned} \quad (10.140)$$

Com valor de K_t encontrado, podemos avaliar o fator de concentração para fadiga, dado por:

$$K_f = q(K_t - 1) + 1 \quad (10.141)$$

Aplicando agora este valor à equação de Lewis (equação 10.138), teremos:

$$\sigma_{Lewis_K} = K_f \sigma_{Lewis} = K_f \frac{F_t}{b.m} y_L \quad (10.142)$$

Para σ_{Lewis_K} o modelo de Lewis com efeito de concentração de tensões. Todavia, como comentamos, este modelo é bastante simples, requerendo portanto modelos mais apurados que serão apresentados na sequência como o método AGMA, seguindo a escola norte americana, e o método ISO.

Método AGMA

AGMA é o acrônimo para *American Gear Manufacturers Association* e definiu através de sua norma 2001-B88 uma forma de avaliar a tensão no pé do dente partindo de algumas premissas básicas:

- a razão de contato deve estar entre 1 e 2;
- não há interferência nem recorte;
- nenhum dente é pontudo;
- há folga na engrenagem;
- os filetes da raiz são padronizados, e
- as forças de atrito são desprezadas.

Diante destas simplificações a AGMA propõem como cálculo da tensão no pé do dente:

$$\sigma_{bf} = \frac{F_t}{bm'J} \frac{K_s K_e}{K_v} K_S K_B K_I \quad (10.143)$$

Para J o fator geométrico de resistência a flexão determinado pela norma AGMA 908-B89, K_s é o fator de serviço (tabela G.5 do anexo G), K_e é o fator de distribuição de carga (tabela G.4 do anexo G), K_v é chamado de fator dinâmico, K_S o fator de tamanho, K_B o fator de espessura de borda e K_I o fator de ciclo de carga.

Uma aproximação do valor de J pode ser dado pela figura 10.30, em função do número de dentes da engrenagem (eixo X do gráfico) e o número de dentes da engrenagem conduzida (isolinhas).

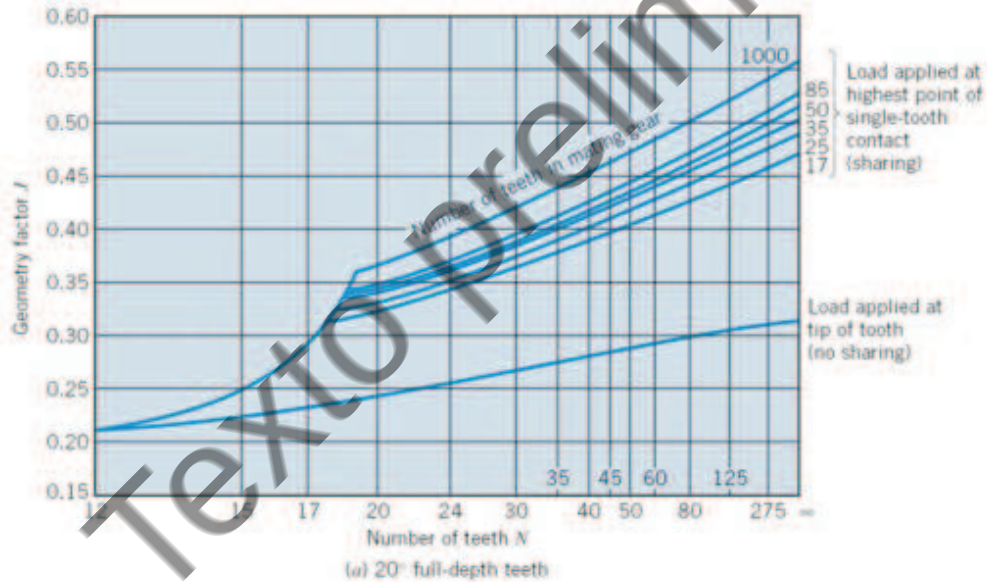


Figura 10.30: Gráfico do fator geométrico de resistência à flexão (J). Fonte [46].

O fator dinâmico (K_v) considera os efeitos decorrentes de impactos entre os dentes das engrenagens em análise. Estes valores são fornecidos por curvas conforme mostradas na figura 10.31, ou empiricamente, como mostrado na equação 10.144.

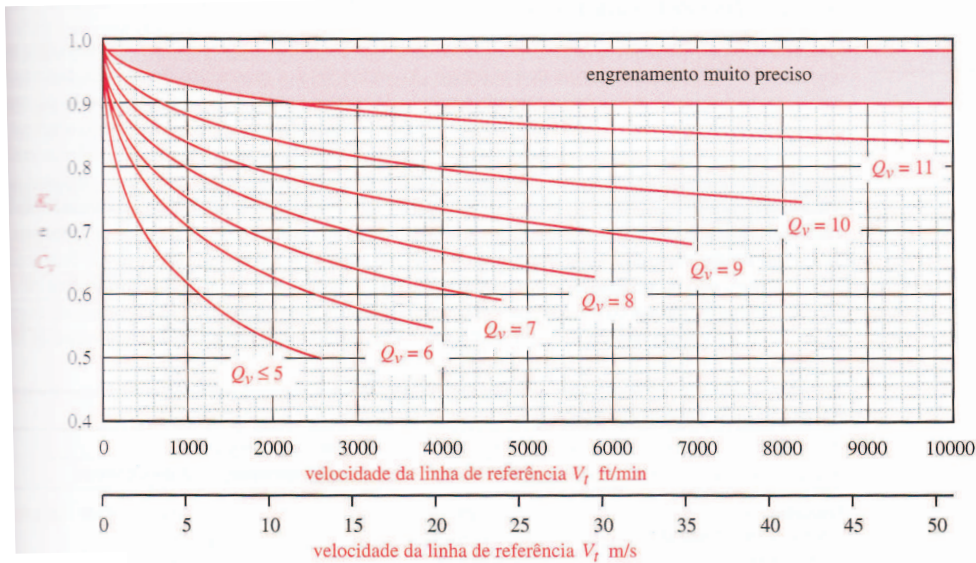


Figura 10.31: Gráfico do fator dinâmico (K_v). Fonte [36].

$$K_v = \left(\frac{A}{A + \sqrt{200V_t}} \right)^B \quad (10.144)$$

Neste caso, as constantes A e B são dadas por:

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} \quad (10.145)$$

Para Q_v o índice de qualidade da engrenagem. Estas equações só são válidas para $Q_v \geq 6$. Para valores menores ou iguais a 5, a equação 10.144 deve ser substituída por:

$$K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{200V_t}} \quad (10.146)$$

O fator de espessura de borda K_B considera o efeito de engrenagens feitas a partir do recorte da parte dentada e é calculado a partir do conceito de fator de recuo (m_B), que é obtido da relação entre altura total do dente (h_t) e a espessura da borda (t_R), como mostrado na figura 10.32.

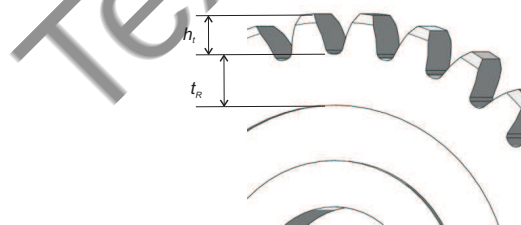


Figura 10.32: Valores para o cálculo do fator de espessura de borda (K_B).

Assim,

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} = \frac{t_R}{h_a + h_f} \quad (10.147)$$

E o valor de K_B pode ser dado como:

$$K_B = -2m_B + 3,4 \quad 0,5 \leq m_B \leq 1,2 \quad (10.148)$$

$$K_B = 1,0 \quad m_B > 1,2 \quad (10.149)$$

Vale observar que não se recomenda fatores de recuo menores do que 0,5 e para engrenagens de disco sólido, ou seja, sem borda, o fator de espessura de borda é utilizado como 1.

O fator de tamanho para o método AGMA (K_S) segue o princípio do fator de tamanho estudado para eixos (seção 2.7). Como ainda não há uma padronização de valores, a AGMA recomenda que se utilize o valor unitário. Para aumento do conservadorismo do projeto, adota-se os valores de 1,25 ou mesmo 1,5.

O fator de ciclo de carga (K_I) usualmente recebe dois valores: Adota-se ele igual a 1 para engrenagens que trabalham nos dois sentidos, ou seja, tem aplicação de torque nos dois sentidos, e 1,4 para engrenagens que operam em apenas um sentido de rotação.

Método ISO

O método ISO para projeto de engrenagens utilizando como parâmetro a tensão de flexão no pé do dente é determinada pela norma ISO 6336-3 de 2006.

Basicamente a norma define como tensão máxima de flexão no pé do dente o valor:

$$\sigma_F = \sigma_{F0} K_A K_v K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad (10.150)$$

Para σ_F o valor admissível para tensão de flexão no pé do dente, K_A o fator de aplicação (determinado pela ISO 6336-6)⁶, K_v o fator interno dinâmico (definido pela ISO 6336-1), é função dos efeitos do grau de precisão do dente em relação a velocidade e carga, sendo portanto influenciado pelo projeto e pela fabricação. A determinação do seu valor é mostrado na seção sobre tensão superficial, seção 10.9, à página 318. $K_{F\beta}$ é o fator de carga na face, que considera a não uniformidade da superfície do dente (definido pela ISO 6336-1) e demonstrado na seção H.5, do anexo H, à página 401. $K_{F\alpha}$ é o fator de carga transversal na face, similar ao $K_{F\beta}$ mas na direção transversal para engrenagens helicoidais (definido também pela ISO 6336-1) e demonstrado na seção ??, do anexo H, à página ?? σ_{F0} a tensão de flexão no pé do dente para um torque estático nominal, admitindo um contato livre de erros entre os dentes do par de engrenagens, conforme a equação 10.151:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{bm_n} Y_F Y_S Y_\beta Y_B Y_{DT} \quad (10.151)$$

Para F_t a carga tangente nominal, que produz efetivamente o torque, b a largura da engrenagem, m_n o módulo na direção normal, Y_F o fator de forma, Y_S o fator de correção de tensão, Y_β o fator de ângulo de hélice, Y_B o fator de espessura do aro e Y_{DT} o fator de profundidade do dente.

A norma define dois métodos para determinação dessa tensão, o **Método A**, que deve ser utilizado em apenas casos especiais e o **Método B**, de uso mais geral.

O Método A parte dos valores da curva S-N para pares de engrenagens similares às engrenagens em questão, necessitando portanto da construção de protótipos para ensaio em diferentes condições de uso. Como é necessário traçar o diagrama tensão vida, torna-se um processo muito dispendioso, sendo utilizado apenas em casos onde os custos justifiquem seu emprego.

Já o Método B, de uso geral, é baseado na hipóteses da aplicação da carga no ponto mais externo de contato entre dois dentes de uma engrenagem e será aqui abordado por ser mais prático e aplicável de maneira geral.

⁶ Alguns valores sugeridos pela norma podem ser encontrados na tabela 9.5, no apêndice G, página 271.

O fator de forma Y_F pode ser calculado de acordo com o que é apresentado no apêndice H.2. O fator de correção de tensão no dente Y_S pode ser calculado seguindo os passos no apêndice H.3, na página 405.

O fator de ângulo de hélice Y_β pode ser avaliado graficamente de acordo com a figura 10.33, onde as isolinhas são dadas pela razão de recobrimento.

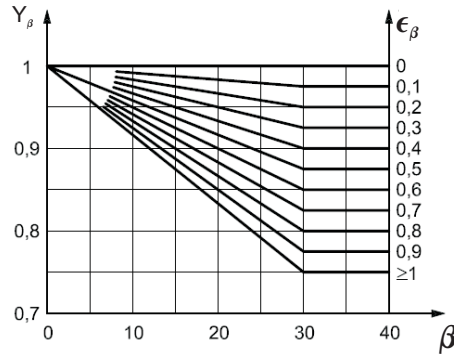


Figura 10.33: Valores do fator de ângulo de hélice [28].

De forma analítica, o fator de ângulo de hélice pode também ser obtido pela expressão:

$$Y_\beta = (1 - \varepsilon_\beta) \frac{\beta}{120^\circ} \quad (10.152)$$

Para o ângulo de hélice β dado em graus!

O fator de espessura do aro Y_B é dado pela figura 10.34

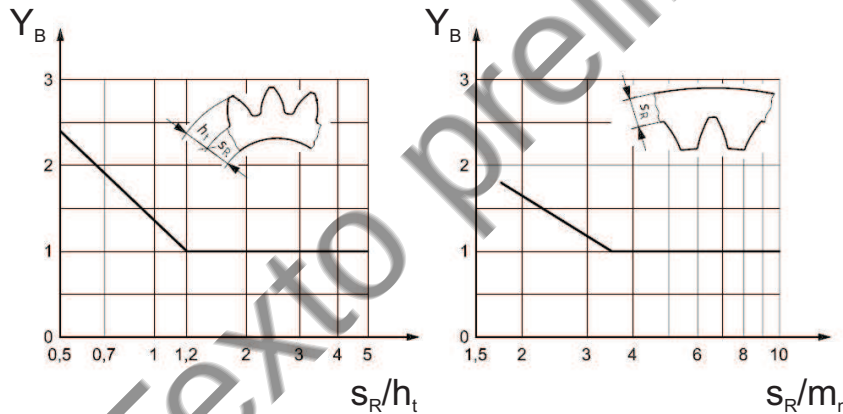


Figura 10.34: Fator de espessura do aro para engrenagens de dentes externos e internos [28].

Da mesma forma, analiticamente o valor do fator de espessura pode ser dado de acordo com os seguintes valores. Para **engrenagens de dentes externos**, dada a altura do dente como h_t e a espessura do aro s_R , temos:

$$\begin{aligned} s_R/h_t \geq 1,2 & \quad \text{então} \quad Y_B = 1,0 \\ 0,5 < s_R/h_t < 1,2 & \quad \text{então} \quad Y_B = 1,6 \ln \left(2,242 \frac{h_t}{s_R} \right) \end{aligned}$$

A norma recomenda que valores de $s_R/h_t \leq 0,5$ devem ser evitados.

Da mesma forma para **engrenagens de dentes internos**, o módulo normal como m_n e a espessura do aro s_R , temos:

$$\begin{aligned} s_r/m_n \geq 3,5 \quad &\text{então} \quad Y_B = 1,0 \\ 1,75 < s_r/h_t < 3,5 \quad &\text{então} \quad Y_B = 1,15 \ln \left(8,324 \frac{m_n}{s_R} \right) \end{aligned}$$

Aqui também sugere-se que valores de $s_r/m_n \leq 1,75$ devem ser evitados.

O fator de profundidade do dente Y_{DT} é utilizado para corrigir a distribuição da carga ao longo da linha de contato e será igual a 1 para qualquer engrenagem com qualidade igual ou superior a 4. Para as demais, o valor a ser utilizado na definição do fator de profundidade é a razão de condução para uma engrenagem virtual equivalente $\varepsilon_{\alpha n}$. da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha n} \leq 2,05 \quad &\text{então} \quad Y_{DT} = 1,0 \\ 2,05 < \varepsilon_{\alpha n} \leq 2,5 \quad &\text{então} \quad Y_{DT} = -0,666\varepsilon_{\alpha n} + 2,366 \\ \varepsilon_{\alpha n} > 2,5 \quad &\text{então} \quad Y_{DT} = 0,7 \end{aligned}$$

A razão de condução para uma engrenagem virtual equivalente se aplica especificamente para engrenagens de dentes helicoidais, e pode ser calculado como :

$$\varepsilon_{\alpha n} = \frac{\varepsilon_{\alpha}}{\cos^2 \beta_b} \quad (10.153)$$

dado que ε_{α} é a razão de condução e β_b o ângulo de hélice de base da engrenagem, que é zero para engrenagens de dente reto.

Determinação do limite de flexão no pé do dente

A tensão admissível de flexão no pé do dente (σ_{FP}) é calculado no método B por meio da equação:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta rel T} Y_{R rel T} Y_X \quad (10.154)$$

Para σ_{Flim} o valor nominal de referência do ensaio de engrenagens (conforme ISO 6336-5), que por sua vez é função do material, do tratamento térmico e da rugosidade da superfície; Y_{ST} o fator de correção de tensão; Y_{NT} o fator de vida; S_{Fmin} é o fator de segurança mínimo requerido no projeto; $Y_{\delta rel T}$ é o fator de sensibilidade ao entalhe relativo a engrenagem de teste; $Y_{R rel T}$ é o fator de superfície relativo ao da engrenagem de teste e Y_X o fator de tamanho.

O valor nominal de referência (σ_{Flim}), é determinado pelo Norma ISO 6336-5, através da fórmula:

$$\sigma_{Flim} = Ax + B \quad (10.155)$$

Para x a dureza Brinell (HBW) ou Vickers (HV), A e B constantes dadas pela norma. A tabela G.8 apresenta alguns valores. ⁷

⁷Para outros valores, consultar a norma específica.

Tabela 10.2: Valores para o cálculo da tensão nominal de referência para fadiga (σ_{Flim}).

Tipo de material	Qualidade	A	B	Dureza
Aço Forjado Normalizado baixo carbono	ML/MQ	0,455	69	HBW
	ME	0,386	147	
Aço fundido	ML/MQ	0,313	62	HBW
	ME	0,254	137	
Ferro Fundido Nodular	ML/MQ	0,350	119	HBW
	ME	0,380	134	
Ferro Fundido Cinzento	ML/MQ	0,256	8	HBW
	ME	0,200	53	
Aço liga forjado	ML	0,423	104	HV
	MQ	0,425	187	
	ME	0,358	231	

O fator de correção de tensão (Y_{ST}) é recomendado assumir o valor de 2. O fator de vida (Y_{NT}) é influenciado por diferentes fatores, que são:

- material e tratamento térmico;
- número de ciclos de carga;
- critério de falha;
- suavidade de funcionamento requerida;
- pureza do material da engrenagem;
- ductilidade do material, e
- tensão residual.

A Norma ISO 6336-3 estabelece um modelo gráfico para avaliar o fator de vida, como mostrado na figura 10.35, dado que a linha 1 é para aço liga, carbono e ferros fundidos, 2 para aço forjado endurecido, 3 para Aço forjado nitretado e 4 para aço forjado endurecido por nitreto. a norma sugere valor do fator de vida igual a 1 para ciclos de vida maiores do que 3×10^6 ciclos.

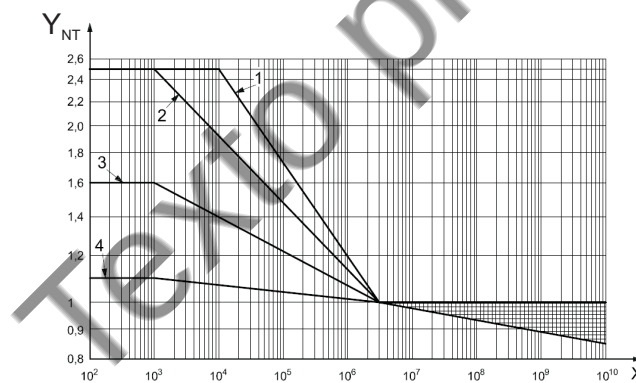


Figura 10.35: Valores do fator de vida em função do material e do número de ciclos.

O fator de sensibilidade ao entalhe relativo a engrenagem de teste ($Y_{\delta rel T}$) pode ser definido analiticamente pela equação 10.156 para aços com o patamar de escoamento bem definido.

$$Y_{\delta rel T} = \frac{1 + 0,93(Y_S - 1) \sqrt[4]{\frac{200}{\sigma_e}}}{1 + 0,93 \sqrt[4]{\frac{200}{\sigma_e}}} \quad (10.156)$$

Para Ferros fundidos e aços cujo patamar é definido a partir da deformação de 0,2% utiliza-se a 10.157.

$$Y_{\delta rel T} = \frac{1 + 0,82(Y_S - 1)\sqrt[4]{\frac{300}{\sigma_{0,2}}}}{1 + 0,82\sqrt[4]{\frac{300}{\sigma_{0,2}}}} \quad (10.157)$$

Para σ_e a tensão de escoamento do material, $\sigma_{0,2}$ a tensão de escoamento a partir de uma deformação de 0,2%, e Y_S o fator de correção de tensão é calculado a partir do equacionamento no apêndice H.3 na página 405.

O fator de superfície relativo ao da engrenagem de teste Y_{RelT} é função direta da rugosidade e do material da engrenagem. A norma determina o uso dos seguintes valores:

Para rugosidade de até $1 \mu m$:

- $Y_{RelT} = 1,12$ para Ferros Fundidos
- $Y_{RelT} = 1,07$ para Aços

Para rugosidade de $1 \mu m$ até $40 \mu m$:

- $Y_{RelT} = 1,674 - 0,529(R_z + 1)^{0,1}$ para Ferros Fundidos
- $Y_{RelT} = 5,306 - 4,203(R_z + 1)^{0,005}$ para Aços

O fator de tamanho Y_X pode ser definido pela figura 10.36

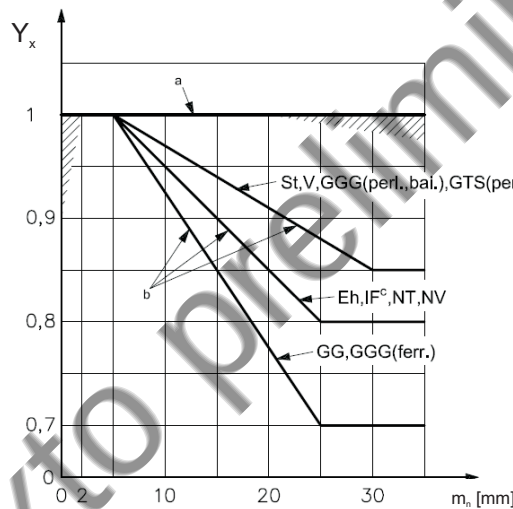


Figura 10.36: Valores do fator de tamanho em função do módulo normal da engrenagem (m_n).

No gráfico a linha St representa aços, carbono, aços forjados e endurecidos e ferro fundido nodular. A linha GG representa ferro fundido cinzento e a linha Eh os aços nitretados.

Por fim o valor de S_{Fmin} representa o coeficiente de segurança a ser utilizado, cujos valores não são explicitamente recomendados pela norma.

Deve-se no entanto considerar os seguintes pontos na determinação do coeficiente de segurança:

- a) a confiabilidade dos dados do material;
- b) a confiabilidade dos valores de carga calculados;
- c) variações na geometria da engrenagem em função das tolerâncias de fabricação;

- d) variações de alinhamento;
- e) variações no material devido ao processo de fabricação, como por exemplo tratamentos térmicos;
- f) variações devido a lubrificação e manutenção das engrenagens durante a vida.

Por fim, podemos avaliar o coeficiente de segurança de cada engrenagem do par através da equação:

$$\xi_F = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_F} \quad (10.158)$$

Para σ_F o valor admissível para tensão de flexão no pé do dente dada pela equação 10.150, ao passo em que a tensão limite no pé do dente (σ_{FP}) será dada pela equação 10.154.

Método MAAG

O método ISO ou MAAG é um método similar aos outros dois apresentados, sendo mais próximo ao método AGMA, ou seja, fornece valores mais precisos do que método de Lewis. É definido pela norma ISO 6336 e tem sofrido constante atualização.

Neste modelo a tensão no pé do dente será dada pela fórmula:

$$\sigma_{nom} = \frac{F_t}{bm_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon Y_\beta \quad (10.159)$$

Para F_t a carga nominal tangencial no diâmetro primitivo, b a largura dos dentes, m_n o módulo normal, Y_{Fa} o fator de forma, Y_{Sa} o fator de concentração de tensões, Y_ϵ o fator de condução e Y_β o fator de inclinação.

O fator de forma Y_{Fa} leva em consideração os aspectos de projeto dos dentes, assim, dada a figura 10.37, podemos admitir que:

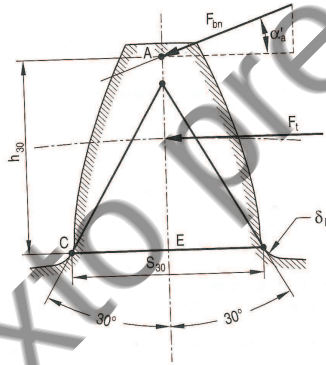


Figura 10.37: Valores do dente para o modelo ISO.

$$Y_{Fa} = \frac{6h_{30} m_0}{s_{30}^2} \quad (10.160)$$

Trata-se portanto de um modelo geométrico puro, ou seja, é necessário ter o desenho do dente para se determinar o valor das componentes da equação. Neste caso, a distância h_{30} é determinada a partir da intersecção de um triângulo de ângulo interno de 60° com a resta do dente e o ponto A, da parábola de igual resistência, como demonstrado no modelo de Lewis.

Já o fator de concentração de tensões (Y_{Sa}), pode ser expresso pela equação:

$$Y_{Sa} = (1,2 + 0,13L_a) q_s^{\left(\frac{1}{1,21+2,3L_a}\right)} \quad (10.161)$$

Para $L_a = s_{30}/h_{30}$ e $q_s = s_{30}/2\rho_f$, dado que ρ_f é o raio de arredondamento no pé do dente.

O fator de condução Y_ε corrige o modelo de forma que a carga transversal seja suportada por mais de um dente, de forma que considere o valor da razão de condução (ε_α), sendo portanto calculado a partir de:

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_\alpha} \quad (10.162)$$

O fator de inclinação (Y_β) é considerado para engrenagens helicoidais. Este valor considera que os dentes das engrenagens conseguem distribuir o carregamento, sendo muito similar na compreensão com relação ao fator de condução, assim, a norma ISO 6336 determina que para dentes retos ($\beta = 0^\circ$) deve-se adotar o valor unitário ao passo em que:

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{120} \quad 0^\circ < \beta \leq 30^\circ \quad (10.163)$$

$$Y_\beta = 1 - 0,25\varepsilon_\beta \quad \beta > 30^\circ \quad (10.164)$$

$$(10.165)$$

10.10 Potência transmitida em engrenagens

Costuma-se adotar o conceito de potência transmitida pelas engrenagens como forma de avaliar a capacidade de uma transmissão. Para tal, deve-se primeiramente avaliar a velocidade tangencial da engrenagem no seu diâmetro primitivo, que é dada por:

$$V = \frac{\pi d n}{60.000} \quad (10.166)$$

Para d o diâmetro primitivo em milímetros, e n a rotação em rpm.

Sabendo que a força transversal na engrenagem será dada como:

$$F_t = F \cdot \cos\alpha' = \frac{2T}{d} \quad (10.167)$$

Dado que α' é o ângulo de pressão de operação da engrenagem, a potência transmitida será dada como:

$$W = F_t V = \frac{\pi T n}{30.000} \quad (10.168)$$

Para T em Newton vezes metro e n em rpm.

10.11 Recomendações de projeto

Baseado nas normas, algumas recomendações de projetos são sugeridas na literatura como por exemplo para o fator MAAG (y_M), como mostrado na tabela 10.3.

Tabela 10.3: Valores recomendados para o fator MAAG y_M em função da aplicação e do material.

Material - Dureza		y_M [kg/mm^2]
Pinhão	Coroa	
Dureza ≈ 180 HB		0,10
Dureza ≈ 210 HB	Dureza ≈ 180 HB	0,12 a 0,15
	Dureza $\approx 270-320$ HB	0,22
58 a 60 Rockwell C	Dureza $\approx 360-400$ HB	0,40
	58 Rockwell C	0,80

Pré-dimensionamento baseado no colapso por fadiga superficial

Geralmente os dados de projeto fornecidos, para o início dos cálculos, são o torque, a rotação da máquina e a relação de transmissão do engrenamento mais dados sobre as condições envolvidas e desejadas. Se no projeto o módulo ou o diâmetro for decidido do nada, um alto grau de iteração pode vir a ocorrer, por isso um pré-dimensionamento se faz necessário. Quando a dureza é inferior a 350 HB os colapsos ocorrem com mais frequência sob a forma de fadiga superficial, enquanto que para durezas acima de 350 HB é mais crítica a fadiga por flexão. O pré-dimensionamento por fadiga superficial é feito pela equação 10.169:

$$d'_1 = \sqrt[3]{\frac{4T_1(i+1)}{i y_M \Psi_d}} \quad (10.169)$$

Para d'_1 o diâmetro primitivo do pinhão em mm, T_1 o torque de entrada em $kgfmm$, y_M o fator MAAG (dado na tabela 10.3 em kgf/mm^2), i a relação de transmissão e Ψ_d a relação entre a largura e o diâmetro, dado como:

$$\Psi_d = \frac{b}{d} \quad (10.170)$$

Neste caso chega-se a um valor de módulo a partir da relação

$$m = \frac{d'_1}{Z_1} \quad (10.171)$$

Na equação 10.169, a relação de transmissão e o torque são dados de projeto. Os outros fatores devem ser decididos pelo projetista com base nas recomendações de projeto, normalizações e nas características desejadas para o projeto. Para que o projeto seja realizado de uma boa forma é importante que o projetista reflita sobre a influência de cada parâmetro no resultado final. Assim que for determinado o módulo, com as equações acima, este deve ser normalizado e o diâmetro recalculado e então prosseguir com o dimensionamento.

É importante lembrar que um projeto definirá as dimensões e especificações para as seguintes situações: fabricação, operação/montagem, dimensões nominais.

Recomendações para o número de dentes

O tamanho de uma transmissão está diretamente relacionado com o número de dentes. Uma transmissão com pequeno número de dentes reduz substancialmente o tamanho do redutor ou multiplicador. Por exemplo, considerando uma relação de transmissão $i = 2$ e um módulo $m = 4$, se for escolhido um pinhão com $Z_1 = 20$ dentes, o diâmetro primitivo será 80 mm e o diâmetro da coroa 160 mm, se se escolher outro com $Z_1 = 10$ dentes para o mesmo módulo e relação de transmissão, os diâmetros resultam 40 mm e 80 mm respectivamente. No primeiro caso a distância entre centros será o dobro da distância correspondente ao primeiro.

Entretanto, o número de dentes também tem relação com o deslocamento ou não de perfil. Um número de dentes excessivamente pequeno, como no segundo caso, com um número de dentes menor que o mínimo para não haver interferência e recorte no pinhão, pode causar descontinuidade no engrenamento e enfraquecimento do dente devido à redução da seção resistente à flexão. Neste caso a aplicação do deslocamento de perfil deve ser considerada, assim como devem ser consideradas as características proporcionadas pelo deslocamento.

Dente complementar

Considere o exemplo de $Z_1 = 25$ dentes e $Z_2 = 50$ dentes. De duas em duas rotações do pinhão o mesmo par de dentes engrena. Se forem utilizados 51 dentes na coroa, o pinhão girará 51 vezes e o a coroa 25, antes que o mesmo par de dentes engrene novamente.

Este dente extra é chamado dente suplementar e o seu emprego distribui o desgaste mais uniformemente. A relação de transmissão deverá ser aceitável em comparação com o valor exato desejado.

Recomendações para a relação de transmissão

Considerando que $i = \omega_1/\omega_2 = Z_2/Z_1$, seria ideal que um par de engrenagens pudesse resolver todos os problemas de transmissão, no entanto, os grandes torques e forças envolvidas em transmissões de alta potência fazem com que se limite os valores máximos das relações de transmissão por estágios:

Recomendações:

- 1 estágio : $i \leq 8$ (casos especiais até 18)
- 2 estágios : $8 < i \leq 45$ (casos especiais até 60)
- 3 estágios : $45 < i \leq 200$ (casos especiais até 300)

Recomendações para repartição de i :

- para 2 estágios :

$$i_1 \cong 0,71 i_t^{0,7}$$

$$i_t = i_1 \cdot i_2$$

- para 3 estágios :

$$i_1 \cong 0,85 i_t^{0,45}$$

$$i_2 \cong 1,12 i_t^{0,3}$$

$$i_t = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3$$

Recomendação para a relação largura/diâmetro, $\Psi_d = b/d$

- Transmissões leves com pinhões helicoidais Ψ_d até 1,8
- Transmissões pesadas com pinhões helicoidais Ψ_d até 1,4
- Engrenagens em balanço Ψ_d até 0,8
- Engrenagens de dentes retos Ψ_d até 1,2

Recomendações para deslocamento de perfil

Henriot [24] sugere um valor para arbitrar o deslocamento de perfil em um engrenamento Vê, através da aplicação da fórmula 10.172

$$x_1 = \lambda \frac{i-1}{i+1} + \Sigma x \frac{1}{1+i} \quad (10.172)$$

Dado que λ é um valor entre 0,5 e 0,75, i é a relação de transmissão e $\Sigma x = x_1 + x_2$. O autor também sugere que λ deve se aproximar do valor de 0,75 a medida em que o número de dentes diminui.

10.12 Materiais para construção de engrenagens

As engrenagens podem ser fabricadas a partir de diferentes materiais. A quantidade de materiais utilizados varia enormemente em virtude do grande campo de aplicação destes elementos de máquinas. Assim, pode-se fabricar engrenagens em aços de diferentes composições, em ferro fundido, bronze, alumínio, em diferentes composições de plásticos e materiais cerâmicos, ou até mesmo de madeira. Há casos onde equipamentos disponíveis para fabricação ou características específicas de projeto deixam uma pequena margem para a escolha, mas quando a escolha pode ser ampla o projetista deve considerar fatores como custo da matéria-prima, relação capacidade de carga e dado tamanho, adaptabilidade do material a processos de produção em massa e resistência à corrosão.

Para a análise dos materiais em engrenagens pode-se dividi-los em ferrosos e não-ferrosos.

Materiais ferrosos

Os materiais ferrosos são os mais utilizados na fabricação de engrenagens, eles possuem alta resistência e por isso proporcionam uma grande capacidade de transmissão de potência em relação ao tamanho das engrenagens produzidas. Tomando a relação capacidade de carga e tamanho, são os que representam menor custo da matéria prima.

As propriedades dos aços e ferros fundidos variam amplamente com a variação do tratamento térmico e da composição química. O limite de resistência de um aço é quase uma função direta da dureza, aços com 0,2 a 0,6% de carbono podem resultar em uma dureza em torno de 200 HB, todos esses aços exceto o 1020 podem chegar a durezas na ordem de 350 HB. O 1060 pode chegar a 550 HB. Por sua vez a dureza de um aço, apesar de ser limitada pela composição química, é mais uma função do tratamento térmico do que de sua composição propriamente dita. Outros materiais, que não o aço, não estão sujeitos ao controle da dureza por tratamento térmico, a composição e não o tratamento determina a dureza da maioria dos bronzes, plásticos e laminados.

Como aços e ferros fundidos apresentam grande variação em dureza, é desejável ter uma ideia do significado das durezas na obtenção de engrenagens. A tabela 10.4 mostra alguns níveis de dureza e o que representam.

Tabela 10.4: Níveis de dureza segundo [14].

Dureza		Usinabilidade	Comentários
Brinell	Rockwell C		
150 - 200	...	Bastante fácil	Dureza bastante baixa. Capacidade de carga mínima
200	...	Fácil	Baixa dureza. Capacidade de carga moderada.
250	24		Muito usada em engrenagens industriais
250	24	Corte moderadamente difícil	Média dureza. Boa capacidade de carga.
300	32		Também usada em aplicações industriais.
300	32	Difícil de cortar, comumente	Alta dureza. Excelente capacidade de carga.
350	38	considerada como limite de usinabilidade	Usada em aplicações de baixo peso e alta performance
350	38	Muito difícil de cortar. Muitos	Alta dureza. A capacidade de carga é excelente
400	43	equipamentos não suportam	e o tratamento desenvolve boa estrutura.
400	43	Necessita retificação	Alta dureza, esta faixa de durezas é
500	51		muito pouco usada.
500	51	Necessita retificação para o	Dureza muito alta. Boa resistência ao desgaste.
550	55	acabamento	Pode ter baixa resistência à flexão.
587	58	Necessita retificação	Dureza total. Usualmente obtida como dureza superficial
	63		por cementação. Capacidade de carga bastante alta para
			engrenagens de aviões, automóveis, caminhões, etc.
	65	Pode ser endurecido superficialmente	Superdureza. Geralmente obtida por nitretação.
	70	após a usinagem final	Capacidade de carga bastante alta.

Engrenagens de aço

Aços possuem limite de resistência maior que o ferro fundido, e em sua forma baixa-liga têm um custo competitivo. Tratamentos térmicos são necessários para que haja resistência ao desgaste apropriada, a não ser em engrenagens de aplicações com pequenos carregamentos, baixa velocidade, ou onde um tempo de vida longo não seja importante [36].

Os aços para engrenagens podem ser divididos em dois grupos:

- Aços para engrenagens que serão usinadas após o tratamento térmico final.
- Aços para engrenagens que serão usinadas antes do tratamento térmico final.

Engrenagens usinadas após o tratamento térmico

A vantagem da usinagem após o tratamento térmico é a redução dos efeitos de distorção provocados pelo tratamento. O inconveniente é que a dureza obtida durante o tratamento não pode ser muito elevada, caso contrário a ferramenta de corte perderia o corte muito rapidamente e o tempo de usinagem seria elevado.

Geralmente a dureza não pode ultrapassar 350 HB, a faixa de uso para pinhões oscila entre 320-350 HB. A coroa, com número de dentes maior, é tratada para dureza menor que 320 HB, em geral de 50 a 30 HB a menos que o pinhão. O mais comum é a coroa resultar em uma dureza entre 200-280 HB. O tratamento térmico empregado é o beneficiamento (têmpera seguida de revenido em alta temperatura). Pode-se empregar também a têmpera com resfriamento ao ar.

São utilizados aços carbono (0,4 a 0,5%) ou aços liga chamados aços de beneficiamento. A escolha do aço liga depende das solicitações da peça, das dimensões e das deformações admissíveis na têmpera. Para engrenagens grandes é conveniente usar um aço de maior temperabilidade, pois a dureza obtida é função da dimensão da engrenagem.

A tabela 10.5 mostra dados de dureza para aços típicos nessas engrenagens.

Tabela 10.5: Dureza para aços com tratamento térmico [14].

AISI n°	Dureza de 90% martensita. Rockwell C	Resfriamento
1045	50,5	Água
1060	54	Água
1137	48	Água
1335	46	Água
2340	49	Óleo
3140	49	Óleo
3250	55	Óleo
4047	52	Água
4130	44	Óleo
4140	49	Água
4340	49	Óleo
5132	45	Óleo
5145	51	Óleo
6150	53	Óleo
8640	50	Óleo
9840	49	Óleo

Engrenagens usinadas antes do tratamento térmico

São engrenagens onde se obtém alta dureza no flanco dos dentes. A durabilidade da superfície de um dente de engrenagem é grosseiramente proporcional ao quadrado da dureza superficial. Isso significa que um dente de engrenagem com 600 HB pode ser capaz de conduzir tanto quanto 9 vezes a potência de um dente com 200 HB. Mas essa vantagem da dureza superficial deve considerar dois fatores: o limite de usinabilidade está em torno de 350 HB e o máximo da resistência à flexão é obtido na faixa de 350 a 400 HB, e decresce com o aumento da dureza. A têmpera total pode ser aplicada em tratamentos após a usinagem mas para conciliar a dureza superficial com a resistência do dente à flexão, principalmente em casos de cargas com choque, deve ser garantida uma certa ductilidade do núcleo. Neste caso deve-se evitar a têmpera total da engrenagem e recorre-se à cementação, nitretação, carbonitretação, cianetação ou à têmpera superficial.

O inconveniente desses tratamentos térmicos é que todos são mais complicados de se controlar. Com um mau controle a superfície pode falhar rapidamente e os dentes não são considerados como melhores que os fabricados com aço de baixa dureza. Algumas das falhas que tendem a prejudicar a resistência dos dentes com tratamento térmico localizado são:

- Profundidade do tratamento muito pequena
- Tensões residuais muito altas resultantes de tratamento impróprio
- Falta de dureza no pé do dente
- Descarbonetação do pé do dente
- Queimas devido à retificação
- Trincas, arranhões no pé do dente

Têmpera total:

A dureza pode ser obtida por têmpera seguida de revenido. Toda a engrenagem (e não apenas os flancos dos dentes) passa a ter maior resistência. São empregados aços de 0,3 a 0,5% de carbono. Podem ser obtidas durezas de 40 a 60 Rockwell C.

Cementação:

Esse é um dos métodos mais utilizados para endurecer dentes de engrenagens. Para cementação empregam-se aços com baixo teor de carbono, entre 0,1 e 0,25%. Uma engrenagem com endurecimento superficial deve ter uma dureza no núcleo de aproximadamente 35 Rockwell C. Se o núcleo atinge uma dureza em torno de 50 Rockwell C, os dentes já podem ser considerados frágeis. Se o núcleo tiver uma baixa dureza como 20 Rockwell C, a resistência à flexão será baixa e pode ocorrer de a superfície se soltar do núcleo. Para a maioria das aplicações de alta capacidade a dureza do núcleo pode ser mantida em uma faixa de 30 a 40 Rockwell C com bons resultados. O controle da dureza do núcleo é mais difícil pois o tratamento térmico para o núcleo deve ser apenas uma operação secundária em relação ao tratamento da superfície e também o núcleo é bastante sensível a pequenas diferenças no conteúdo de carbono.

Durezas superficiais resultam em 55-63 Rockwell C, uma dureza ideal seria 60 Rockwell C. Para diferentes aplicações no entanto é recomendável seguir algumas especificações. A tabela 10.6 mostra as durezas recomendadas para a prática.

Tabela 10.6: Durezas recomendadas para cada aplicação[14].

Aplicação	Especificação
Engrenagens industriais de emprego geral	55 Rockwell C mín
Engrenagens industriais de alta capacidade	58 Rockwell C mín
Engrenagens para aviões	58-63 Rockwell C
Engrenagens de máxima capacidade (aviões)	60-63 Rockwell C

A profundidade da cementação é primariamente uma função do módulo, dentes maiores precisam de maior profundidade para suportar os carregamentos. Para cada tamanho de dente há uma profundidade ideal. Uma cementação muito acentuada deixa o dente frágil com tendência do topo do dente se despedaçar. Uma profundidade insuficiente reduz a resistência e a resistência ao “pitting”. Algumas profundidades recomendadas são dadas na tabela 10.7.

Tabela 10.7: Profundidade de cementação recomendadas [14].

Diametral pitch	Especificação (em pol.)
20	0,010 a 0,018
16	0,012 a 0,023
10	0,020 a 0,035
8	0,025 a 0,040
6	0,030 a 0,050
4	0,040 a 0,060
2	0,070 a 0,100

Para serviços de menor responsabilidade pode-se empregar aço 1010 ou 1020, caso contrário empregam-se aços de cementação 9315, 4320, 8620, etc. O tratamento térmico provocará certa deformação na engrenagem. Pode-se então retificá-la (com um aumento sensível do custo) ou amaciá-la com outra engrenagem usando lubrificante abrasivo.

Nitretação: Nitretação é um processo para endurecimento superficial de aços liga. A nitretação é feita através de gás de amônia que se divide em hidrogênio e nitrogênio atômico na superfície do aço. O nitrogênio atômico penetra a superfície do aço e se combina com elementos como alumínio, cromo, molibdênio, tungstênio, e vanádio para formar nitritos de alta dureza. A superfície de trabalho é formada pelo nitrogênio e os elementos de liga presentes na engrenagem. Dessa forma um aço com carbono apenas, não pode sofrer nitretação adequada.

A nitretação ocorre à temperatura abaixo da temperatura crítica do aço e nenhuma mudança molecular ocorre no corpo da engrenagem, por isso uma engrenagem que sofre uma nitretação correta não apresentará distorção. Isso torna possível o acabamento da engrenagem antes do tratamento térmico. Se engrenagens com nitretação são retificadas, apenas um pequeno volume

de material pode ser retirado, porque a dureza superficial em camadas com nitretação cai mais rapidamente com a profundidade que a dureza obtida com cementação. Uma retificação que seria permitida em uma engrenagem cementada pode destruir a camada de alta dureza formada nesse processo. No geral, a profundidade da superfície tratada não precisa ser maior pois esta é compensada pela dureza extra na camada mais externa e engrenagens com profundidade de tratamento menor podem utilizadas da mesma forma em aplicações críticas, em algumas aplicações pode ser preciso uma dureza de núcleo maior.

Aços típicos para nitretação são os 4340 e 4140, a tabela 10.8 mostra as profundidades especificadas.

Tabela 10.8: Profundidades para nitretação recomendadas[14].

Diametral pitch	Especificação (em pol.)
20	0,005 a 0,010
16	0,008 a 0,013
10	0,012 a 0,018
8	0,014 a 0,020
6	0,016 a 0,022
4	0,020 a 0,028

Têmpera superficial:

A dureza elevada na superfície dos dentes pode ser obtida também por aquecimento superficial com chama de maçarico ou corrente de alternada de alta frequência (endurecimento por indução), seguida de resfriamento brusco (jato de água).

Quando o aquecimento ocorre por indução, quase nenhuma distorção ocorre, as distorções dos dentes devido a este tratamento térmico serão menores que aqueles devidos à cementação ou têmpera total. Como apenas as camadas mais exteriores são aquecidas, o interior frio funciona como uma fixação para manter a precisão da parte que é aquecida.

Se há uma alta intensidade de potência elétrica por centímetro quadrado, é possível obter uma superfície com boa uniformidade, análoga às superfícies obtidas por cementação ou nitretação. Normalmente, no entanto, o dente endurecido por indução por ter endurecimento através de todo o dente, incluindo os raios de arredondamento, ou com a base não endurecida (de acordo com o tamanho). Esse endurecimento por todo o dente pode aumentar a resistência à flexão se o ciclo de indução for bem controlado ou diminuir se não for. Mesmo com a obtenção de dureza adequada na raiz do dente, pode-se reduzir a resistência à flexão pois tensões residuais resultarão do processo de expansão e contração do material que ocorre durante o processo de aquecimento e resfriamento.

Aços de médio carbono são usados para o endurecimento por indução, os mais populares são 1040, 1050, 4340 e 4350.

Engrenagens de grandes dimensões exigem equipamento de aquecimento por indução extremamente caros com uma potência elétrica consumida muito grande e dá-se preferência nesses casos ao aquecimento por chama.

No aquecimento por chama utilizam-se chamas de oxiacetileno com bicos queimadores especiais. Se a preparação do processo for boa, a distorção pode ser pequena o suficiente para que a engrenagem seja usada sem retificação após o endurecimento.

No aquecimento por chama o padrão de endurecimento que se forma no dente não pode ser controlado como no processo por indução, o calor desloca-se para dentro da engrenagem por condução, enquanto a indução desenvolve calor por ação eletrônica dentro da superfície (figura).

Aços de médio carbono são utilizados para o aquecimento por chama.

Engrenagens grandes com endurecimento por chama adequado apresentam boa resistência ao desgaste e à fadiga. Em geral a distorção é menor que a distorção na cementação mas maior que as da nitretação e aquecimento por indução.

Outra forma de obter têmpera superficial é a chamada cianetação, onde os dentes são postos em um banho de cianeto de sódio depois de terem sido acabados. Engrenagens para este tratamento são feitas com mais carbono no núcleo que as engrenagens para cementação e não requerem alumínio ou cromo como uma para nitretação. Os aços 4640 e 5132 são típicos para a cianetação.

Finalmente, existe uma variedade de tratamentos para produzir combinações de cementação e nitretação e que são chamados de tratamentos de carbonitretação. Os tratamentos de carbonitretação têm as vantagens de distorção baixa e ciclo de tratamento com tempo mais curto que a nitretação. A superfície produzida não possui a mesma dureza que a nitretada e a profundidade é rasa. Se as engrenagens são produzidas com núcleo de dureza elevada e o módulo não é grande, os dentes tendem a ter uma boa resistência ao desgaste e à fadiga.

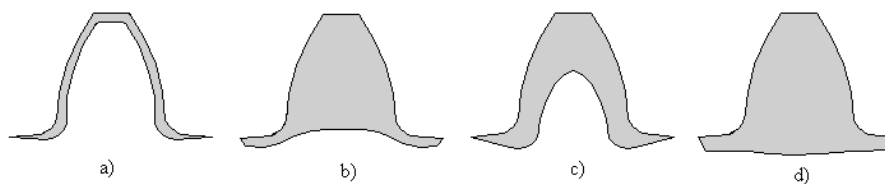


Figura 10.38: Padrões típicos de dureza. a) Cementação ou nitretação. b) e c) Aquecimento por indução. d) Aquecimento por chama. Fonte [14].

Um guia geral para escolher o aço apropriado em um projeto pode ser o seguinte:

1. Usar aço com liga apenas suficiente para que a parte do elemento seja endurecida apropriadamente.
2. Se o desgaste é um problema, o conteúdo de carbono maior pode representar maior vida (o 1060 desgastará menos que o 1025).
3. Se a usinabilidade é um problema, conteúdo de carbono menor pode ser melhor (o 1025 será mais fácil de ser usinado que o 1060, na mesma dureza).
4. O preço da matéria-prima e o preço de fabricação das engrenagens com essa matéria devem ser considerados em conjunto para determinar a engrenagem de menor custo, para os processos de que se dispõem.

Engrenagens de ferro fundido

Podem ser usados ferros fundidos cinzentos, nodulares ou maleáveis. Ferros fundidos têm as vantagens de baixo custo, fácil usinagem, alta resistência à abrasão, e amortecimento interno (devido às inclusões de grafite), o que faz as engrenagens mais silenciosas que as engrenagens de aço./3/ utilizadas modernamente em engrenagens de grandes dimensões e onde não se utilizam caixas protetoras contra poeira, pela resistência à ação abrasiva, sua sensibilidade a inadequações de lubrificação é também menor que a dos aços. A velocidade de rotação das mesmas é normalmente baixa. Devido à menor elasticidade do ferro fundido, e sua menor resistência, são necessários dentes de largura maior que os dentes de engrenagens de aço para obter a mesma resistência à flexão, as engrenagens desse material não devem ter a relação largura/módulo muito elevada. A capacidade de carga da superfície dos dentes está em torno de três-quartos da capacidade de carga de engrenagens de aço de mesmo diâmetro primitivo e mesma largura de face. A resistência à flexão é aproximadamente um-terço das engrenagens de aço para o mesmo módulo.

Ferro fundido cinzento tem baixa resistência ao impacto e não deve ser aplicado em engrenagens com cargas severas de choques.

Tabela 10.9: Classes padrão AGMA para ferros fundidos cinzentos aplicados em engrenagens [14].

Número da classe	Limite de resistência min. (psi)	Dureza Brinell mín. nos dentes
20	20000	
30	30000	175
35	35000	185
40	40000	200
50	50000	215
60	60000	220

O ferro fundido nodular pode substituir em muitos casos as engrenagens grandes de aço, mesmo em redutores fechados, este tem limite de resistência maior que o ferro fundido cinzento e ainda retém as outras vantagens de resistência à abrasão, usinagem, e amortecimento interno, no entanto é mais caro.

É comum se usar a combinação de aço no elemento mais solicitado, isto é, no pinhão, e ferro fundido na coroa.

Materiais não-ferrosos

Uma ampla gama de bronzes, ligas de alumínio, ligas de zinco e não-metálicos como plásticos são usados para fabricar engrenagens. Em muitos casos a coroa de material não-ferroso é conduzida por um pinhão de aço. Quando as cargas são leves e os elementos pequenos é possível ter as duas engrenagens com material não-ferroso.

Engrenagens de bronze

Bronzes são ligas de cobre e são os materiais não-ferrosos mais comuns em engrenagens, geralmente são utilizados em aplicações onde é necessária uma alta resistência contra a corrosão (como em aplicações marítimas) e pelas suas características de resistência ao desgaste. O módulo de elasticidade menor proporciona maiores deflexões nos dentes o que melhora a distribuição de carga entre os dentes. Bronze e aço têm bom comportamento quando trabalhando em contato, por isso a combinação de pinhão de aço e coroa de bronze também é bastante comum [36]

Bronzes desoxidados com fósforo: esse grupo cobre uma variedade de bronzes que são ligas de Cu-Sn e Cu-Sn-Pb, todos desoxidados com fósforo. Esses bronzes são duros e capazes de alta resistência à fadiga. O material mais comum desse grupo usado para engrenagens é o 89-11 (%Cu-%Sn), usado em carregamentos moderados com altas velocidades de escorregamento, frequentemente para coroas engrenadas com parafusos-sem-fim. Outro desse grupo é o 88-10-2 (%Cu-%Sn-%Zn) que tem boas qualidades físicas e boa resistência ao desgaste. Ambos têm boa resistência à ação corrosiva da água do mar, têm boa usinabilidade e são excelentes em processos de fundição.

Bronzes com liga de manganês: é bastante tenaz, tendo aproximadamente o limite de resistência e ductilidade de aços fundidos, é um dos mais resistentes sem a aplicação de tratamento térmico. Suas excelentes características físicas se devem aos agentes de endurecimento e desoxidação ferro, manganês, alumínio e estanho. Esse material resulta excelente estrutura de grão fino na fundição, o que proporciona boa qualidade superficial.

Bronzes com liga de alumínio: outro material bastante resistente e que pode ser utilizado em processos de fundição, como bronze com liga de manganês. Este é mais leve e tem capacidade de melhores características físicas por causa da adição dos elementos ferro, manganês e níquel, mais o fato de que pode sofrer tratamento térmico. A mais alta resistência só pode ser obtida com o sacrifício de uma das características mais importantes dos dentes, a ductilidade.

Bronzes com liga de silício: esse material pode produzir com boa qualidade superficial e precisão em seções finas mas requerem processos especiais de fundição. Esse material tem importância em muitas aplicações elétricas pela sua qualidade não-magnética.

Engrenagens de ligas metálicas de baixo peso

Engrenagens de baixo peso contribuem não apenas para reduzir o peso de redutores mas também para dar efeito de baixa inércia de partes rotativas. Os engrenamentos que trabalham mais tranquilamente são os de engrenagens de baixo peso e bem balanceadas.

Alumínio ligado é o material mais comum para essas engrenagens, os mais comuns são 6061-T6, 2024-T4 e 7075.

A vida ao desgaste é aumentada com a anodização, que resulta na superfície dura de alumínio oxidado resistente à corrosão e ao desgaste. A lubrificação com engrenagens desses materiais é particularmente mais importante para evitar que a camada de óxido se quebre em pequenos pedaços abrasivos. Quando o 6061-T6 sofre tratamento de anodização, a superfície formada tem resistência ao desgaste maior que as superfícies de aço cementadas. A camada oxidada é frágil mas completamente fixa ao material base, essas engrenagens não são aplicáveis com carregamentos extensos ou com choques pesados, mas quando se necessita de longa vida em médios carregamentos as engrenagens de alumínio de baixa inércia são mais resistentes ao desgaste que aços endurecidos.

Outros materiais de baixo peso que podem ser citados são as ligas de zinco, que são utilizadas especialmente pelas suas características mecânicas e de qualidade superficial e precisão dimensional quando a produção de engrenagens é feita por processos de fundição

Engrenagens não metálicas

Engrenagens não-metálicas são bastante silenciosas mas são limitadas na capacidade de torque pelos materiais de baixa resistência. São muito empregados termoplásticos injetados como nylon e acetal, e às vezes preenchidas com inorgânicos como vidro ou silicato de magnésio. Teflon pode ser adicionado para reduzir o coeficiente de atrito. Lubrificantes secos como grafite e dissulfeto de molibdênio (MoS₂) podem ser adicionados ao plástico para substituir lubrificantes líquidos. São utilizadas sobretudo para redução de ruído e é normal a utilização de coroas não-metálicas com pinhões de aço ou ferro fundido [36].

10.13 Normas

Alguma normas relacionadas a engrenagens:

ISO 53 - Traço de referência para dentes de engrenagens cilíndricas.

ISO 54 - Definição de módulos padronizados.

DIN 780 - Definição de módulos padronizados.

ISO 677 - Traço de referência para dentes de engrenagens Cônicas.

ISO 701 - Definição dos símbolos utilizados em engrenagens.

ISO 1122-1, 2 - Nomenclatura para engrenagens.

ISO 6336-1, 2, 3, 5, 6 - Cálculo de capacidade de carga de engrenagens cilíndricas.

ISO 10300-1, 2, 3- Cálculo de capacidade de carga de engrenagens cônicas.

ISO 10828 - Definição dos dentes de sem-fim.

ISO 23509 - Definição da geometria de engrenagens cônicas.

AGMA 901 - Projeto preliminar de engrenagens.

AGMA 908 - Fatores geométricos para determinação de resistência das engrenagens.

10.14 Exercícios propostos

Nos exercícios abaixo, salvo quando explicitamente indicado, utilize uma folga de 25 % no fundo do dente.

1. Determine os valores de altura de adendo, dedendo, raio primitivo e passo para uma engrenagem de dentes retos de módulo 8 mm com 21 dentes.

2. Determine a razão de condução entre duas engrenagens de módulo 2, uma com 19 dentes e outra com 72, sabendo que o ângulo de pressão é de 20° . Quais seriam estes valores se o ângulo de pressão fosse de 25° ? Desconsidere os efeitos de recorte do dente.
3. Um trem de engrenagens deve ser projetado conforme o desenho mostrado na figura 10.39. O torque entra pela engrenagem 1 e sai pela 4. Sabendo-se que a engrenagem 1 tem 25 dentes, a 2 tem 74 e a 3 tem 45, determine o número de dentes da engrenagem 4 para que a relação final seja de 4,21. Utilizando módulo de 5 mm, determine as dimensões de adendo, dedendo, e diâmetro primitivo para todas as engrenagens e a razão de condução de cada par. Utilize um ângulo de pressão de 20° .

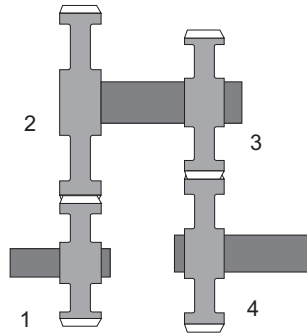


Figura 10.39: Engrenagens para o exercício 3 e 4.

4. Partindo do exercício número 3, quais as dimensões das engrenagens se utilizássemos um fator de deslocamento positivo de perfil igual 0,2 na engrenagem 1 e 0,3 na engrenagem 3, ambos os casos com engrenamento Vê-Zero?
5. Um par de engrenagens de módulo 4 mm conta com um pinhão de 11 dentes e uma coroa de 42. Pergunta-se primeiramente se ha recorte em uma das engrenagens. Caso sim, determine o mínimo afastamento para um engrenamento Vê-zero e as dimensões das engrenagens. Caso não haja recorte, calcular as dimensões das engrenagens usando engrenamento zero. Utilize um ângulo de pressão de 20° .
6. Quatro engrenagens são montadas aos pares em dois eixos, conforme mostrado na figura 10.40. As engrenagens 1 e 2 são montadas com engrenamento Zero, dado que $Z_1 = 21$ dentes, $Z_2 = 65$ dentes, $Z_3 = 40$ dentes e $Z_4 = 47$ dentes. Sabendo-se que o módulo de projeto de todas as engrenagens é de 4 mm, determine a distância entre os eixos e as dimensões de todas as engrenagens. Adote um ângulo de pressão de 20° . (Sugestão, utilize os fatores de deslocamento de perfil dados como $x_3 = -0,25$ e $x_4 = -0,227$.)

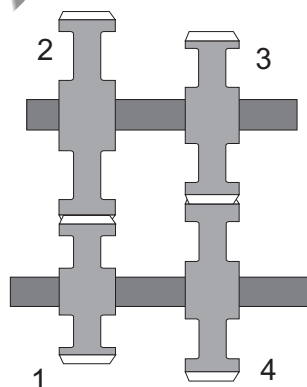


Figura 10.40: Engrenagens para o exercício 6.

7. Duas engrenagens helicoidais estão ligadas entre si de forma que a engrenagem de entrada conte com 16 dentes e a de saída com 34. Ambas tem ângulo de hélice de 10° e sabe-se que a ferramenta utilizada na fabricação tem módulo de 2 mm. Admitindo que elas sejam montadas a uma distância entre centros de 52 mm, e que o fator de deslocamento de perfil da coroa seja nulo, pergunta-se:
- a) Qual o engrenamento e o ângulo de pressão sabendo que a ferramenta conta com um ângulo de 20° ?
 - b) Demonstre matematicamente se haverá ou não recorte no pinhão com este tipo de montagem.
 - c) Determine as dimensões de raio de adendo e dedendo de cada engrenagem, bem como a razão de condução e o recobrimento axial sabendo que a largura de ambas é de 20 mm.

Texto preliminar

Texto preliminar

Dimensionamento de correias e correntes

11

11.1 Introdução

Correias e correntes são elementos utilizados em projetos de máquinas quando o objetivo é transmitir movimento e torque entre eixos, cuja distância entre os eixos não permite o emprego de engrenagens. Como esta distância está ligada ao tamanho das engrenagens, valores muito grandes tornam proibitivo o seu emprego, abrindo campo para esses elementos.

Além disto, por serem de materiais flexíveis, as correias e correntes conseguem absorver boa parte das cargas de impacto e vibração torcional proveniente dos elementos aos quais estão conectados. Por serem mais leves, também reduzem a inércia do sistema e sua massa como um todo.

Geralmente não são elementos com vida infinita necessitando de manutenção frequente. No caso específico das correias, o material não metálico que as compõem pode se degradar com o tempo e perder as suas características de ligação ou mesmo de flexibilidade. As correias também não garantem uma maior precisão no sincronismo de árvores pois há sempre o escorregamento entre elas e as polias, fato que pode ser eliminado com o uso de correias sincronizadoras, vulgarmente chamadas de dentadas.

As correntes geralmente são mais ruidosas do que as correias, necessitam lubrificação frequente e o pinhão e cora deve trabalhar em um mesmo plano, de maneira que os roletes não sofram torção. Em contrapartida, as correntes em função da sua geometria, garantem o sincronismo entre entrada e saída, muito embora com elevados desgastes ocorram o aparecimento de folgas.

Estudaremos neste mesmo capítulo correias e correntes pois muitas definições entre elas são similares, necessitando de pequenas observações nas suas particularidades. Começaremos nosso estudo com correias, partindo depois para correntes.

11.2 Correias

Boudynas [4] elenca algumas características interessantes para as correias:

- a) Podem ser utilizadas para grandes distâncias entre centros;
- b) Pode ocorrer escorregamento ou fluência das correias, de forma que a razão entre as polias não seja exatamente igual a razão entre os seus diâmetros primitivos;
- c) Pode ser utilizada uma polia intermediária para garantir a tração na correia, não necessitando um ajuste da distância entre centros.

As correias são divididas em quatro tipos básicos segundo sua forma construtiva, as correias planas, as redondas, as em V e as sincronizadoras, conforme mostrado na figura 11.1. Iremos estudar basicamente neste documento as planas, as em V e as sincronizadoras.

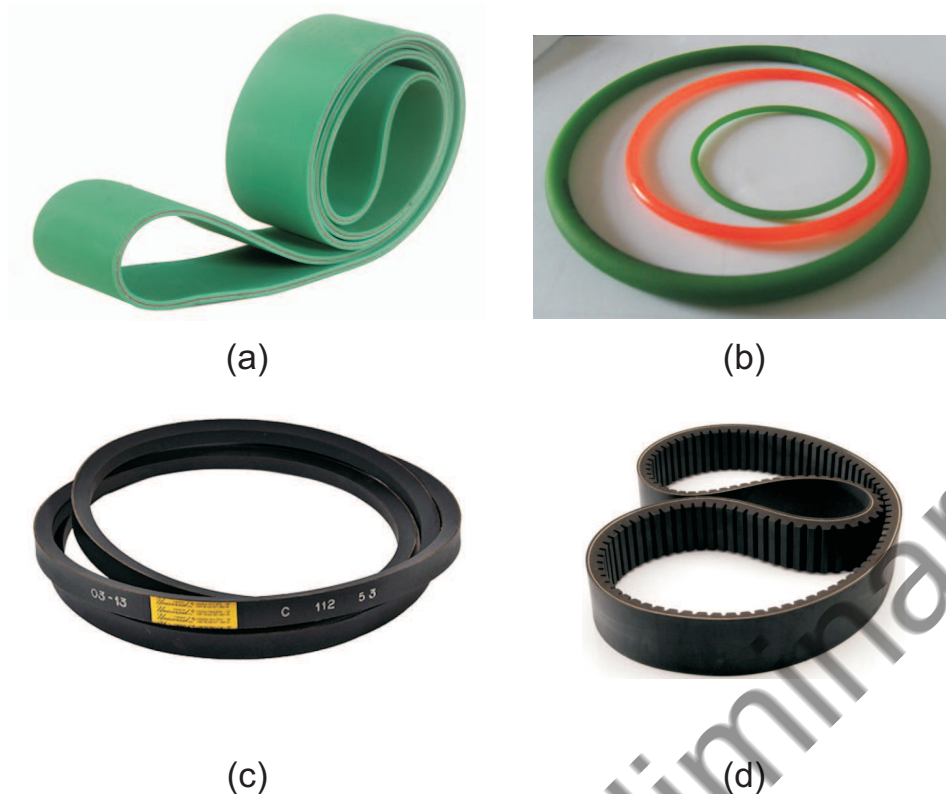


Figura 11.1: Tipos de correias: (a) Plana [Corbelt]; (b) Circular [Wuxi Jiunai]; (c) Em V [Hidramaco]; (d) Sincronizadora [Kallruberr].

Embora cada correia tenha suas características próprias, quando se fala em termos de transmissão de movimento, todas elas tem alguns princípios em comum, o que veremos na seção a seguir. Algumas definições dadas às correias planas podem ser facilmente adaptadas a outros modelos.

Forças atuantes em uma correia plana

Por ter a geometria mais simples, uma seção transversal retangular, começaremos a descrever os modelos matemáticos de correias com uma correia plana. Toda correia está conectada a uma árvore por meio de uma polia, que mudará de perfil em função do tipo de correia. Mesmo assim, de forma geral, podemos descrever um modelo de corpo livre da correia, de comprimento $dL = r d\theta$, espessura t e largura b , como mostrado na figura 11.2.

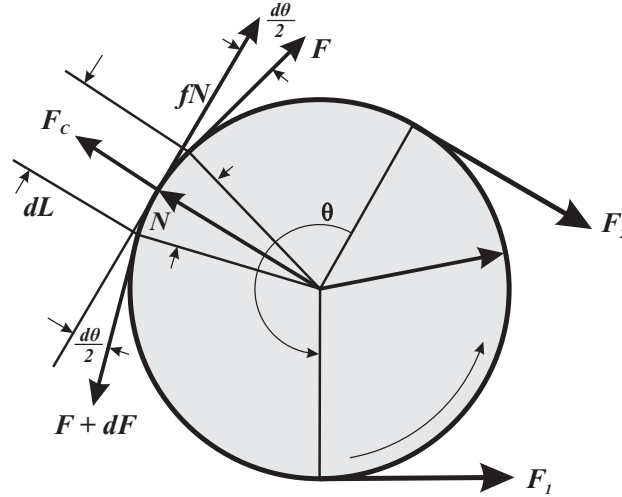


Figura 11.2: Corpo livre e forças atuantes em uma correia.

Podemos identificar na figura que existe uma força norma N (o referencial é a correia), que por sua vez gera uma força de atrito fN , no sentido oposto ao do movimento da correia. Ainda sobre a correia incide a força de inércia F_c e no elemento infinitesimal, a força de tração na extremidade frouxa será F ao passo em que será $F + dF$ na extremidade tensionada. Aplicando as condições de equilíbrio na direção tangencial do círculo de raio r da figura 11.2, teremos:

$$\begin{aligned} fN + F \cos \frac{d\theta}{2} - (F + dF) \cos \frac{d\theta}{2} &= 0 \\ fN - dF \cos \frac{d\theta}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (11.1)$$

Da mesma forma, na direção radial:

$$\begin{aligned} F_c + N - F \sin \frac{d\theta}{2} - (F + dF) \sin \frac{d\theta}{2} &= 0 \\ F_c + N - 2F \sin \frac{d\theta}{2} - dF \sin \frac{d\theta}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (11.2)$$

Como o comprimento da correia é infinitesimal, podemos admitir que o ângulo θ também o será, e assim, a aproximação $\sin(\theta) \approx \theta$ e $\cos(\theta) \approx 1$ é válida. Admitindo também que o produto por dF é muito pequeno, as equações 11.1 e 11.2 são reescritas, respectivamente, como:

$$fN - dF = 0 \quad (11.3)$$

$$F_c + N - Fd\theta = 0 \quad (11.4)$$

Isolando N nas duas equações (11.3, 11.4) e igualando-as, teremos:

$$f(Fd\theta - F_c) - dF = 0 \quad (11.5)$$

Como a força de inércia atua sobre a massa da correia, de forma que pode ser escrita como:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \quad (11.6)$$

Para m a massa da correia, v a velocidade tangencial e r o raio primitivo da polia. Sabendo-se o volume e a densidade da correia, é possível reescrever a equação 11.6 como:

$$F_c = \frac{(b t dL) \rho v^2}{r} \quad (11.7)$$

Como, $dL = r d\theta$, a equação 11.7 passa a ser escrita como:

$$F_c = (b t d\theta) \rho v^2 \quad (11.8)$$

Substituindo o valor da força de inércia (equação 11.8) na equação 11.5, teremos:

$$\begin{aligned} f d\theta [F - (b t \rho v^2)] - dF &= 0 \\ f d\theta &= \frac{dF}{F - (b t \rho v^2)} \end{aligned} \quad (11.9)$$

Integrando a equação 11.9 em F , de F_1 a F_2 e em θ como ângulo de abraçamento do correia teremos:

$$e^{f\theta} = \frac{F_1 - (b t \rho v^2)}{F_2 - (b t \rho v^2)} \quad (11.10)$$

Por fim, se invertermos a equação 11.10, subtrairmos 1 de cada lado da equação e resolver para $F_1 - F_2$ teremos:

$$F_1 - F_2 = (F_1 - b t \rho v^2) \left(\frac{e^{f\theta} - 1}{e^{f\theta}} \right) \quad (11.11)$$

Podemos ainda indicar que, a velocidade tangencial é o produto da velocidade angular pelo raio ($v = r\omega$), e que a carga F_1 deve ser dimensionada para a máxima capacidade de tração da correia, de forma que dada uma tensão admissível:

$$\sigma_{adm} = \frac{F_1}{bt} \quad (11.12)$$

Podemos reescrever a equação 11.11 como:

$$F_1 - F_2 = [\sigma_{adm} - \rho (r^2 \omega^2)] \left(\frac{e^{f\theta} - 1}{e^{f\theta}} \right) b t \quad (11.13)$$

Cabe aqui algumas considerações a respeito da equação 11.13. Se imaginarmos velocidades de rotação da polia demasiadamente pequenas, o termo em ω^2 tenderá a valores muito pequenos, sendo portanto desprezíveis. Desta forma, para velocidades muito baixas, as forças de inércia sobre a polia podem ser desconsideradas.

Outra consideração importante a respeito da equação 11.13 é que matematicamente é possível trabalhar com o valor nulo para a carga no ramo frouxo da correia (F_2), todavia, isto diminuiria excessivamente o atrito entre ela e a polia, causando deslizamentos, chegando ao caso máximo de "salto" da correia. Para evitar tal problema, adota-se o que se costuma chamar de pré-tensão na correia que será representada pela força F_i .

Podemos então dizer que a diferença entre as forças F_1 e F_2 serão responsáveis pelo torque atuante na polia, ou seja:

$$T = \frac{d(F_1 - F_2)}{2} \quad (11.14)$$

Dado d como o diâmetro primitivo da polia.

Da mesma forma podemos admitir que a carga em um elemento infinitesimal da correia pode ser representado pela figura 11.3

$$F_1 = F_i + F_c + T/d \quad \leftarrow \quad \text{[Diagrama de um elemento infinitesimal da correia]} \quad \rightarrow \quad F_2 = F_i + F_c - T/d$$

Figura 11.3: Elemento infinitesimal da correia e forças atuantes.

Desta forma, se somarmos F_1 com F_2 teremos:

$$F_1 + F_2 = 2F_i + 2F_c \quad (11.15)$$

Sendo F_c a força de inércia dada por $F_c = bt\rho(r\omega)^2$. Alguns fabricantes costumam informar a densidade da correia por metro de comprimento (ρ_{linear}), e para estes casos, a força de inércia pode ser calculada como:

$$F_c = \rho_{linear}v^2 \quad (11.16)$$

Reescrevendo a equação 11.15 teremos que a pré carga na correia deve ser dada por:

$$F_i = \frac{F_1 + F_2}{2} - F_c \quad (11.17)$$

A partir das equações acima, chega-se a uma outra forma de escrever a equação 11.17 deixando-a em função dos dados do problema a ser abordado, assim:

$$F_i = \frac{T}{d} \frac{e^{f\theta} + 1}{e^{f\theta} - 1} \quad (11.18)$$

Vale observar que se $F_i = 0$, o torque transmitido também será nulo, pois não haverá condições mínimas de atrito entre a polia e a correia.

Substituindo a equação 11.18 no equacionamento dado pela figura 11.3, teremos as cargas na correia dadas como:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_c + F_i + \frac{T}{d} \\ F_1 &= F_c + F_i + F_i \frac{e^{f\theta} - 1}{e^{f\theta} + 1} \\ F_1 &= F_c + F_i \frac{2e^{f\theta}}{e^{f\theta} + 1} \end{aligned} \quad (11.19)$$

Para a carga no ramo tracionado e:

$$\begin{aligned} F_2 &= F_c + F_i - \frac{T}{d} \\ F_2 &= F_c + F_i - F_i \frac{e^{f\theta} - 1}{e^{f\theta} + 1} \\ F_2 &= F_c + F_i \frac{2}{e^{f\theta} + 1} \end{aligned} \quad (11.20)$$

para o ramo frouxo.

Comprimento da correia

Outro fator importante a ser considerado no projeto de correntes e correias é o seu comprimento total, que será função da montagem. A figura 11.4 mostra uma configuração de correia aberta, enquanto que a figura 11.5 mostra uma configuração de correia cruzada.

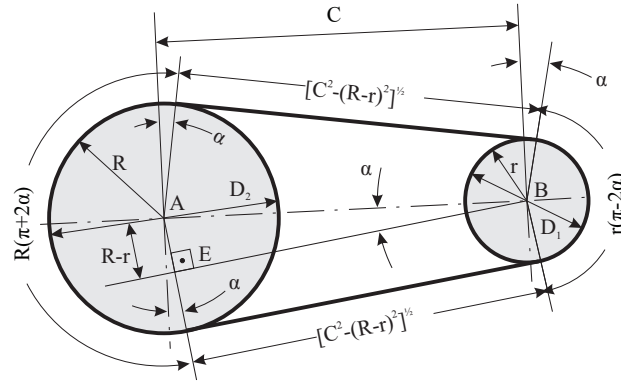


Figura 11.4: Correia montada na configuração aberta.

Na configuração aberta, o comprimento da correia (L) pode ser definido como:

$$L \approx 2C + 1,57(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4C} \quad (11.21)$$

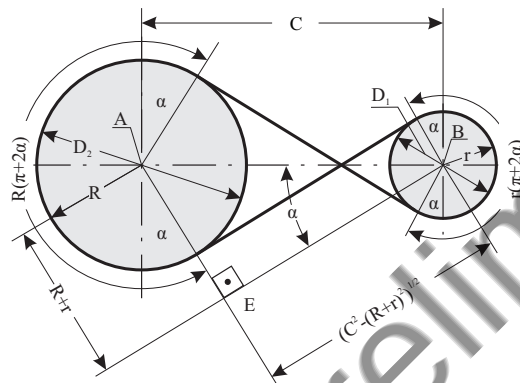


Figura 11.5: Correia montada na configuração cruzada.

Já para a montagem cruzada, o comprimento (L) da correia pode ser dado como:

$$L \approx 2C + 1,57(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 + D_1)^2}{4C} \quad (11.22)$$

Em situações onde a distância entre os centros é muito grande, adota-se polias tensoras para permitir um abraçamento mínimo nas polias de forma a manter um atrito mínimo entre polia e correia. Exemplos de polias tensoras podem ser vistos na figura 11.6.

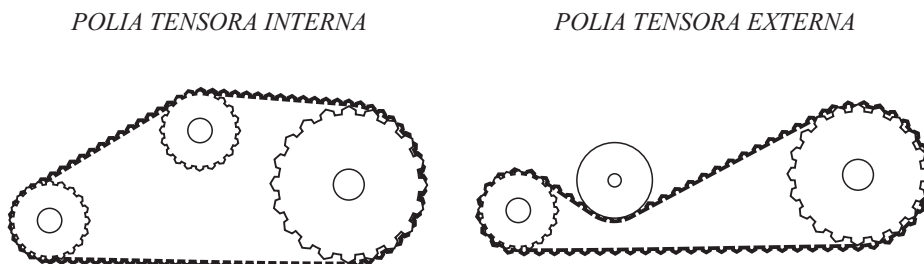


Figura 11.6: Exemplo de polia tensora externa e interna [Fonte: Correias Schneider].

Ângulo de abraçamento

Com base nos dados da figura 11.4, para a montagem aberta, podemos calcular o ângulo de abraçamento, ou seja, o ângulo que ha contato entre a polia e a correia, como sendo:

$$\theta = \pi + 2 \operatorname{asen} \left(\frac{R-r}{C} \right) \approx \pi + \frac{D_2 - D_1}{C} \quad (11.23)$$

para a polia maior e:

$$\theta = \pi - 2 \operatorname{asen} \left(\frac{R-r}{C} \right) \approx \pi - \frac{D_2 - D_1}{C} \quad (11.24)$$

para a polia menor.

No caso da montagem cruzada, os ângulos das duas polias são iguais e podem ser calculados como:

$$\theta = \pi + 2 \operatorname{asen} \left(\frac{R+r}{C} \right) \quad (11.25)$$

Observa-se que o ângulo de abraçamento é diretamente vinculado a relação de transmissão, que por sugestão não deve ser superior a 8.

Exemplo de problema de correia plana

Utiliza-se uma correia plana de borracha de dimensões 3,6 por 50 mm ($b \times t$), para transmitir o torque entre dois eixos distantes entre si de 355 mm. A relação de transmissão é tal que uma das polias tem 90 mm de diâmetro enquanto a outra tem 235 mm. Calcule o ângulo de abraçamento nas duas polias para montagem aberta e qual a pré carga necessária para que seja possível transmitir o torque de saída na polia maior de 310 Nm. Adote um coeficiente de atrito de 0,41.

Resolução do exemplo

Partindo da equação 11.23, podemos determinar o ângulo de abraçamento na polia maior dado como:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \pi + 2 \operatorname{asen} \left(\frac{\frac{D}{2} - \frac{d}{2}}{C} \right) \\ \theta_1 &= \pi + 2 \operatorname{asen} \left(\frac{\frac{117,5}{2} - \frac{45}{2}}{355} \right) \\ \theta_1 &= 203,57 = 3,553 \text{ rad} \end{aligned}$$

Para a polia menor, da equação 11.24

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \pi - 2 \operatorname{asen} \left(\frac{\frac{D}{2} - \frac{d}{2}}{C} \right) \\ \theta_2 &= \pi - 2 \operatorname{asen} \left(\frac{\frac{117,5}{2} - \frac{45}{2}}{355} \right) \\ \theta_2 &= 156,43 = 2,73 \text{ rad} \end{aligned}$$

Dado que o coeficiente de atrito (f) é de 0,41, teremos como pré carga para a polia maior (da equação 11.18):

$$\begin{aligned} F_i &= \frac{310 \times 10^3}{235} \frac{e^{(0,41 \times 3,553)} + 1}{e^{(0,41 \times 3,553)} - 1} \\ F_i &= 2,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

Correias em V

As correias em V tem este nome basicamente pelo ângulo entre seus flancos (β) como pode ser visto na figura 11.7, onde se observa também a altura (h) e largura (l), valores padronizados de acordo com a série da correia que se está utilizando, que será abordada mais a frente neste texto.

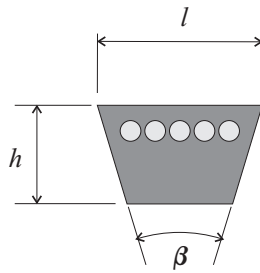


Figura 11.7: Seção transversal de uma correia em V.

A principal vantagem das correias em V¹ em comparação com as planas reside na impossibilidade de movimento axial em relação a polia. Por terem um perfil trapezoidal e serem montadas em polias com ranhuras em forma de V, possíveis desbalanceamentos ou vibrações acabam impossibilitando que a correia se mova axialmente, saindo da polia.

Outra vantagem reside no aumento do coeficiente de atrito e consequentemente no aumento da capacidade de carga das correias. Comparativamente para uma polia plana, podemos calcular um novo coeficiente de atrito efetivo (f'), dado por:

$$f' = \frac{f}{\text{sen}\left(\frac{\beta}{2}\right)} \quad (11.26)$$

Dado que f é o coeficiente de atrito entre os materiais, e β é o ângulo de flanco da correia, conforme mostrado na figura 11.7. Assim, reescrevemos a equação 11.5 como:

$$f' (F d\theta - F_c) - dF = 0 \quad (11.27)$$

Partindo da equação das forças de inércia para correias planas (eq. 11.6, podemos escrever a equação 11.10 para correias em V como:

$$e^{f'\theta} = \frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} \quad (11.28)$$

Uma limitação das correias em V comparativamente às planas é que essas são fornecidas em tamanhos padronizados, e não em rolos. Isto impossibilita a construção da correia "in-loco" assim, é necessário adequar o tipo de correia à configuração da máquina no que diz respeito os tamanhos das polias e a distância entre centros.

Construtivamente, as correias em V são fabricadas com três elementos, o primeiro é o elemento de tração, geralmente feitos de cordões de algodão, poliéster ou nylon, ou de aço em

¹Também chamadas de trapezoidais em função da sua seção transversal.

situações especiais para altos carregamentos. O segundo elemento é o material acolchoante, geralmente de borracha ou material elastomérico, que garante a flexibilidade da correia. Por fim, o elemento externo é o que se chama de envólucro, feito de material elastomérico com grande resistência a abrasão.

As correias em V são padronizadas pela ISO em duas grandes categorias, as *clássicas*, onde são encontrados os perfis **A, B, C, D** e **E**; e as de perfil *estrito*, para os perfis **3V, 5V** e **8V**.

A seleção de que padrão utilizar é função da velocidade e da potência a serem transmitidas. A maneira mais simples de fazer a seleção é a partir de diagramas, fornecidos por fabricantes como no caso da Baldor [1]. As figuras 11.8 e 11.9 apresentam diagramas de seleção para os padrões clássicos e estreitos respectivamente. Para fazer a seleção se utiliza a velocidade da polia menor (ou seja a que gira mais) pela potência a ser transmitida.

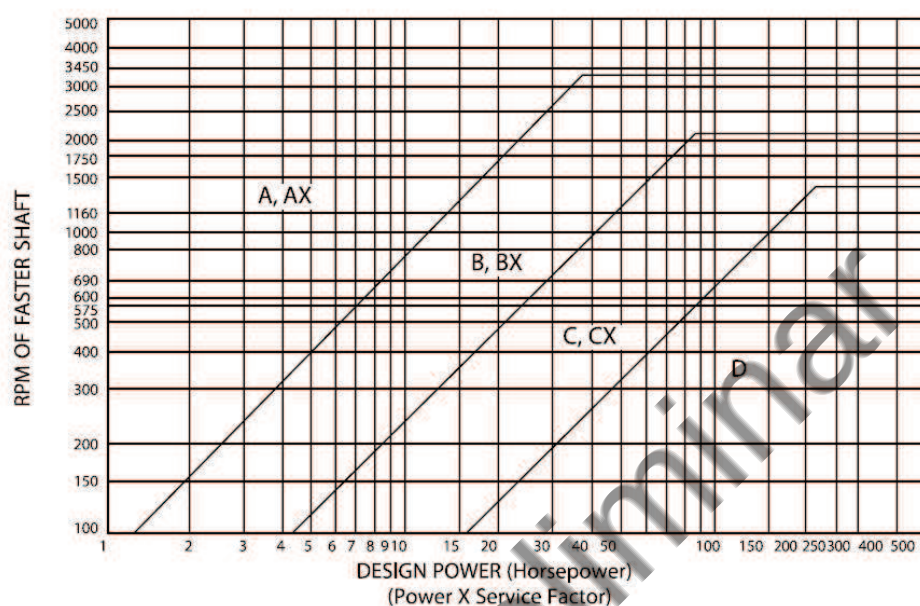


Figura 11.8: Seleção de correias do padrão clássico [1].

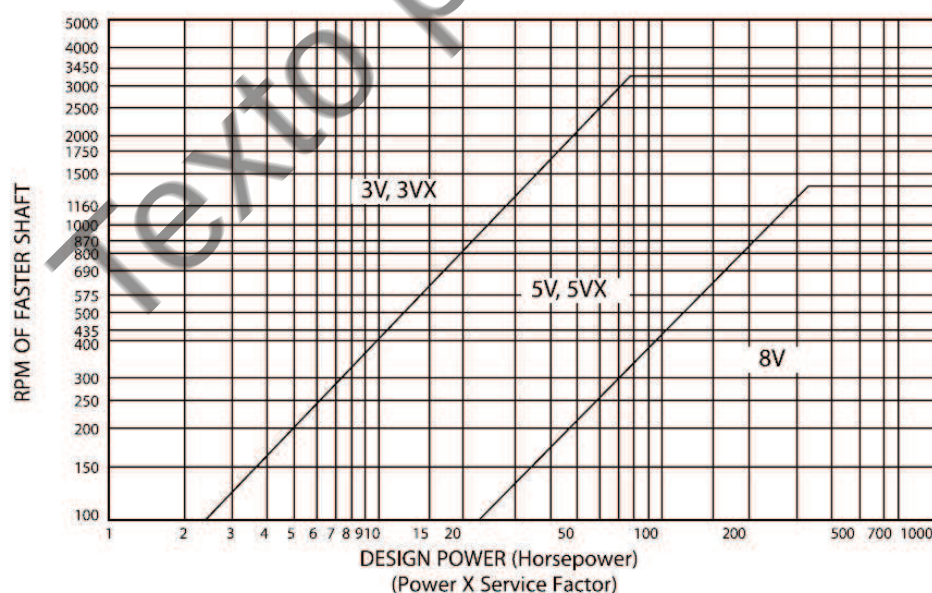


Figura 11.9: Seleção de correias do padrão estremo [1].

A potência a que se referem os diagramas nas figuras 11.8 e 11.9 deve ser corrigida por um fator de serviço conforme mostrado na tabela 11.1. [1] sugere também que se utilize um fator de 2, no caso de cargas de impacto.

Caso o projeto se torne inviável, a sugestão é aumentar o número de correias, de forma a dividir a potência transmitida.

Uma vez que a correia já está definida, deve-se a partir do catálogo de fabricante determinar qual o conjunto de polias disponíveis para o projeto, lembrando que no caso das polias com sulco em V, o diâmetro externo é diferente do diâmetro de operação, que chamaremos aqui de diâmetro primitivo da polia.

Tabela 11.1: Fator de serviço para definição de perfil de correia em V [1].

Tipo de unidade movida	Tipo de unidade motora					
	Motores AC de torque normal, Motores DC, Motores de com- bustão interna multi cilindros			Motores AC de grande torque, motores de combustão interna monocilindros		
	Intermitente (3 a 5 ho- ras/dia)	Normal (8 a 10 ho- ras/dia)	Contínuo (16 a 24 horas/dia)	Intermitente (3 a 5 ho- ras/dia)	Normal,(8 a 10 horas/dia)	Contínuo (16 a 24 horas/dia)
Agitadores de líquidos, sopradores, exaustores, bombas centrífugas, compressores, ventiladores até 10 HP, transportadores de carga leve	1,0	1,1	1,2	1,1	1,2	1,3
Correia transportadora para areia, grãos, etc, amassadores, ventiladores com mais de 10 HP, geradores, maquinário para lavanderia, máquinas ferramenta, máquinas de impressão, bombas rotativas de deslocamento positivo, peneiras rotativas e vibratórias.	1,1	1,2	1,3	1,2	1,3	1,4
Maquinário para construção civil, elevadores, compressores de pistão, transportadores pesados, maquinário para indústria de papel, bombas de pistão, sopradores de deslocamento positivo, máquinas para indústria madeireira e máquinas para indústria têxtil.	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6
Britadeiras, máquinas para indústria mineradora, talhas, calandras, extrusoras.	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,8

Pode-se utilizar a equação 11.21 para tentar aproximar o comprimento da correia com os diâmetros das polias e com a distância entre centros. Neste caso, deve-se observar que os fabricantes sugerem diâmetros mínimos de polias para cada correia.

Algumas sugestões de projeto são levantadas por Collins [9]:

- A distância entre centros não deve ser menor que o diâmetro primitivo da polia maior e no máximo 3 vezes a soma dos diâmetros primitivos das duas polias;
- Para melhores resultados, a velocidade linear de uma correia em V deve ser da ordem de 7,5 m/s a 33 m/s;
- Recomenda-se utilizar sempre polias maiores que o mínimo recomendado pelo fabricante para cada correia, resultando em uma vida maior.

A norma ISO 4183-1995 determina as dimensões das polias, conforme mostrado na figura 11.10 e definido na tabela 11.2

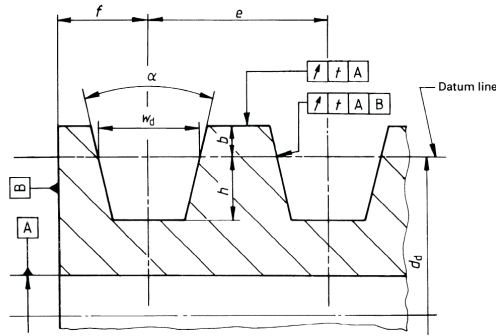


Figura 11.10: Dimensões das polias de acordo com a norma ISO 4183-1995 [26].

Tabela 11.2: Dados da geometria das polias para correias em V [26].

Perfil	w_d	b	f	e
A	11	$3,3 \pm 0,2$	10^{+2}_{-1}	$15 \pm 0,3$
B	14	$4,2 \pm 0,2$	$12,5^{+2}_{-1}$	$19 \pm 0,4$
C	19	$5,7 \pm 0,3$	17^{+2}_{-1}	$25,5 \pm 0,5$
D	27	$8,1 \pm 0,5$	24^{+3}_{-1}	$37 \pm 0,6$
E	32	$9,6 \pm 0,6$	29^{+4}_{-1}	$44,5 \pm 0,7$
Z	8,5	$2,5 \pm 0,2$	8^{+1}_{-1}	$12 \pm 0,3$

Determinação de vida para correias

A cada vez que sofre um processo de curvatura, as fibras das correias são distendidas e aliviadas, de forma que gerem um carregamento que leva ao processo de fadiga do material. Por isso é necessário ter uma estimativa de vida para efetuar a sua manutenção de forma que não cause danos maiores ao equipamento em que está conectada.

Existem varias formas de estimar a vida de uma correia sob um carregamento variável no tempo [32, 39, 20, 30, 15], e apresentaremos aqui um modelo proposto por Douglas Wright [53]. Ele sugere a adoção de uma força equivalente de dano baseado no ramo frouxo e no ramo tensionado, que pode ser explicado a partir da figura 11.11.

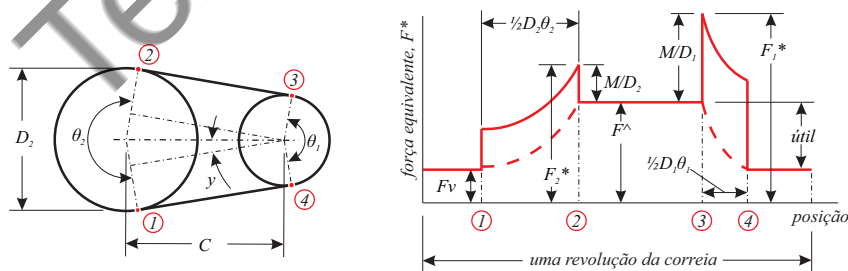


Figura 11.11: Representação das cargas em uma correia ao longo de um ciclo [53].

Durante a operação, a correia passa de um lado chamado frouxo, para um lado tensionado ao longo de uma volta completa ao redor das polias, conforme mostra o esquema da figura 11.11.

A região entre o ponto **2** e o ponto **3** é o lado tensionado, enquanto que entre os pontos **4** e **1** temos o lado frouxo.

Observa-se pela figura que ao passar do ponto **1** para o ponto **2** a força sofre o incremento em função do aumento da pressão no contato da polia com a correia, que por sua acarreta no aumento do carregamento. Assim, teremos as cargas de dano F_1^* e F_2^* , dados como:

$$F_1^* = \frac{P}{zk_{\theta}v} + \frac{M_{ref}}{D_1} + F_c \quad (11.29)$$

$$F_2^* = \frac{P}{zk_{\theta}v} + \frac{M_{ref}}{D_2} + F_c \quad (11.30)$$

Dado que z é o número de correias, v a sua velocidade linear, k_{θ} um fator dado como:

$$k_{\theta} = 1 - e^{-f\theta|min} \quad (11.31)$$

Para o valor de θ o menor das duas polias.

Ainda em relação às equações 11.29 e 11.30, a constante M_{ref} depende da correia em uso e é obtido experimentalmente, como mostrado na tabela 11.3

Tabela 11.3: Valores para a estimativa de vida de correias.

Perfil	Constante M_{ref} [Nm]	Fator F_{ref} [N]	Fator m_c
A	23,93	3216	11.11
B	62,72	5535	11.11
C	174,4	9842	11.11
D	618,5	20080	11.11

A vida até a falha por fadiga é expressa como:

$$N^* = \left(\frac{F_{ref}}{F^*} \right)^{m_c} \quad (11.32)$$

Para os fatores F_{ref} e m dados também na tabela 11.3. Aplicando a equação 11.32 para cada polia, termos:

$$N_1^* = \left(\frac{F_{ref}}{F_1^*} \right)^{m_c} \quad N_2^* = \left(\frac{F_{ref}}{F_2^*} \right)^{m_c} \quad (11.33)$$

Utilizando a regra de Milner, o dano acumulativo chega ao seu limite, ou seja à falha quando:

$$\frac{N_1}{N_1^*} + \frac{N_2}{N_2^*} = 1 \quad (11.34)$$

Dado que N_1 e N_2 são os ciclos na polia 1 e 2. Como estes valores tem que ser iguais, teremos $N_c = N_1 = N_2$, sendo N_c o número de ciclos de operação.

Com isto a equação 11.34 pode ser reescrita como:

$$N_c \left(\frac{1}{N_1^*} + \frac{1}{N_2^*} \right) = 1 \quad (11.35)$$

Substituindo o valor N_i (equações 11.33) na equação 11.35 teremos:

$$N_c \left[\left(\frac{F_1^*}{F_{ref}} \right)^{m_c} + \left(\frac{F_2^*}{F_{ref}} \right)^{m_c} \right] = 1$$

$$(F_1^*)^{m_c} + (F_2^*)^{m_c} = \frac{F_{ref}^{m_c}}{N_c} \quad (11.36)$$

Dado que a vida da correia (t_v), é função do seu comprimento (L) e da sua velocidade linear (v), podemos dizer que o tempo de vida é dado como :

$$t_v = N_c \frac{L}{v} \quad (11.37)$$

Por fim, substituindo a equação 11.37 na equação 11.36 teremos a equação de definição de tempo de vida da correia dada como:

$$(F_1^*)^{m_c} + (F_2^*)^{m_c} = \frac{L (F_{ref})^{m_c}}{v t_v} \quad (11.38)$$

Exemplo de problema e correia em V

Necessita-se especificar uma transmissão para um misturador de fluidos, acionado por um motor elétrico de grande torque que trabalha 24 horas por dia. Deve-se utilizar 4 correias em V, sabendo-se que a relação de transmissão deve ser da ordem de 3,250. O eixo de entrada (o mais rápido) gira a uma rotação de 1780 rpm e transmite um torque de 300 Nm. Determine qual o padrão de correia, qual o seu comprimento e o diâmetro das polias. Por fim, faça uma estimativa da vida da correia em horas de trabalho.

Resolução do exemplo

Primeiramente precisamos determinar a potência a ser transmitida pela correia. Dado que o Torque de entrada é 300 Nm com uma rotação de 1780 rpm,

$$\begin{aligned} P &= 2\pi T n \\ P &= 2\pi 300 \frac{1780}{60} \\ P &= 55,92 \text{ kW} \approx 75 \text{ HP} \end{aligned}$$

Para um fator de serviço (Tabela 11.1) de 1,3, do diagrama da figura 11.12, determinamos o padrão a ser utilizado:

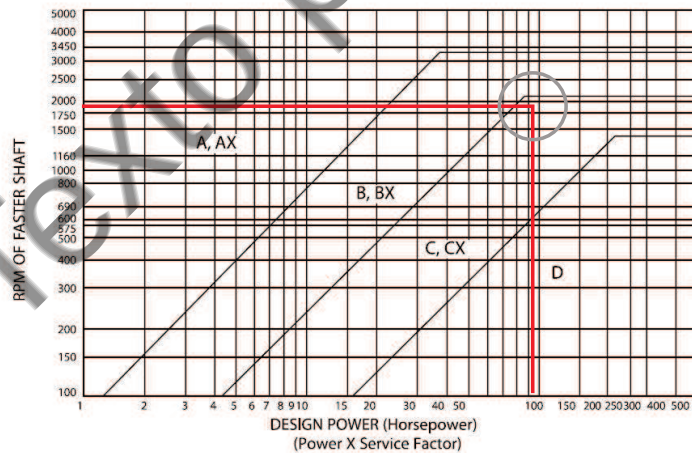


Figura 11.12: Gráfico de seleção de correia para o exemplo.

Neste caso trabalharemos com uma correia do padrão **C**. Do catalogo de fabricantes Mademil temos como diâmetros externos disponíveis: 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 300, 320, 350, 380, 400, 420, 450, 500, 550 e 600 mm.

Além disto é dado que a largura no topo do vão é de 22 mm, com um ângulo 34° para diâmetros de até 300 mm, e 38° para valores maiores que este.

Os diâmetros acima são os valores externos das polias, que apresentam um sulco padronizado, ou seja, a correia ira a princípio se deformar de mesma forma em ambos os lados da aplicação, de maneira que é uma boa aproximação calcular a relação de redução como diâmetro externo da polia. Como neste caso o valor é de 3,25, se adotarmos uma polia com 400 mm e outra com 120 mm de diâmetro a nova relação de transmissão será:

$$i = \frac{400}{120} = 3,333 \quad (11.39)$$

Isto dá um erro percentual de 2,5%. Se escolhermos agora uma de 350 mm com uma de 110, teremos uma erro de 2%, sendo portanto esta a escolha. Não se optou por um diâmetro de 100 mm por este ser o menor diâmetro recomendado, conforme comentado anteriormente.

O próximo passo é a determinação do comprimento da correia e a distância entre centros. No catalogo da Correias Schneider por exemplo, é dado o comprimento interno e o comprimento primitivo da correia. Para trabalharmos com o diâmetro primitivo, é necessário antes de mais nada determinar o diâmetro primitivo das polias. Da tabela 11.2 para o perfil C:

$$D_1 = 110 - 2 \times 5,7 = 98,6 \text{ mm} \quad D_2 = 350 - 2 \times 5,7 = 338,6 \text{ mm}$$

Utilizando a recomendação de que a distância entre centros neste caso deva ficar entre 350 mm e 1380 mm, vamos arbitrar um valor de 800 mm² e assim, o comprimento da correia (L), dado pela equação 11.21 é:

$$\begin{aligned} L &\approx 2 \times 800 + 1,57(338,6 + 98,6) + \frac{(338,6 - 98,6)^2}{4 \times 800} \\ L &\approx 2304 \text{ mm} \end{aligned} \quad (11.40)$$

Analisando o catálogo das correias Schneider para uma correia de perfil **C**, encontra-se comercialmente os comprimentos primitivos de 2298 mm e 2319 mm. Resolvendo agora novamente a equação 11.21 em C, teremos:

$$C = 796,8 \text{ mm para } L = 2298 \text{ mm} \quad \text{e} \quad C = 807,4 \text{ mm para } L = 2319 \text{ mm}$$

Cabe agora decidir qual a melhor solução para o problema. Uma forma de verificar se a escolha das polias esta adequada é avaliando a sua velocidade linear. Neste caso, partindo da polia menor:

$$\begin{aligned} v &= \omega r \\ v &= 2\pi \frac{1780}{60} \frac{110}{2} \\ v &= 10,25 \text{ m/s} \end{aligned}$$

O que é aceitável!

Precisamos agora determinar as forças, que podem ser calculadas a partir das formulas para correias planas, considerando que os diâmetros neste caso passam a ser o diâmetro primitivo.

²Trata-se de um problema acadêmico. Em um caso real isto deve ser uma restrição de projeto em função da montagem. Como não temos maiores informações do problema, este valor é arbitrado de forma a facilitar a montagem.

Outra consideração a ser feita diz respeito ao comprimento da correia. Pela equação 11.37 pode-se perceber que um comprimento maior aumenta a vida da correia, assim, partiremos para um comprimento fixo de **2.319 mm**.

Antes de determinarmos as forças, precisamos avaliar o efeito do coeficiente de atrito da correia em V. Da equação 11.26, teremos, dado $f = 0,2$ e um ângulo $\beta = 36^\circ$:

$$\begin{aligned} f' &= \frac{0,2}{\sin\left(\frac{36}{2}\right)} \\ f' &= 0,647 \end{aligned}$$

Calculando o ângulo de abraçamento na polia menor, que será o menor valor, (equação 11.23) tem-se,

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \pi - 2 \arcsin\left(\frac{R-r}{C}\right) \\ \theta_1 &= 162,9 = 2,843 \text{ rad} \end{aligned}$$

Com este valor de ângulo de abraçamento e com o coeficiente de atrito é possível calcular o fator k_θ , dado pela equação 11.31:

$$\begin{aligned} k_\theta &= 1 - e^{-f'\theta_{\min}} \\ k_\theta &= 1 - e^{-0,647 \times 2,843} \\ k_\theta &= 0,841 \end{aligned}$$

Dado que pelo catálogo, a densidade da correia padrão C é de 0,377 kg/m, a força de inércia, a partir da equação ?? será:

$$\begin{aligned} F_c &= \rho_{linear}(\omega r)^2 = \rho_{linear}(v)^2 \\ F_c &= 0,377(10,25)^2 \\ F_c &= 39,61 \text{ N} \end{aligned}$$

Assim, das equações 11.29 e 11.30 podemos calcular as forças de dano, dado que são utilizadas 4 correias ($z = 4$):

$$\begin{aligned} F_1^* &= \frac{P}{zk_\theta v} + \frac{M_{ref}}{D_1} + F_c & F_2^* &= \frac{P}{zk_\theta v} + \frac{M_{ref}}{D_2} + F_c \\ F_1^* &= \frac{55,92 \times 10^3}{4 \times 0,841 \times 10,25} + \frac{174,4}{98,6 \times 10^{-3}} + 39,61 & F_2^* &= \frac{55,92 \times 10^3}{4 \times 0,841 \times 10,25} + \frac{174,4}{338,6 \times 10^{-3}} + 39,61 \\ &F_1^* = 3429 \text{ N} & F_2^* &= 2176 \text{ N} \end{aligned} \quad (11.41)$$

Aplicando agora a equação 11.24, dado que $F_{ref} = 9,842 \text{ N}$ e $m_c = 11,11$ para a correia escolhida (tabela 11.3), teremos o tempo de trabalho dado como :

$$\begin{aligned} t_v &= \frac{L (F_{ref})^{m_c}}{v [(F_1^*)^{m_c} + (F_2^*)^{m_c}]} \\ t_v &= \frac{2,319 (9842)^{11,11}}{10,252 [(3429)^{11,11} + (2176)^{11,11}]} \\ t_v &= 2,745 \times 10^4 \text{ s} = 7,626 \text{ horas} \end{aligned} \quad (11.42)$$

Ou seja, este conjunto de transmissão está subdimensionado para o problema, necessitando de um acréscimo do número de correias. Se passarmos para um total de 10 correias de transmissão, teríamos um tempo de vida de 312 horas por exemplo.

Correias sincronizadoras

As correias sincronizadoras, definidas pela norma ISO 5296, também conhecidas como de sincronismo, ou dentadas conseguem aliar a flexibilidade e a pouca massa das correias com o sincronismo das engrenagens. Elas conseguem fazer isso por causa do seu formato de dentes ao longo da correia, como pode ser visto pela figura 11.13

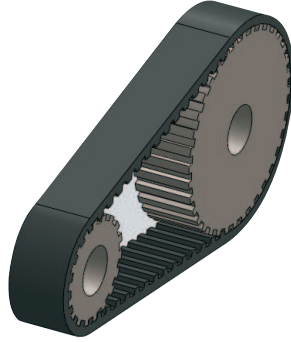


Figura 11.13: Detalhe de uma correia sincronizadora e suas polias.

Definição do comprimento e outras características das correias sincronizadoras

De acordo com a figura 11.14, dado que as polias tem números de dentes Z_1 e Z_2 , e que a correia tem Z_B dentes, a distância entre centros (C) pode ser calculada como:

$$C \approx \frac{p}{4} \left[\left(Z_B - \frac{Z_2 + Z_1}{2} \right) + \sqrt{\left(Z_B - \frac{Z_2 + Z_1}{2} \right)^2 - \frac{2}{\pi^2} (Z_2 - Z_1)^2} \right] \quad (11.43)$$

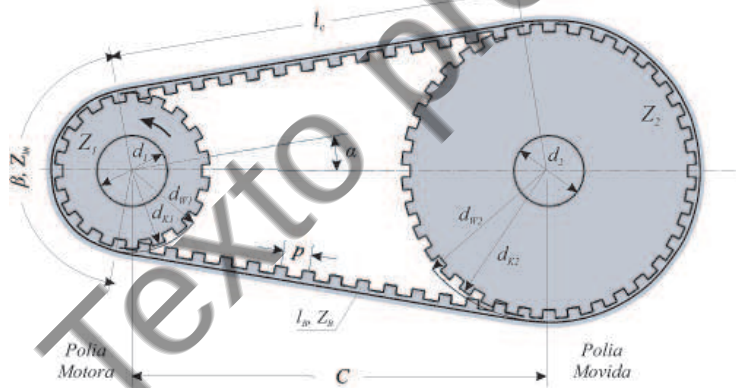


Figura 11.14: Fatores geométricos de uma correia sincronizadora (Fonte [41]).

Seguindo a mesma figura, o comprimento da correia (l_B) é função do seu passo (p) e do número de dentes (Z_B), tal que:

$$l_B = pZ_B \quad (11.44)$$

Podemos também descrever o comprimento da correia em função da distância entre centros, tal que:

$$l_B = \frac{p}{2} (Z_2 + Z_1) + \frac{p \cdot \alpha}{\pi} (Z_2 - Z_1) + 2C \cdot \cos(\alpha) \quad (11.45)$$

Dado que α é o ângulo dado pela reta tangente ao diâmetro primitivo das duas polias, sendo portanto função de seu número de dentes:

$$\alpha = \arcsen \left[\frac{p(Z_2 - Z_1)}{2\pi \cdot C} \right] \quad (11.46)$$

Por fim, a relação de transmissão (i) se dá pela relação entre os dentes:

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (11.47)$$

Tipos de correias sincronizadoras

Os modelos de correias sincronizadoras são divididos basicamente em modelos com base em polegadas, onde todas as dimensões são medidas nessa unidade, e as métricas. As em polegadas são dadas pelos padrões MXL, XL, L, H, XH, XXH, com passos variando de 0,08 polegadas até 11/4 de polegada. Elas são definidas pela norma ISO 5296.

A primeira definição de correias sincronizadoras métricas surgiu com a DIN 7721, baseado em modelos fabricados pela Continental, definindo o perfil T (de trapezoidal), conforme mostra a figura 11.15. Estas correias são vendidas em tamanho fechado ou em metro e podem ser montadas no comprimento desejado.

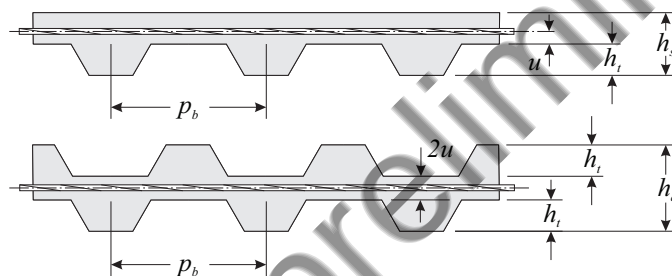


Figura 11.15: Perfil T de correias sincronizadoras (Fonte: [41]).

Os valores da norma são dados pela tabela 11.4:

Tabela 11.4: Dimensões para correias padrão T métrico (DIN 7721:1977).

Perfil	p_b [mm]	h_s [mm]	h_t [mm]	h_d [mm]	u [mm]
T 2	2,0	1,1	0,5	-	0,3
T 2.5	2,5	1,3	0,7	2,0	0,3
T 5	5,0	2,2	1,2	3,4	0,5
T 10	10,0	4,5	2,5	7,0	1,0
T 20	20,0	8,0	5,0	13,0	1,5

Outro padrão métrico é o **AT** que tem dentes mais delgados, e conseguindo portanto transmitir uma maior carga. São construídas com elementos tensores em aramida, garantindo boa capacidade de tração. O perfil é mostrado na figura 11.16 e as suas dimensões estão na tabela 11.5.

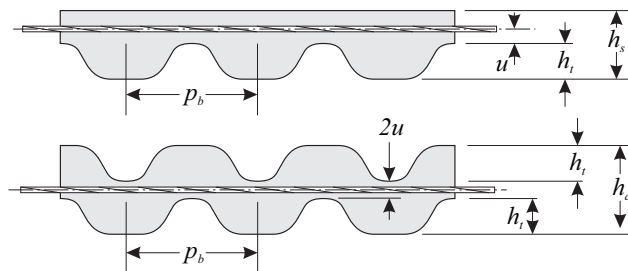


Figura 11.16: Perfil AT de correias sincronizadoras (Fonte: [41]).

Tabela 11.5: Dimensões para correias padrão AT métrico.

Perfil	p_b [mm]	h_s [mm]	h_t [mm]	h_d [mm]	u [mm]
AT 3	3,0	1,9	1,1	-	0,18
AT 5	5,0	2,7	1,2	3,6	0,60
AT 10	10,0	5,0	2,5	6,7	0,85
AT 15	15,0	6,5	3,8	9,8	1,1
AT 20	20,0	9,0	5,0	13,0	1,20

Existem outros padrões métricos como o **H** ou **HTD**, **R** ou **RPP**, **S** ou **STD** definidas pela ISO 13050; além de vários modelos proprietários, como Omega®, da Optibelt GmbH; PowerGrip®GT2 e GT3 da Gates Corporation; além de outros modelos muito específicos que fogem ao escopo deste trabalho. Para maiores informações, recomendamos a leitura da referência [41].

Com relação as falhas, as correias sincronizadas podem apresentar desgaste excessivo em função de erros de montagem baseados na não manutenção de um plano contendo as polias e a correia. PERNEDER e OSBORNE [41] classificam uma série de problemas de dimensionamento, quando ha ruptura dos dentes ou da correia como um todo, além de problemas de montagem e vibrações. O mesmo pode ser obtido do documento da Gates Corporation [21]. Com relação a análise por fadiga, interessante verificar os trabalhos [8, 23, 6, 25, 10, 49]

11.3 Correntes

As correntes são também considerados elementos flexíveis de transmissão de movimento, sendo apresentada sob varias formas, todas baseadas em elementos metálicos, sendo esta a principal diferença com relação as correias estudadas anteriormente. As correntes, segundo [17] estão sujeitas a:

- tração, para transmitir a potência;
- flexão em torno dos pinhões que produz desgaste;
- força de inércia, que é somada à carga na corrente, como no caso visto em correias;
- impacto, no momento do contato do elo com o dente do pinhão;
- um efeito chamado poligonal, que será visto mais a frente, característico das correntes.

Neste trabalho abordaremos as correntes de roletes, por serem mais usuais em projeto de máquinas. Estas correntes são formadas por vários elementos como mostrado pela figura 11.17

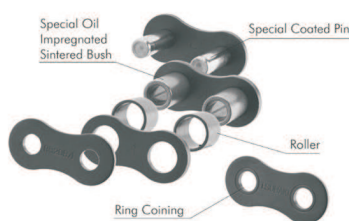


Figura 11.17: Elementos de uma corrente de roletes (Fonte: <http://www.rol Espinho.pt>).

São eles:

- a) os roletes;
- b) os elos;
- c) os pinos;
- d) as buchas.

As correntes são indicadas em substituição as correias quando as cargas são muito elevadas e a distância entre os eixos relativamente grande. Não ocorre deslizamento em seu movimento, garantindo um bom sincronismo entre os eixos envolvidos. Ainda em comparação com as correias, as correntes são indicadas quando a atmosfera de trabalho é relativamente adversa, seja por conta da umidade, seja por conta da presença de elementos que possam degradar a borracha das correias.

Por outro lado, as correntes geram maiores ruídos e vibrações, sendo não recomendadas como elemento de filtragem como acontece com as correias. Para reduzir o desgaste e principalmente o atrito entre as engrenagens e os roletes, as correntes necessitam lubrificação constante.

As correntes também tem a limitação de necessitarem trabalhar em um único plano, envolvendo todas as engrenagens e eixos que fazem parte da transmissão.

As correntes de roletes são as mais utilizadas na indústria, seja para transmissão de movimento e torque, quanto para transportar cargas. O seu funcionamento se baseia no acoplamento da corrente à engrenagem motora (chamada de pinhão) e à engrenagem movida (chamada de coroa), de forma a sincronizar o movimento. Durante o acoplamento existe rolagem e deslizamento entre as peças, causando o ruído e o desgaste a que nos referíamos nos parágrafos anteriores.

Além de diferentes formas construtivas, variando-se aí o número de carreiras e formato dos elos, as correntes de roletes são fornecidas em diversos materiais diferentes como aço, aço inox e materiais plásticos para aplicações específicas de baixa carga. As velocidades recomendadas são da ordem de até 10 m/s, muito embora usualmente se utilize de 3 m/s a 5 m/s.

As correias são padronizadas pela norma ANSI B29.1 e ISO 606 para medidas em polegadas e ISO 8187 e BS228 para medidas em unidades métricas. As dimensões padronizadas são mostradas nas figura 11.18, enquanto a tabela 11.6 mostra os valores em polegadas e a tabela 11.7 os valores métricos.

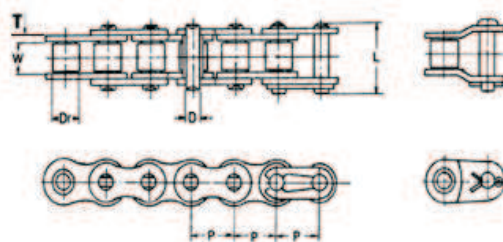


Figura 11.18: Dimensões de uma corrente de roletes (Fonte: Correntes Duomo).

Tabela 11.6: Dimensões para a figura 11.18 para correntes padrão ANSI/ASA B 29.1 (polegadas)

Modelo ANSI	Modelo ISO	p [mm]	W [mm]	D_r [mm]	D [mm]	T [mm]	L [mm]
25	04A	6,35	3,175	3,30	2,30	0,76	7,6
35	06C	9,525	4,77	5,08	3,59	1,30	12,70
40	08A	12,70	7,94	7,92	3,96	1,50	17,50
50	10A	15,875	9,53	10,16	5,08	2,00	21,70
60	12A	19,05	12,70	11,91	5,94	2,40	26,70
80	16A	25,40	15,88	15,88	7,92	3,20	36,50
100	20A	31,75	19,05	19,05	9,53	4,00	43,60
120	24A	38,10	25,40	22,23	11,10	4,70	54,60
140	28A	44,45	25,40	25,40	12,70	5,550	58,40
160	32A	50,80	31,75	28,58	14,27	6,30	68,30
200	40A	63,50	38,10	39,67	19,84	8,00	84,00

Tabela 11.7: Dimensões para a figura 11.18 para correntes padrão ISO 8187/ BS228 (métrico)

Modelo ISO	p [mm]	W [mm]	D_r [mm]	D [mm]	T [mm]	L [mm]
04B	6	2,80	4	1,85	0,60	8,40
05B	8	3	5	2,31	0,75	10
06B	9,525	5,72	6,35	3,28	1,0 - 1,3	14,80
08B	12,70	7,75	8,51	4,45	1,5	18,20
10B	15,88	9,65	10,16	5,08	1,50	20,20
12B	19,05	11,68	12,07	5,72	1,80	23,50
16B	25,40	17,02	15,88	8,27	3,2 - 4,0	38,70
20B	31,75	19,56	19,05	10,17	3,5 - 4,5	43,50
24B	38,10	25,40	25,40	14,63	5,0 - 6,0	57,70

Lubrificação

Como comentado anteriormente, existem movimentos relativos de deslizamento e rolamento entre as peças metálicas em contato no trabalho de uma corrente. Existem 4 formas diferentes de realizar a lubrificação, como pode ser vista na figura 11.19: O tipo I, tipo II, tipo III e tipo IV.

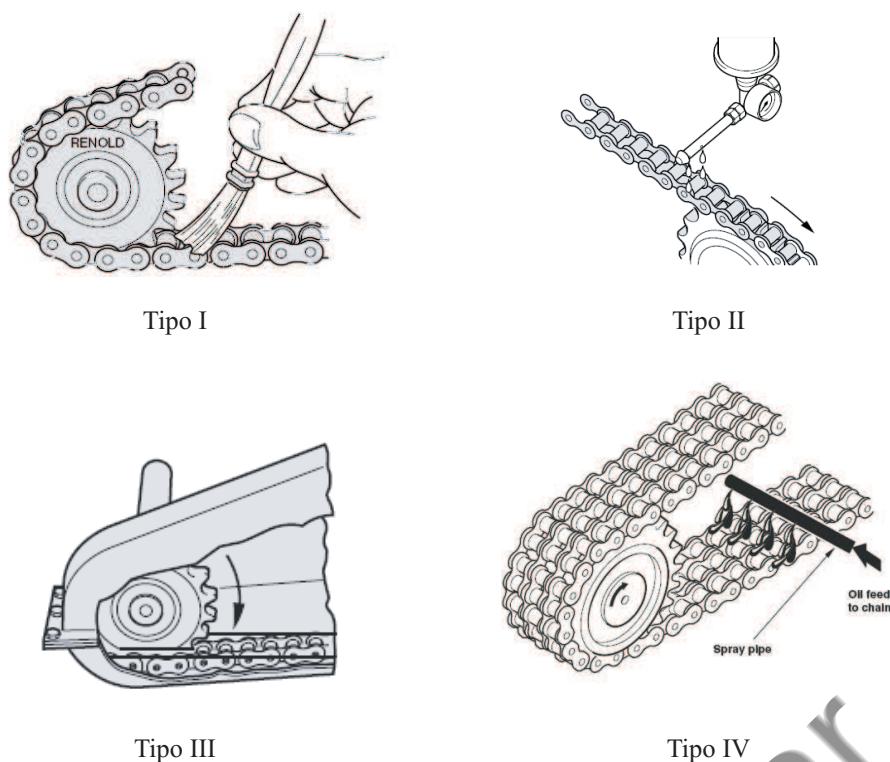


Figura 11.19: Tipos de lubrificação de correntes (Fonte: RENOLD [43]).

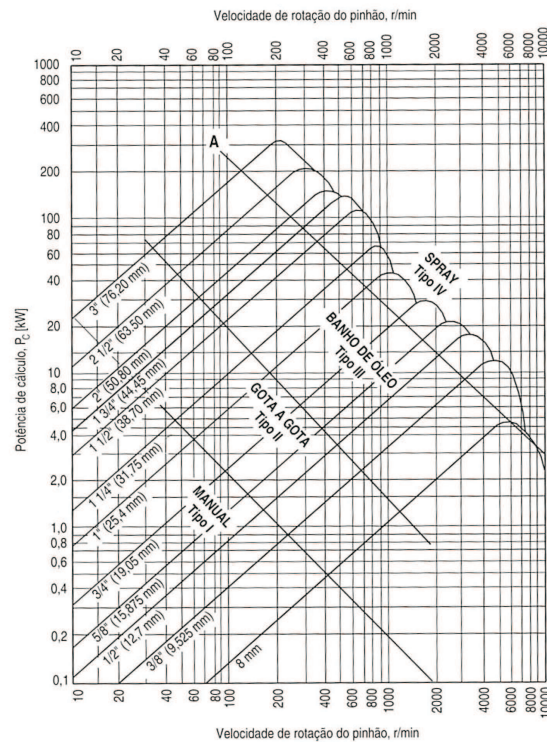
O tipo I é a chamada lubrificação manual, feita com pincel. É indicado para baixas velocidades e deve ser realizada em intervalos de 8 horas. A corrente deve sempre estar úmida, de forma a fazer o óleo penetrar nos roletes. A utilização de lubrificantes em aerosol pode ser recomendada desde que esteja em conformidade com especificação do fabricante da corrente.

O tipo II é o chamado de gotejamento. Por ser intermitente, pode ser indicado para velocidades um pouco maiores. A frequência e quantidade de lubrificante deve ser tal que a corrente esteja sempre úmida.

O tipo III, chamado de banho de óleo, deve ser utilizado em velocidades médias para altas. Trata-se de fazer com que a parte mais baixa da corrente em sua montagem passe por um recipiente contendo o fluido lubrificante. Para uma boa lubrificação, é necessário que toda a corrente fique imersa no fluido.

O tipo IV, chamado de spray ou jato de lubrificante necessita de uma fonte externa de força para bombear o lubrificante através de dutos que permitam a sua pulverização sobre a corrente, direcionados aos seus elos e antes da polia motora. Esta forma de lubrificação é indicada para altas velocidades pois a nuvem de lubrificante além de permitir a diminuição do atrito, garante também uma redução da temperatura de operação.

A figura 11.20 extraída de [5] mostra as sugestões dos tipos de lubrificação pela norma BS 228 em função da potência e velocidade de trabalho.



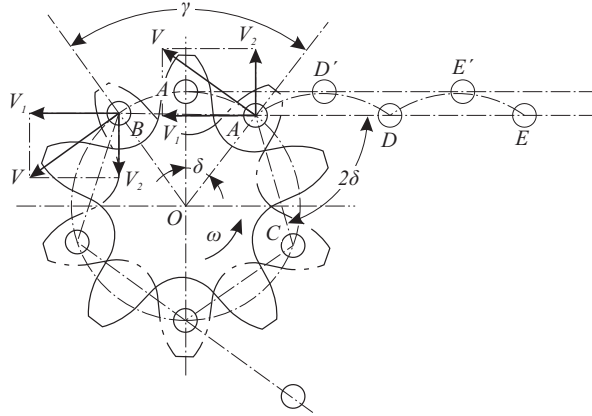


Figura 11.21: Efeito poligonal nas correntes (Fonte: [5]).

Vamos estudar o que acontece na correia quando o elo passa da posição **A** para a posição **B**, percorrendo um deslocamento angular $2\delta = 2(\pi/Z_1)$, para Z_1 o número de dentes do pinhão. Neste caso, o ponto **D** na corrente, alcança a posição **A**, como pode ser visto pelo rebatimento do ponto **C**.

Como o pinhão gira a uma velocidade angular ω podemos dizer que a velocidade linear do ponto **D** é igual a:

$$v_D = \omega \cdot p \quad (11.48)$$

Admitindo que o pinhão tem um diâmetro primitivo d , a velocidade tangencial no ponto **A** será dada como:

$$V = \frac{d}{2} \omega \quad (11.49)$$

Pela figura 11.21 podemos ver que a velocidade no ponto **A** é decomposta em duas componentes que estarão defasadas pois:

$$V_1 = V \cdot \cos(\delta) \quad V_2 = V \cdot \sin(\delta) \quad (11.50)$$

Das equações 11.50 podemos deduzir que haverá uma variação de velocidade na direção da corrente (entre o ponto **D** e **A**) o que se traduz no aparecimento de uma aceleração, que por sua vez gerará uma carga de impacto torcional. Da mesma forma, haverá uma variação de velocidade na direção normal da corrente, provocando uma oscilação da mesma.

Analisando ainda a figura 11.21, podemos perceber que no ponto **A** a velocidade V_1 terá seu valor mínimo, dado como:

$$V_{1min} = V \cdot \cos(\pi/Z_1) \quad (11.51)$$

Da mesma forma, esta velocidade será máxima no ponto **A'**, tal que:

$$V_{1max} = V \quad (11.52)$$

E a diferença entre as duas será:

$$\Delta V_1 = V_{1max} - V_{1min} \quad (11.53)$$

$$\Delta V_1 = V (1 - \cos(\pi/Z_1)) \quad (11.54)$$

A figura 11.22 mostra o efeito da variação desta velocidade em função do número de dentes no pinhão da transmissão.

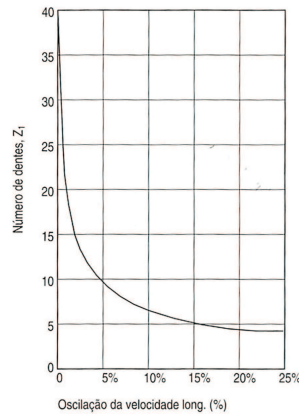


Figura 11.22: Variação da velocidade de acordo com o número de dentes do pinhão(Fonte: [5]).

Com relação a velocidade vertical, existe uma passagem imediata de zero, quando o Ponto **D** se aproxima do pinhão para o valor dado pela equação 11.50, retornando a zero no ponto **A'** e voltando ao valor dado pela equação 11.50 em sentido contrário no ponto **B**. Assim, avaliando a variação de velocidade entre o ponto **A** e **B** na direção transversal, teremos:

$$\begin{aligned}\Delta V_2 &= V_{2A} - V_{2B} \\ \Delta V_2 &= V \cdot \text{sen}(\pi/Z_1) - (-V \cdot \text{sen}(\pi/Z_1)) \\ \Delta V_2 &= 2 \cdot V \cdot \text{sen}(\pi/Z_1)\end{aligned}\quad (11.55)$$

Substituindo em 11.55 o valor de V dado pela equação 11.49 e sabendo que $p_1 = (d_1 \cdot Z_1)/\pi$, teremos a equação 11.55 reescrita como:

$$\Delta V_2 = \frac{p \cdot Z_1}{\pi} \cdot \omega \cdot \text{sen}(\pi/Z_1) \quad (11.56)$$

Como os número de dentes para pinhões comerciais é no mínimo de 11, podemos considerar que o ângulo δ é bem pequeno, de forma que $\text{sen}(\pi/Z_1) \approx (\pi/Z_1)$ e a equação 11.56 fica:

$$\Delta V_2 = \omega \cdot p \quad (11.57)$$

Observe que o efeito poligonal pode ser diminuído por dois aspectos, reduzindo a variação de velocidade na direção axial da corrente ΔV_1 e na direção transversal da corrente ΔV_2 , que respectivamente podem ser alcançados aumentando o número de dentes do pinhão e reduzindo o passo.

Definições geométricas das correntes

Como no caso das correias, as correntes tem os seus comprimentos definidos pela distância entre os centros dos eixos (C) e do diâmetro primitivo do pinhão(d_1) e coroa (d_2). Todavia, cabe aqui uma observação: a corrente é dividida em elos, ou seja, uma grandeza discreta, diferente do caso das correias. Assim, é necessário ter em mente que se deve buscar um número inteiro de elos (L_c), que é obtido adaptando-se a equação 11.21. Esta adaptação consta na divisão do comprimento pelo passo, dando portanto o número de eles necessários. Isto leva ao comprimento da corrente dado em elos(L_c) como:

$$L_c = \frac{2C}{p} + \frac{\pi}{2p}(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4pC} \quad (11.58)$$

Dado que $d = (pZ)/\pi$, teremos a equação 11.58 finalmente como:

$$L = \frac{2C}{p} + \frac{(Z_2 + Z_1)}{2} + \frac{p(Z_2 - Z_1)^2}{4\pi^2 C} \quad (11.59)$$

Pode-se também escrever a distância entre centros (C) como:

$$C = \frac{p}{4} \left[-A + \sqrt{A^2 - 8 \left(\frac{Z_2 - Z_1}{2\pi} \right)^2} \right] \quad (11.60)$$

para:

$$A = \frac{Z_1 + Z_2}{2} - \frac{L_c}{p} \quad (11.61)$$

Vale salientar que existe uma diferença entre o passo real da corrente (formato poligonal) e o passo no diâmetro primitivo do pinhão, sendo assim as equações 11.58 e 11.59 são valores aproximados, mas que garantem uma precisão mínima para a grande maioria dos problemas em projeto de componentes de máquinas.

Passos para o projeto de uma transmissão por correntes de rolos

Por se tratar de um elemento bem definido por norma, e por ser determinado em função de valores inteiros (número de elos e dentes), estabelecemos aqui os passos sugeridos por [5] para projeto de uma transmissão por correntes.

- a) Primeiramente devemos determinar o passo da corrente: como visto na seção 11.3, o passo tem papel fundamental na minimização de vibrações, tendendo-se sempre a trabalhar com valores pequenos. Entretanto, com a redução do passo, a velocidade linear também diminui (equação 11.48), o que as vezes não é aceitável. Uma forma de escolher um passo adequado é através do gráfico mostrado na figura 11.20, onde as linhas diagonais se refere aos passos.
- b) Número de dentes do pinhão e da coroa: Estes valores são definidos a partir da relação de transmissão sugerida nos requisitos de projeto, de forma que:

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (11.62)$$

- c) Tipo de corrente (simples, ou múltipla): Deve-se optar sempre pela corrente simples em uma primeira aproximação. Caso a potência requerida seja de grande monta, o aumento do número de fileiras de roletes se faz necessário.
- d) Comprimento em elos da corrente e distância entre centros: A partir da equação 11.59 é possível determinar o comprimento em termos de elos da corrente e da distância entre centros. Sugere-se utilizar iterativamente a equação de forma a se chegar em um número aceitável de distância. Em alguns casos, rodas tensionadoras podem ser utilizadas para manter o lado frouxo da corrente em contato com o pinhão, como mostrado no esquema de montagem da figura 11.23. Deve-se adotar sempre um número par de elos [46].



Figura 11.23: Montagem de corrente com tensionador (Fonte: Meryland Matrics).

- e) Definição da lubrificação: A forma e lubrificantes devem ser especificados, assim como a manutenção. Sugere-se sempre em uma nova montagem verificar a tensão na correia pois há um afrouxamento inicial, geralmente dentro das primeiras 48 horas de uso.[5]. Alguns fabricantes recomendam inspeções periódicas de reaperto a cada 3 meses, momento em que também deve ser trocado o óleo lubrificante.

11.4 Normas

- ISO 22:1991 - Correias planas e polias - Dimensões e tolerâncias
- ISO 255:1990 - Polias para correias em V - geometria e calha
- ISO 1081:2013 - Correias em V e multi V - Vocabulário
- ISO 4183:1995 - Correias em V clássicas e estreitas - Polias
- ISO 4184:1992 - Correias em V clássicas e estreitas - Comprimento
- ISO 5288:2001 - Corrias sincronizadoras - Vocabulário
- ISO 5292:1995 - Correias em V e multi V - Cálculo de relação de potência
- ISO 5294:2012 - Corrias sincronizadoras - Cálculo de relação de potência e distância entre centros

11.5 Exercícios propostos

1. Deve-se projetar uma correia em V para transmitir a potência de 2 HP de um motor elétrico girando a 1780 rpm. Na saída desta transmissão é esperada uma rotação final de 480 rpm, para um eixo que dista 520 mm do eixo do motor. Determine o comprimento da correia, o diâmetro primitivo das polias e a sua seção transversal. Adotar um fator de serviço de 1,2.
2. Um motor elétrico de 20 HP é conectado a um redutor por meio de uma corrente de roletes. Sabe-se que o motor gira a 1800 rpm e que a entrada no redutor deve ser de 720 rpm. Admitindo uma distância entre os centros do eixo do motor e do redutor de 390 mm, determine qual o comprimento da corrente, o seu passo e o tipo de lubrificação.

Referências Bibliográficas

- [1] BALDOR MASKE. **V-Belt Drive Selection HandBook**.
- [2] BLAKE, J.C. KURTZ, H.J. **The Uncertainties of Measuring Fastener Preload**. Machine Design, vol. 37, pp. 128-131, 1965.
- [3] BOLT Science. Disponível em <http://www.boltscience.com/>.
- [4] BOUDYNAS, R. G., NISBETT, J.K. **Elementos de Máquinas de Shigley**, 8^a Edição, Porto Alegre: Bookman, 2011.
- [5] BRANCO, C.A.G.M.; FERREIRA J.M.; COSTA, J.D.; RIBEIRO, A.S. **Projecto de Órgãos de Máquinas**. Fundação Calouste Gulbenkian, 2005.
- [6] CAMPEAN, I.F., DAY, A.J. and WRIGHT, S. **Camshaft timing belt reliability modelling**, in Reliability and Maintainability Symposium, 2001. Proceedings.377-383, 2001.
- [7] CARVALHO, J. R. de, MORAES, P. **Órgãos de Máquinas: dimensionamento**. 3a Ed. LTC, 1984.
- [8] CHILDS, T. H. C.; DALGARNO, K. W.; DAY, A. J., MOORE, R. B. **Automotive timing belt life laws and a user design guide**, in Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part D-journal of Automobile Engineering, 212, 409-419, 1998.
- [9] COLLINS, Jack A. **Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas: Uma perspectiva de prevenção de falha**, Rio de Janeiro: LTC, 2006.
- [10] DALGARNO, K. W.; DAY, A. J., CHILDS, T. H. C. **Synchronous belt materials and belt life correlation**, in Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part D-journal of Automobile Engineering, 208, 37-48, 1994.
- [11] DECKER, K. H. **Elementos de Máquinas**, Urmo SA, 1979.
- [12] DOBROVOLSKI, V. ZABLONSKI, K. RADCHIK, A. ERLIJ, L. **Elementos de Maquinas**, MIR, 1980.
- [13] DOWLING, N.E. **Estimating Fatigue Life**, in ASM HandBook - Fatigue and Fracture, Vol 19, p 617-649.
- [14] DUDLEY, D.W., **Handbook of Pratical Gear Design**. McGraw Hill Book Company, 1984
- [15] ERICKSON, Wallace D.(Edt). **Belt Selection and Application for Engineers**, Dekker, 1987.
- [16] FAG Rolamentos: Catalogo WL 41 520/3 PB, 1999.

- [17] FAIRES, V.M. **Elementos orgânicos de máquinas**. Vol I e II, LTC, 1984.
- [18] FENNER Drives. **T-Max belt & Chain Tensioners** - FDT-017, Abril 2011
- [19] FÉODOSIEV, V. **Resistência dos Materiais**. Porto : Lopes da Silva, 1977
- [20] FRITZSON D. **Life prediction of V-belts related to fatigue mechanisms**, in Journal of mechanisms, transmissions, and automation in design, vol. 111, no3, pp. 424-432, 1989.
- [21] GATES Coorporation. **Synchronous Belt**: Failure analysis Guide. 8p, s/d.
- [22] GENTA, G., MORELLO, L. **The automotive chassis**. Vol 1. Components Design, Springer. 2009.
- [23] HAMILTON, A., FATTAH, M., CAMPEAN, F., and DAY, A., **Analytical Life Prediction Modelling of an Automotive Timing Belt**. SAE Technical Paper 2008-01-1207, 2008.
- [24] HENRIOT, G. **Traité Théorique et pratique des engrenages**. 6e. Édition. Dunod. 1979
- [25] IIZUKA, H.; GERBERT, G., CHILDS, T. H. C. **Fatigue Damage Prediction in Synchronous Belts**, in Journal of Mechanical Design, 121, 1999
- [26] ISO 4183. Classical and Narrow V-belts - Grooved pulleys. 1995.
- [27] ISO 6336-1. Calculation of load capacity of spurs and helical gears - Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors. 2007.
- [28] ISO 6336-3 Second Edition. Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 3: Calculation of tooth bending strength. 2007.
- [29] JUVINALL, R. C. MARSHEK, K. M. **Fundamentals of machine component design**. 2nd Ed. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- [30] Kim, B., Kim, Y., Chun, D., Ahn, S. et al., **Fatigue Life Analysis of Automotive V-belt Pulley**, SAE Technical Paper 2007-01-3729, 2007.
- [31] KLEBANOV, B.M.; BARLAM, D.M.; NYSTROM, F.E. **Machine Elements**: Lide and design, CRC, 2008.
- [32] KOZHUSHKO, G.G.; KOPNOV, V.A., **Fatigue strength functions in shear loading of fabric conveyor belts**, International Journal of Fatigue, Volume 17, Issue 8, Pages 539-544, 1995
- [33] LEAL, L. C. M. **Tribologia**. Apostila Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC, s/d.
- [34] MOTT, R.L. **Machine Elements in Mechanical Design**, 4a Ed. PEARSON, 2004.
- [35] NIEMANN, G. **Elementos de Máquinas**. Vol II. São Paulo: Edgard Blücher, 1971.
- [36] NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas**. Uma abordagem integrada. 2ª Ed. Bookman: Brasil, 2004.
- [37] NSK, **Catálogo de produtos**, São Paulo, s/d.
- [38] NTN. **Catálogo de Produtos**. Disponível em <http://www.ntn.com.br>.

- [39] OLIVER L. R., JOHNSON C. O., BREIG W. F. **V-Belt Life Prediction and Power Rating**. J. Manuf. Sci. Eng. 98(1), 340-347. 1976
- [40] ORTHWEIN, W. **Clutches and Brakes**: Design and selection. 2ª Edição, Marcel Dekker, 2004.
- [41] PERNEDER R., OSBORNE, I., **Handbook Timing Belts**: Principles, Calculations, Applications, Springer, 2012.
- [42] RADZEVICH, S. P. **Gear Cutting Tools**: Fundamentals of Design and Computation, CRC Press, 2010.
- [43] RENOLD. Roller Chain Catalogue, s/d.
- [44] SALZMAN, R.H., REABURN, S.M. **Probabilistic modelling for timing belt fatigue life predictions using accelerated testing**, in International Journal of Materials and Product Technology, Vol. 16 N. 4, pp 446-461, 2001
- [45] SHIGLEY, J. E. **Elementos de máquinas**. Vol. 2. Rio de Janeiro: LTC, 1984.
- [46] SHIGLEY, J. E. MISCHKE, C. R. BUDYNAS, R.G. **Projeto de engenharia mecânica**. 7ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.
- [47] SHOCKMETAIS. **Catálogo de produtos**, s/d.
- [48] STEPHENS, R.I.; FATEMI, A.; STEPHENS, R.R.; FUCHS, H.O. **Metal Fatigue in Engineering**. 2ª Ed. John Wiley, 2001.
- [49] STRUTT, J. E. HALLP. L. **Global Vehicle Reliability**: Prediction and Optimization Techniques, Wiley, 2003.
- [50] THOMSON, William T. **Teoria da vibração com aplicações**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978
- [51] VEIGA, J. C. **Juntas industriais**. Rio de Janeiro: José Olympio, 1989.
- [52] WAHL, A. M. **Mechanical springs**, 2. ed., Nova Iorque, McGraw-Hill Book Company. 1963.
- [53] WRIGHT, Douglas. Notes on DESIGN AND ANALYSIS OF MACHINE ELEMENTS, Department of Mechanical and Materials Engineering The University of Western Australia, [http : //www – mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/textbooks_dvdonly/DAN/intro](http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/textbooks_dvdonly/DAN/intro)
- [54] ZAIONS, D. R. **Elementos de Máquinas I**, Joaçaba, 2008.

Texto preliminar

Tolerâncias fundamentais ISO normalizadas

A

Tolerâncias fundamentais ISO até 500 mm														
Grupo de dimensões em mm (milímetros) – valores da tabela em µm (microns)														
qualidade	Até 1	> 1 ≤ 3	> 3 ≤ 6	> 6 ≤ 10	> 10 ≤ 18	> 18 ≤ 30	> 30 ≤ 50	> 50 ≤ 80	> 80 ≤ 120	> 120 ≤ 180	> 180 ≤ 250	> 250 ≤ 315	> 315 ≤ 400	> 400 ≤ 500
IT 01	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,8	1	1,2	2	2,5	3	4
IT 0	0,5	0,5	0,6	0,6	0,8	1	1	1,2	1,5	2	3	4	5	6
IT 1	0,8	0,8	1	1	1,2	1,5	1,5	2	2,5	3,5	4,5	6	7	8
IT 2	1,2	1,2	1,5	1,5	2	2,5	2,5	3	4	5	7	8	9	10
IT 3	2	2	2,5	2,5	3	4	4	5	6	8	10	12	13	15
IT 4	3	3	4	4	5	6	7	8	10	12	14	16	18	20
IT 5	4	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
IT 6	6	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
IT 7	10	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
IT 8	14	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
IT 9	25	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
IT 10	40	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
IT 11	60	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
IT 12	-	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
IT 13	-	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970
IT 14	-	250	300	360	430	520	620	740	870	1000	1150	1300	1400	1550
IT 15	-	400	480	580	700	840	1000	1200	1400	1600	1850	2100	2300	2500
IT 16	-	600	750	900	1100	1300	1600	1900	2200	2500	2900	3200	3600	4000

Texto preliminar

Afastamentos para eixos

B

Afastamentos de referencia para eixos – afastamentos superiores (µm)												
>	≤	a	b	c	cd	d	e	ef	f	fg	g	h
0	1	X	X	-60	-34	-20	-14	-10	-6	-4	-2	0
1	3	-270	-140	-60	-34	-20	-14	-10	-6	-4	-2	0
3	6	-270	-140	-70	-46	-30	-20	-14	-10	-6	-4	0
6	10	-280	-150	-80	-56	-40	-25	-18	-13	-8	-5	0
10	14	-290	-150	-95	X	-50	-32	X	-16	X	-6	0
14	18	-290	-150	-95	X	-60	-32	X	-16	X	-6	0
18	24	-300	-160	-110	X	-65	-40	X	-20	X	-7	0
24	30	-300	-160	-110	X	-65	-40	X	-20	X	-7	0
30	40	-310	-170	-120	X	-80	-50	X	-25	X	-9	0
40	50	-320	-180	-130	X	-80	-50	X	-25	X	-9	0
50	65	-340	-180	-140	X	-100	-60	X	-30	X	-10	0
65	80	-360	-200	-150	X	-100	-60	X	-30	X	-10	0
80	100	-380	-220	-170	X	-120	-72	X	-36	X	-12	0
100	120	-410	-240	-180	X	-120	-72	X	-36	X	-12	0
120	140	-460	-260	-200	X	-145	-85	X	-43	X	-14	0
140	160	-520	-280	-210	X	-145	-85	X	-43	X	-14	0
160	180	-580	-310	-230	X	-145	-85	X	-43	X	-14	0
180	200	-660	-340	-240	X	-170	-100	X	-50	X	-15	0
200	225	-740	-380	-260	X	-170	-100	X	-50	X	-15	0
225	250	-820	-420	-280	X	-170	-100	X	-50	X	-15	0
250	280	-920	-480	-300	X	-190	-110	X	-56	X	-17	0
280	315	-1050	-540	-330	X	-190	-110	X	-56	X	-17	0
315	355	-1200	-600	-360	X	-210	-125	X	-62	X	-18	0
355	400	-1350	-680	-400	X	-210	-125	X	-62	X	-18	0
400	450	-1500	-760	-440	x	-230	-135	X	-68	X	-20	0

Afastamentos de referencia para eixos – afastamentos inferiores(um)																				
>	≤	j5 j6	j7	j8	k4 a k7	k≤3 k>7	m	n	p	r	s	t	u	v	x	y	z	za	zb	zc
0	1	-2	-4	-6	0	0	2	4	6	10	14	X	18	X	20	X	26	32	40	60
1	3	-2	-4	-6	0	0	2	4	6	10	14	X	18	X	20	X	26	32	40	60
3	6	-2	-4	X	1	0	4	8	12	15	19	X	23	X	28	X	35	42	50	80
6	10	-2	-5	X	1	0	6	10	15	19	23	X	28	X	34	X	42	52	67	97
10	14	-3	-5	X	1	0	7	12	18	23	28	X	33	X	40	X	50	64	90	130
14	18	-3	-6	X	1	0	7	12	18	23	28	X	33	39	45	X	60	77	108	150
18	24	-4	-8	X	2	0	8	15	22	28	35	X	41	47	54	63	73	98	136	188
24	30	-4	-8	X	2	0	8	15	22	28	35	41	48	55	64	75	88	118	160	218
30	40	-5	-10	X	2	0	9	17	26	34	43	48	60	68	80	94	112	148	200	274
40	50	-5	-10	X	2	0	9	17	26	34	43	54	70	81	97	114	136	180	242	325
50	65	-7	12	X	2	0	11	20	32	41	53	66	87	102	122	144	172	226	300	405
65	80	-7	-12	X	2	0	11	20	32	43	59	75	102	120	146	174	210	274	360	480
80	100	-9	-15	X	3	0	13	23	37	51	71	91	124	146	178	214	258	335	445	585
100	120	-9	-15	X	3	0	13	23	37	54	79	104	144	172	210	254	310	400	525	690
120	140	-11	-18	X	3	0	15	27	43	63	92	122	170	202	248	300	365	470	620	800
140	160	-11	-18	X	3	0	15	27	43	65	100	134	190	228	280	340	415	535	700	900
160	180	-11	-18	X	3	0	15	27	43	68	108	146	210	252	310	380	465	600	780	1000
180	200	-13	-21	X	4	0	17	31	50	77	122	166	236	284	350	425	520	670	880	1150
200	225	-13	-21	X	4	0	17	31	50	80	130	180	258	310	385	470	575	740	960	1250
225	250	-13	-21	X	4	0	17	31	50	84	140	196	284	340	425	520	640	820	1050	1350
250	280	-16	-26	X	4	0	20	34	56	94	158	218	315	385	475	580	710	920	1200	1550
280	315	-16	-26	X	4	0	20	34	56	98	170	240	350	423	525	650	790	1000	1300	1700
315	355	-18	-28	X	4	0	21	37	62	108	190	268	390	475	590	730	900	1150	1500	1900
355	400	-18	-28	X	4	0	21	37	62	114	208	294	435	530	660	820	1000	1300	1650	2100
400	450	-20	-32	X	5	0	23	40	68	126	232	330	490	595	740	920	110	1450	1850	2400
450	500	-20	-32	X	5	9	23	40	68	132	252	360	530	660	820	1000	1250	1600	2100	2800

Afastamentos para furos

C

Afastamentos de referencia para furos – afastamentos superiores (µm)																				
>	≤	J5 J6	J7	J8	K4 a K7	K≤3 K>7	M	N	P	R	S	T	U	V	X	Y	Z	ZA	ZB	ZB
0	1	2	4	6	0	0	-2	-4	-6	-10	-14	X	-18	X	-20	X	-26	-32	-40	-60
1	3	2	4	6	0	0	-2	-4	-6	-10	-14	X	-18	X	-20	X	-26	-32	-40	-60
3	6	2	4	X	-1	0	-4	-8	-12	-15	-19	X	-23	X	-28	X	-35	-42	-50	-80
6	10	2	5	X	-1	0	-6	-10	-15	-19	-23	X	-28	X	-34	X	-42	-52	-67	-97
10	14	3	5	X	-1	0	-7	-12	-18	-23	-28	X	-33	X	-40	X	-50	-64	-90	-130
14	18	3	6	X	-1	0	-7	-12	-18	-23	-28	X	-33	39	-45	X	-60	-77	-108	-150
18	24	4	8	X	-2	0	-8	-15	-22	-28	-35	X	-41	-47	-54	-63	-73	-98	-136	-188
24	30	4	8	X	-2	0	-8	-15	-22	-28	-35	-41	-48	-55	-64	-75	-88	-118	-160	-218
30	40	5	10	X	-2	0	-9	-17	-26	-34	-43	-48	-60	-68	-80	-94	-112	-148	-200	-274
40	50	5	10	X	-2	0	-9	-17	-26	-34	-43	-54	-70	-81	-97	-114	-136	-180	-242	-325
50	65	7	12	X	-2	0	-11	-20	-32	-41	-53	-66	-87	-102	-122	-144	-172	-226	-300	-405
65	80	7	12	X	-2	0	-11	-20	-32	-43	-59	-75	-102	-120	-146	-174	-210	-274	-360	-480
80	100	9	15	X	-3	0	-13	-23	-37	-51	-71	-91	-124	-146	-178	-214	-258	-335	-445	-585
100	120	9	15	X	-3	0	-13	-23	-37	-54	-79	-104	-144	-172	-210	-254	-310	-400	-525	-690
120	140	11	18	X	-3	0	-15	-27	-43	-63	-92	-122	-170	-202	-248	-300	-365	-470	-620	-800
140	160	11	18	X	-3	0	-15	-27	-43	-65	-100	-134	-190	-228	-280	-340	-415	-535	-700	-900
160	180	11	18	X	-3	0	-15	-27	-43	-68	-108	-146	-210	-252	-310	-380	-465	-600	-780	-1000
180	200	13	21	X	-4	0	-17	-31	-50	-77	-122	-166	-236	-284	-350	-425	-520	-670	-880	-1150
200	225	13	21	X	-4	0	-17	-31	-50	-80	-130	-180	-258	-310	-385	-470	-575	-740	-960	-1250
225	250	13	21	X	-4	0	-17	-31	-50	-84	-140	-196	-284	-340	-425	-520	-640	-820	-1050	-1350
250	280	16	26	X	-4	0	-20	-34	-56	-94	-158	-218	-315	-385	-475	-580	-710	-920	-1200	-1550
280	315	16	26	X	-4	0	-20	-34	-56	-98	-170	-240	-350	-423	-525	-650	-790	-1000	-1300	-1700
315	355	18	28	X	-4	0	-21	-37	-62	-108	-190	-268	-390	-475	-590	-730	-900	-1150	-1500	-1900
355	400	18	28	X	-4	0	-21	-37	-62	-114	-208	-294	-435	-530	-660	-820	-1000	-1300	-1650	-2100
400	450	20	32	X	-5	0	-23	-40	-68	-126	-232	-330	-490	-595	-740	-920	-1100	-1450	-1850	-2400
450	500	20	32	X	-5	9	-23	-40	-68	-132	-252	-360	-530	-660	-820	-1000	-1250	-1600	-2100	-2800

Afastamentos de referencia para furos – afastamentos inferiores (µm)												
>	≤	A	B	C	Cd	D	E	EF	F	FG	G	H
0	1	X	X	60	34	20	14	10	6	-4	2	0
1	3	270	140	60	34	20	14	10	6	-4	2	0
3	6	270	140	70	46	30	20	14	10	-6	4	0
6	10	280	150	80	56	40	25	18	13	-8	5	0
10	14	290	150	95	X	50	32	X	16	X	6	0
14	18	290	150	95	X	60	32	X	16	X	6	0
18	24	300	160	110	X	65	40	X	20	X	7	0
24	30	300	160	110	X	65	40	X	20	X	7	0
30	40	310	170	120	X	80	50	X	25	X	9	0
40	50	320	180	130	X	80	50	X	25	X	9	0
50	65	340	180	140	X	100	60	X	30	X	10	0
65	80	360	200	150	X	100	60	X	30	X	10	0
80	100	380	220	170	X	120	72	X	36	X	12	0
100	120	410	240	180	X	120	72	X	36	X	12	0
120	140	460	260	200	X	145	85	X	43	X	14	0
140	160	520	280	210	X	145	85	X	43	X	14	0
160	180	580	310	230	X	145	85	X	43	X	14	0
180	200	660	340	240	X	170	100	X	50	X	15	0
200	225	740	380	260	X	170	100	X	50	X	15	0
225	250	820	420	280	X	170	100	X	50	X	15	0
250	280	920	480	300	X	190	110	X	56	X	17	0
280	315	1050	540	330	X	190	110	X	56	X	17	0
315	355	1200	600	360	X	210	125	X	62	X	18	0
355	400	1350	680	400	X	210	125	X	62	X	18	0
400	450	1500	760	440	x	230	135	X	68	X	20	0

Elementos de máquinas normalizados

D

Tabela adaptada de [45] contendo dados dimensionais para porcas sextavadas com acabamento grosso.

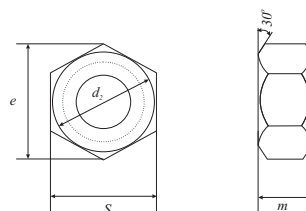
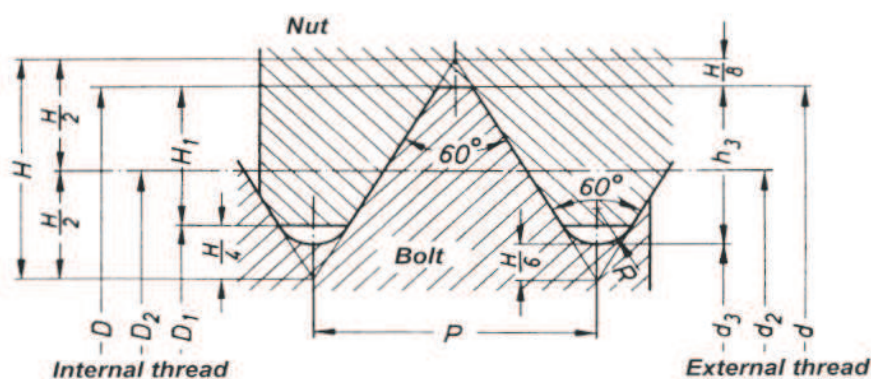


Tabela D.1: Porca sextavada - Acabamento grosso (Dimensões em mm) (ABNT - PB44).

Rosca d	d_2 mínimo	e mínimo	m	S
M5	7,2	8,63	4	8
M6	9,0	10,89	5	10
M8	11,7	14,20	6,5	13
M10	15,3	18,72	8	17
M12	17,1	20,88	10	19
M16	21,6	26,17	13	24
M20	27,0	32,95	16	30
M22	28,8	35,03	18	32
M24	32,4	39,55	19	36
M27	36,9	35,20	22	41
M30	41,4	50,85	24	46
M33	45	55,37	26	50
M36	49,5	60,79	29	55
M42	62	72,09	34	65
M48	71	83,39	38	75
M56	81	94,47	45	85
M64	90	105,77	51	95
M72 X 6	100	117,07	58	105
M80 X 6	110	128,37	64	115
M90 X 6	125	145,09	72	130
M100 X 6	140	162,04	80	145



Sizes in mm

$$\begin{aligned}
 D_1 &= d - 2 H_1 \\
 d_2 &= D_2 = d - 0,64953 P \\
 d_3 &= d - 1,22687 P \\
 H &= 0,86603 P \\
 H_1 &= 0,54127 P \\
 h_3 &= 0,61343 P \\
 R &= \frac{H}{6} = 0,14434 P
 \end{aligned}$$

Nominal value of thread d = D			Pitch	Flank- ϕ	Root- ϕ		Depth of thread		Radius
Row 1	Row 2	Row 3	P	d ₂ = D ₂	d ₃	D ₁	h ₃	H ₁	R
M 1			0,25	0,838	0,693	0,729	0,153	0,135	0,036
	M 1,1		0,25	0,938	0,793	0,829	0,153	0,135	0,036
M 1,2			0,25	1,038	0,893	0,929	0,153	0,135	0,036
	M 1,4		0,3	1,205	1,032	1,075	0,184	0,162	0,043
M 1,6			0,35	1,373	1,170	1,221	0,215	0,189	0,051
	M 1,8		0,35	1,573	1,371	1,421	0,215	0,189	0,051
M 2			0,4	1,740	1,509	1,567	0,245	0,217	0,058
	M 2,2		0,45	1,908	1,648	1,713	0,276	0,244	0,065
M 2,5			0,45	2,208	1,948	2,013	0,276	0,244	0,065
M 3			0,5	2,675	2,387	2,459	0,307	0,271	0,072
	M 3,5		0,6	3,110	2,764	2,850	0,368	0,325	0,087
M 4			0,7	3,545	3,141	3,242	0,429	0,379	0,101
	M 4,5		0,75	4,013	3,580	3,688	0,460	0,406	0,108
M 5			0,8	4,480	4,019	4,134	0,491	0,433	0,115
M 6			1	5,350	4,773	4,917	0,613	0,541	0,144
	M 7		1	6,350	5,773	5,917	0,613	0,541	0,144
M 8			1,25	7,188	6,466	6,647	0,767	0,677	0,180
		M 9	1,25	8,188	7,466	7,647	0,767	0,677	0,180
M 10			1,5	9,026	8,160	8,376	0,920	0,812	0,217
		M 11	1,5	10,026	9,160	9,376	0,920	0,812	0,217
M 12			1,75	10,863	9,853	10,106	1,074	0,947	0,253
	M 14		2	12,701	11,546	11,835	1,227	1,083	0,289
M 16			2	14,701	13,546	13,835	1,227	1,083	0,289
	M 18		2,5	16,376	14,933	15,294	1,534	1,353	0,361
M 20			2,5	18,376	16,933	17,294	1,534	1,353	0,361
	M 22		2,5	20,376	18,933	19,294	1,534	1,353	0,361
M 24			3	22,051	20,319	20,752	1,840	1,624	0,433
	M 27		3	25,051	23,319	23,752	1,840	1,624	0,433
M 30			3,5	27,727	25,706	26,211	2,147	1,894	0,505
	M 33		3,5	30,727	28,706	29,211	2,147	1,894	0,505
M 36			4	33,402	31,093	31,670	2,454	2,165	0,577
	M 39		4	36,402	34,093	34,670	2,454	2,165	0,577
M 42			4,5	39,077	36,479	37,129	2,760	2,436	0,650
	M 45		4,5	42,077	39,479	40,129	2,760	2,436	0,650
M 48			5	44,752	41,866	42,587	3,067	2,706	0,722
	M 52		5	48,752	45,866	46,587	3,067	2,706	0,722
M 56			5,5	52,428	49,252	50,046	3,374	2,977	0,794
	M 60		5,5	56,428	53,252	54,046	3,374	2,977	0,794
M 64			6	60,103	56,639	57,505	3,681	3,248	0,866
	M 68		6	64,103	60,639	61,505	3,681	3,248	0,866

Tabela D.2: Alguns valores de rosca trapezoidal definidos pela DIN 103

d (mm)	d_r (mm)	d_m (mm)	p (mm)
10	6,5	8,5	3
12	8,5	10,5	3
14	9,5	12	4
16	11,5	14	4
18	13,5	16	4
20	15,5	18	4
22	16,5	19,5	5
24	18,5	21,5	5
26	20,5	23,5	5
28	22,5	25,5	5
30	23,5	27	6
32	25,5	29	6
34	27,5	31	6
36	29,5	33	6
38	30,5	34,5	7
40	32,5	36,5	7
42	34,5	38,5	7
44	36,5	40,5	7
46	37,5	42	8
48	39,5	44	8
50	41,5	46	8
52	43,5	48	8
55	45,5	50,5	9
58	48,5	53,5	9
60	50,5	55,5	9
62	52,5	57,5	9
65	54,5	60	10
68	57,5	63	10
70	59,5	65	10
72	61,5	67	10
75	64,5	70	10
78	67,5	73	10
80	69,5	75	10

 d - diâmetro da rosca d_r - diâmetro da raiz d_m - diâmetro médio p - passo

Tabela D.3: Alguns valores de rosca trapezoidal grossa definidos pela DIN 379.

d (mm)	d_r (mm)	d_m (mm)	p (mm)
22	13,5	18	8
24	15,5	20	8
26	17,5	22	8
28	19,5	24	8
30	19,5	25	10
32	21,5	27	10
34	23,5	29	10
36	25,5	31	10
38	27,5	33	10
40	27,5	34	12
42	29,5	36	12
44	31,5	38	12
46	33,5	40	12
48	35,5	42	12
50	37,5	44	12
52	39,5	46	12
55	40	48	14
58	43	51	14
60	45	53	14
62	47	55	14
65	48	57	16
68	51	60	16
70	53	62	16
72	55	64	16
75	58	67	16
78	61	70	16
80	63	72	16
82	65	74	16
85	68	76	18
88	69	79	18
90	71	81	18

 d - diâmetro da rosca d_r - diâmetro da raiz d_m - diâmetro médio p - passo

Tabela D.4: Alguns valores de rosca trapezoidal fina definidos pela DIN 378

d (mm)	d_r (mm)	d_m (mm)	p (mm)
10	7,5	9	2
12	9,5	11	2
14	11,5	13	2
16	13,5	15	2
18	15,5	17	2
20	17,5	19	2
22	18,5	20,5	3
24	20,5	22,5	3
26	22,5	24,5	3
28	24,5	26,5	3
30	26,5	28,5	3
32	28,5	30,5	3
34	30,5	32,5	3
36	32,5	34,5	3
38	34,5	36,5	3
40	36,5	38,5	3
42	38,5	40,5	3
44	40,5	42,5	3
46	42,5	44,5	3
48	44,5	46,5	3
50	46,5	48,5	3
52	48,5	50,5	3
55	51,5	53,5	3
58	54,5	56,5	3
60	56,5	58,5	3
62	58,5	60,5	3
65	60,5	63	4
68	63,5	65	4
70	65,5	68	4
72	67,5	70	4
75	70,5	73	4
78	73,5	76	4
80	75,5	78	4

 d - diâmetro da rosca d_r - diâmetro da raiz d_m - diâmetro médio p - passo

Texto preliminar

Propriedades mecânicas dos materiais

E

Tabela E.1: Propriedades mecânicas de materiais, adaptado de [36].

Material	Módulo de elasticidade E [GPa]	Módulo de elastic. transversal G [GPa]	Poisson ν
Ligas de alumínio	71,7	26,8	0,34
Cobre berílio	127,6	49,4	0,29
Latão e bronze	110,3	41,5	0,33
Cobre	120,7	44,7	0,35
FoFo cinzento	103,4	40,4	0,28
Ligas de magnésio	44,8	16,8	0,33
Ligas de níquel	206,8	79,6	0,30
Aço carbono	206,8	80,8	0,28
Ligas de aço	206,8	80,8	0,28
Aço inox	189,6	74,1	0,28
Ligas de titânio	113,8	42,4	0,16
Ligas de zinco	82,7	31,1	0,33

Tabela E.2: Propriedades mecânicas de ligas de aço ferramenta, adaptado de [36].

Material [SAE]	Processo fabricação	Limite de escoamento σ_e [MPa]	Resistência a tração σ_r [MPa]
1340	Recozido	434	703
	Temperado e revenido	752	862
4027	Recozido	324	517
	Temperado e revenido	779	910
4130	Recozido a 1.450°F	359	558
	Temperado e revenido a 1.200°F	703	814
	Temperado e revenido a 800°F	1.193	1.282
	Temperado e revenido a 400°F	1.462	1.627
4140	Recozido a 1.450°F	421	655
	Temperado e revenido a 1.200°F	655	758
	Temperado e revenido a 800°F	1.138	1.248
	Temperado e revenido a 400°F	1.641	1.772
4340	Temperado e revenido a 1.200°F	855	965
	Temperado e revenido a 1.000°F	1.076	1.172
	Temperado e revenido a 800°F	1.365	1.469
	Temperado e revenido a 600°F	1.586	1.724
6150	Recozido	407	662
	Temperado e revenido	1020	1082
8740	Recozido	414	655
	Temperado e revenido	917	993

Tabela E.3: Propriedades mecânicas de aços carbono, adaptado de [36].

Material [SAE]	Processo fabricação	Limite de escoamento σ_e [MPa]	Resistência a tração σ_r [MPa]
1010	Laminado a quente	179	324
	Laminado a frio	303	365
1020	Laminado a quente	207	379
	Laminado a frio	393	469
1030	Laminado a quente	259	469
	Laminado a frio	441	524
	Temperado e revenido a 1.000°F	517	669
	Temperado e revenido a 800°F	479	731
1035	Laminado a quente	276	496
	Laminado a frio	462	552
1040	Laminado a quente	290	524
	Laminado a frio	490	586
	Temperado e revenido a 1.200°F	434	634
	Temperado e revenido a 800°F	552	758
	Temperado e revenido a 400°F	593	779
1045	Laminado a quente	310	565
	Laminado a frio	531	627
1050	Laminado a quente	345	621
	Laminado a frio	579	689
	Temperado e revenido a 1.200°F	538	717
	Temperado e revenido a 800°F	793	1.089
	Temperado e revenido a 400°F	807	1.124
1060	Laminado a quente	372	676
	Temperado e revenido a 1.200°F	524	800
	Temperado e revenido a 800°F	669	965
	Temperado e revenido a 400°F	765	1.076
1095	Laminado a quente	455	827
	Temperado e revenido a 1.200°F	552	896
	Temperado e revenido a 800°F	772	1.213
	Temperado e revenido a 400°F	814	1.262

Tabela E.4: Propriedades mecânicas de ligas de alumínio, adaptado de [47].

Material [ASTM]	Processo fabricação	Limite de escoamento σ_e [MPa]	Resistência a tração σ_r [MPa]
1050	Recozido	15	55
	Encruado	70	95
1100	Recozido	25	75
	Encruado	95	110
1200	Recozido	25	75
	Encruado	95	110
2011	Tratado termicamente	125	275
3003	Recozido	35	95
	Encruado	115	140
3105	Recozido	35	95
	Encruado	115	150
5005	Recozido	35	105
	Encruado	115	145
5052	Recozido	65	170
	Encruado	180	235
6060	Tratado termicamente	105	145
6061	Tratado termicamente	110	180
6063	Tratado termicamente	105	145
6101	Tratado termicamente	172	200
6261	Tratado termicamente	225	265
6262	Tratado termicamente	240	260
6351	Tratado termicamente	255	290
8011	Recozido	50	80
	Encruado	110	120

Texto preliminar

Dimensões normalizadas

F

A DIN 3 determina algumas medidas normatizadas para serem utilizadas como comprimentos em geral, mostradas na tabela F.1

Tabela F.1: Algumas medidas padronizadas pela DIN 3.

0,1	0,12	0,16	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8
2	2,2	2,5	2,8	3	3,2	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
28	30	32	34	35	36	38	40	42	44	45	46	48	50	52	53
55	56	58	60	62	63	65	67	68	70	71	72	75	78	80	82

Texto preliminar

Fatores para projetos de engrenagens



Um dos pontos que devem ser definidos para se encontrar os valores recomendados para fatores de engrenagens é a questão de qualidade.

- **Qualidade 1** : Qualidade elevadíssima, pouco utilizada devido seu altíssimo custo.
- **Qualidade 2** : Indicado para aplicações em indústria de relojoaria, obtidas por retífica por rebolo de forma, com elevado nível de rejeição.
- **Qualidade 3** : Também obtida por retífica é utilizada em aplicações de elevada precisão.
- **Qualidade 4** : Obtida por rebolos de forma, indicados para indústria aeroespacial.
- **Qualidade 5** : Engrenagens de máquinas operatrizes e instrumentos de medida.
- **Qualidade 6** : Indústria automotiva e náutica.
- **Qualidade 7** : Indústria automotiva, máquinas de elevação e transporte, feitas por usinagem com posterior retífica.
- **Qualidade 8 e 9**: Usinagem sem retífica, utilizadas em máquinas em geral.
- **Qualidade 10 a 12**: Máquinas agrícolas, de levantamento e equipamentos de pouca responsabilidade.

Obs. As qualidades 1 a 4 estão relacionadas a processos de fabricação por retificação.

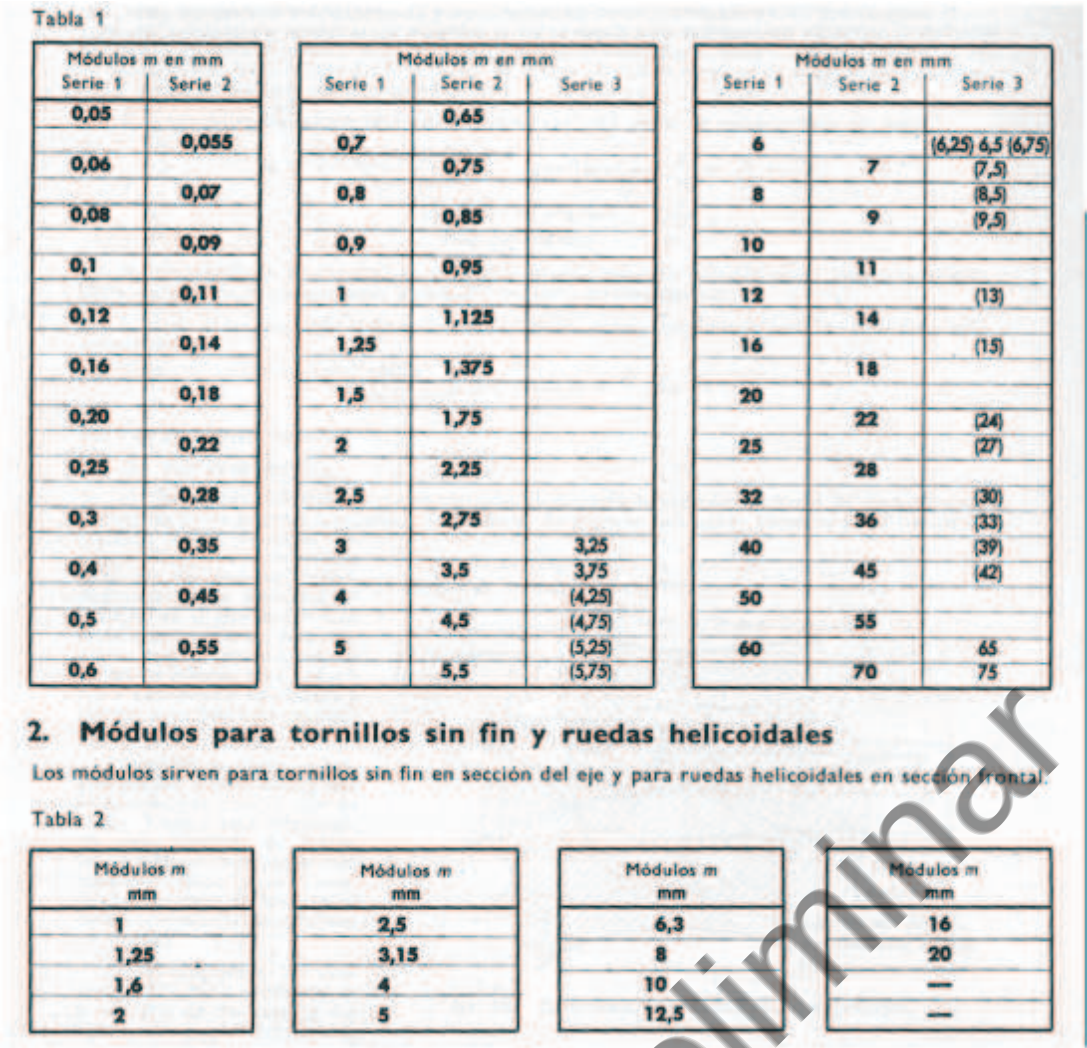


Figura G.1: Módulos definidos pela norma DIN 780.

Tabela G.1: Valores de y_L para engrenagens de dentes retos e ângulo de pressão de 20^0 .

Número de Dentes (Z)	Fator de Lewis y_L
12	4,50
13	4,30
14	4,10
15	3,90
16	3,75
17	3,60
18	3,50
21	3,30
24	3,20
28	3,10
34	3,00
40	2,90
50	2,80
65	2,70
80	2,60
100	2,60
∞	2,45

Tabela G.2: Valores de K_d para engrenagens de dentes retos.

Grau de qualidade	Dureza superficial do dente	Velocidade tangencial (m/s)			
		< 1	1-3	3-8	8-12
6	≤ 350			1,2	1,3
	> 350			1,2	1,3
7	≤ 350		1,25	1,45	1,55
	> 350		1,2	1,3	1,4
8	≤ 350		1,35	1,55	
	> 350	1,0	1,3	1,4	
9	≤ 350	1,1	1,45		
	> 350	1,1	1,4		

Tabela G.3: Valores de K_d para engrenagens de dentes helicoidais.

Grau de qualidade	Dureza superficial do dente	Velocidade tangencial (m/s)				
		< 3	3-8	8-12	12-18	18-25
6	≤ 350		1,0	1,1	1,2	1,4
	> 350		1,0	1,0	1,1	1,2
7	≤ 350	1,0	1,0	1,2	1,3	1,5
	> 350	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3
8	≤ 350	1,1	1,3	1,4		
	> 350	1,1	1,2	1,3		
9	≤ 350	1,2	1,4			
	> 350	1,2	1,3			

Tabela G.4: Valores de fator de distribuição de carga K_e .

$\Psi = \frac{b}{d}$	Simétrica ao mancal	Assimétrica		Em balanço
		Eixo muito rígido	Eixo pouco rígido	
0,2	1,00	1,00	1,05	1,15
0,4	1,00	1,04	1,10	1,22
0,6	1,03	1,08	1,16	1,32
0,8	1,06	1,13	1,22	1,45
1,0	1,10	1,18	1,29	
1,2	1,14	1,23	1,36	
1,4	1,19	1,29	1,45	
1,6	1,25	1,35	1,55	

Tabela G.5: Alguns valores de fator de serviço AGMA K_s .

Aplicação	Serviço	
	3 a 10 h	mais de 10 h
Agitadores		
Líquido puro	1,0	1,25
Líquido e sólido	1,25	1,50
Líquido dens. variável	1,25	1,50
Bobinadoras		
Papel	1,0	1,25
Têxtil	1,25	1,50
Compressores alternativos		
Centrífugo	1,00	1,25
Lóbulos	1,25	1,50
Monocilindro	1,75	2,00
Multicilindro	1,25	1,50
Geradores		
Não de solda	1,00	1,25
Guinchos		
Serviço médio	1,25	1,50
Serviço pesado	1,75	2,00
Dragas	1,25	1,50
Máquinas operatrizes		
Acionamento auxiliar	1,00	1,25
Acionamento principal	1,25	1,50
Rosqueadoras	1,75	2,00

Tabela G.6: Valores de referência para o limite de tensão de Hertz.

Material	Dureza	Tensão admissível (σ_{HAdm}) [MPa]
Aços carbono e aços liga de média resistência	$< 350 HB$	$\sigma_{HAdm} = 2,45 HB$
Aços liga de grande resistência e dentes endurecidos	$55 - 63 R_c$	$\sigma_{HAdm} = 24,53 R_c$
FoFo cinzento	$170 - 270 HB$	$\sigma_{HAdm} = 1,475 HB$
FoFo maleável ou nodular	$170 - 260 HB$	$\sigma_{HAdm} = 1,776 HB$

Tabela G.7: Valores do fator de aplicação K_A para a norma ISO .

Torque de entrada	Torque na saída			
	Uniforme	Choques leves	Choques médios	Choques elevados
Uniforme	1,00	1,25	1,50	1,75
Choques leves	1,10	1,35	1,60	1,85
Choques médios	1,25	1,50	1,75	2,00
Choques elevados	1,50	1,75	2,00	2,25

Tabela G.8: Valores do desvio efetivo da base da engrenagem f_{eff} .

f_{eff}	Qualidade das engrenagens
2,8	3
5,1	4
9,8	5
19,5	6
35	7
51	8
69	9
100	10
134	11
191	12

Deduções complementares

H

Neste anexo são demonstradas algumas deduções de equações apresentadas no texto.

H.1 Dedução do Z_{min}

O valor mínimo de dentes pode ser obtido a partir de uma relação geométrica dada pela figura H.1

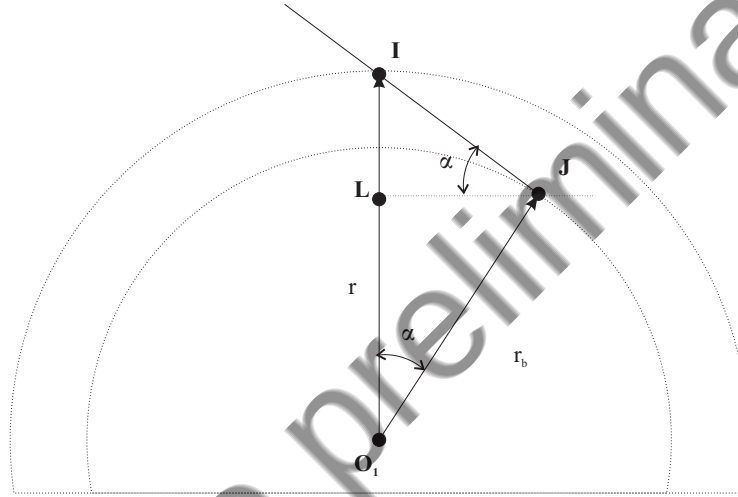


Figura H.1: Dedução de Z_{min} .

Da figura H.1, podemos perceber os pontos de contato primitivo (I) de centro da engrenagem 1 (O_1) e do início da linha de ação (J). Neste caso, dado o ângulo de pressão (α), podemos deduzir que o comprimento $\overline{IJ}$ pode ser descrito como:

$$\overline{IJ} = r \sen \alpha \quad (\text{H.1})$$

Da mesma forma, a distância $\overline{IL}$ pode ser calculada por:

$$\overline{IL} = \overline{IJ} \sen \alpha \quad (\text{H.2})$$

Substituindo a equação H.1 na equação H.2, teremos:

$$\overline{IL} = r \sen^2 \alpha \quad (\text{H.3})$$

Dado que a distância $\overline{IL}$ pode ser admitida como a altura de adendo da cremalheira geradora dos dentes (h_{ac}), dado pela equação 10.23, teremos:

$$\overline{IL} = h_{ac} = K m = r \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (\text{H.4})$$

Como o raio primitivo (r) pode ser dado por sua vez como:

$$r = \frac{Zm}{2} \quad (\text{H.5})$$

Substituindo o valor de r (equação H.5) na equação H.4, teremos:

$$K m = \frac{Zm}{2} \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (\text{H.6})$$

Rearranjando os termos, o número mínimo de dentes para que não haja recorte passa a ser:

$$Z_{min} = \frac{2K}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \quad (\text{H.7})$$

H.2 Cálculo do fator Y_F

O fator de forma (Y_F) para avaliação da tensão nas engrenagens, segundo o padrão ISO, é dado pelo método que segue abaixo [28].

Verificando a figura H.2 o objetivo é saber o comprimento da corda normal (S_{Fn}), partindo de alguns valores pré-determinados.

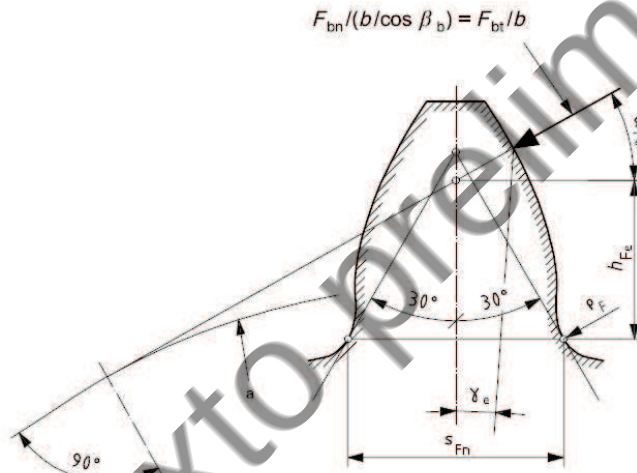


Figura H.2: Determinação da corda normal do dente de uma engrenagem. Fonte [28].

O processo é iterativo, e necessita uma série de determinações de coeficientes, começando pelo valor E , dado pela equação H.8.

$$E = \frac{\pi}{4} m_n - h_{fP} \tan \alpha_n + \frac{s_{pr}}{\cos \alpha_n} - (1 - \operatorname{sen} \alpha_n) \frac{\rho_{fP}}{\cos \alpha_n} \quad (\text{H.8})$$

Dado que:

$$s_{pr} = pr - q \quad (\text{H.9})$$

Os valores de pr e q são dados de acordo com a figura H.3 quando a engrenagem tem recorte, e $s_{pr} = 0$ quando o mesmo não houver.

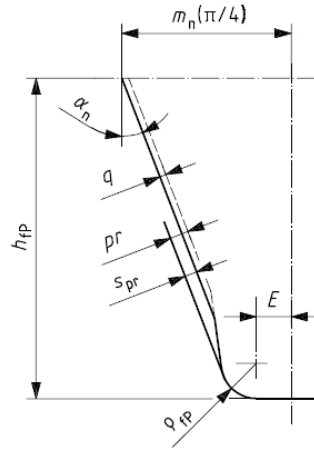


Figura H.3: Valores de referência para a equação H.9. Fonte [28]

Outro valor empírico é a constante ρ_{fPv} baseada no raio de arredondamento do pé do dente. Neste caso ele será dado pelo próprio raio (ρ_{fP} da figura H.3) quando a engrenagem for externa ou será calculado pela equação H.10 quando a engrenagem for de dente interno.

$$\rho_{fPv} \approx \rho_{fP} + m_n \frac{(x_0 + h_{fP}/m_n - \rho_{fP}/m_n)^{1,95}}{3,156 \cdot 1,036^{Z_0}} \quad (\text{H.10})$$

Dado que x_0 é o coeficiente de afastamento do pinhão e Z_0 o número de dentes do pinhão. Os outros dois coeficientes a serem determinados são:

$$G = \frac{\rho_{fPv} - h_{fP}}{m_n} + x \quad (\text{H.11})$$

$$H = \frac{2}{Z_n} \left(\frac{\phi}{2} - \frac{E}{m_n} \right) - T \quad (\text{H.12})$$

Utiliza-se $T = \phi/3$ para engrenagens externas e $T = \phi/6$ para engrenagens internas.

Por fim, resolve-se iterativamente a equação H.13 para a obtenção de θ . A norma estabelece no mínimo um valor de 5 iterações e recomenda o valor inicial $\theta = \pi/6$ para engrenagens externas e $\theta = \pi/3$ para engrenagens internas.

$$\theta = \frac{2G}{Z_n} \tan \theta - H \quad (\text{H.13})$$

Por fim, podemos calcular a corda normal da engrenagem s_{Fn} para engrenagens externas como:

$$s_{Fn} = m_n \left[Z_n \sin \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) + \sqrt{3} \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_n} \right) \right] \quad (\text{H.14})$$

e

$$s_{Fn} = m_n \left[Z_n \sin \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) + \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_{fPv}}{m_n} \right) \right] \quad (\text{H.15})$$

para engrenagens internas.

O raio de concordância do pé do dente (figura H.2), é dado como :

$$\rho_F = m_n \left[\frac{\rho_{fPv}}{m_n} + \frac{2G^2}{\cos \theta (Z_n \cos^2 \theta - 2G)} \right] \quad (\text{H.16})$$

1

Ainda seguindo a figura H.2, podemos calcular o braço do momento fletor (h_{Fe}) como:

$$h_{Fe} = \frac{m_n}{2} \left[(\cos \gamma_e - \sin \gamma_e \operatorname{tg} \alpha_{Fen}) \frac{d_{en}}{m_n} - Z_n \cos \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) - \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_f P_v}{m_n} \right) \right] \quad (\text{H.17})$$

para engrenagens externas, e:

$$h_{Fe} = \frac{m_n}{2} \left[(\cos \gamma_e - \sin \gamma_e \operatorname{tg} \alpha_{Fen}) \frac{d_{en}}{m_n} - Z_n \cos \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) - \sqrt{3} \left(\frac{G}{\cos \theta} - \frac{\rho_f P_v}{m_n} \right) \right] \quad (\text{H.18})$$

para engrenagens internas. O valor do ângulo de aplicação da força α_{Fen} (ver figura H.2) pode ser dado como:

$$\alpha_{Fen} = \operatorname{tg} \alpha_{en} - ev \alpha_n - \frac{0,5\pi + 2\operatorname{tg} \alpha_n x}{Z_n} = \alpha_{en} - \gamma_e \quad (\text{H.19})$$

O fator de forma do ângulo de pressão (α_{en}) por sua vez é calculado como:

$$\alpha_{en} = \arccos \left(\frac{d_{bn}}{d_{en}} \right) \quad (\text{H.20})$$

Onde o diâmetro externo do par de contato (d_{en}) é função do diâmetro de adendo (d_{an}), do diâmetro de base (d_{bn}), da razão de condução ($\varepsilon_{\alpha n}$), do ângulo de pressão (α_n) e do ângulo de hélice (β)², e pode ser dado como:

$$d_{en} = 2 \frac{Z}{|Z|} \sqrt{\left[\sqrt{\left(\frac{d_{an}}{2} \right)^2 - \left(\frac{d_{bn}}{2} \right)^2} - \frac{\pi d \cos \beta \cos \alpha_n (\varepsilon_{\alpha n} - 1)}{|Z|} \right]^2 + \left(\frac{d_{bn}}{2} \right)^2} \quad (\text{H.21})$$

Lembrando que:

$$d_{bn} = (m_n z_n) \cos \alpha_n \quad d_{an} = (m_n z_n) + d_a - d \quad (\text{H.22})$$

A razão de condução virtual fica sendo dada por:

$$\varepsilon_{\alpha n} = \frac{\varepsilon_{\alpha}}{\cos^2 \beta_b} \quad (\text{H.23})$$

e que z_n é o número de dentes virtuais dado por:

$$z_n \approx \frac{Z}{\cos^3 \beta} \quad (\text{H.24})$$

Com isto, podemos calcular o ângulo auxiliar γ_e , através da equação:

$$\gamma_e = \frac{0,5\pi + 2\operatorname{tg} \alpha_n x}{z_n} + ev \alpha_n - ev \alpha_{en} \quad (\text{H.25})$$

Finalmente, podemos calcular a tensão de flexão como sendo:

$$\sigma = \frac{F_b \cos \alpha_{Fen}}{\frac{1}{6} (b s_{Fn}^2)} h_{Fe} \quad (\text{H.26})$$

¹A norma estabelece o número de dentes Z_n como módulo, pois na cálculo de engrenagens helicoidais este valor deve ser negativo para engrenagens internas

²vale observar que o índice n remete ao plano normal ao dente. Esta forma geral tem suas simplificações quando aplicado a uma engrenagem cilíndrica de dentes retos

Dado que:

$$F_b = F_t / \cos \alpha \quad (\text{H.27})$$

e substituindo a equação H.27 em H.26, teremos:

$$\sigma = \left[\frac{\frac{h_{Fe}}{m} \cos \alpha_{Fen}}{\frac{1}{6} \left(\frac{s_{Fn}}{m} \right)^2 \cos \alpha} \right] \frac{F_t}{bm} = \frac{F_t}{bm} Y_F \quad (\text{H.28})$$

Isolando o fator de forma (Y_F) na equação H.28, podemos determinar o seu valor.

H.3 Definição do fator de correção de tensão (Y_S)

O fator de correção de tensão é utilizado para converter a carga nominal no pé do dente em carga local, sendo dado pela equação:

$$Y_S = (1,2 + 0,13L) q_s^{\left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L}} \right]} \quad (\text{H.29})$$

Dado que L é um fator geométrico que associa o comprimento da corda normal do dente (s_{Fn}) com o braço do momento de flexão (h_{Fe}), de forma que :

$$L = \frac{s_{Fn}}{h_{Fe}} \quad (\text{H.30})$$

A corda normal é dada pela equação H.14 para engrenagens de dentes externos e pela equação H.15 para de dentes internos, enquanto o braço do momento fletor (h_{Fe}) é dado pela equação H.17 para dentes externos e H.18 para dentes internos.

O fator de entalhe (q_s) é dado por:

$$q_s = \frac{s_{Fn}}{2\rho_F} \quad (\text{H.31})$$

Sendo ρ_F o raio de arredondamento crítico, dado pela equação H.16.

H.4 Cálculo do valor médio da rigidez de malha por largura nominal unitária $c_{\gamma\alpha}$

Para avaliarmos o valor médio da rigidez de malha por largura nominal unitária, devemos primeiramente calcular o valor mínimo de flexibilidade de um par de dentes (q'), dado pela equação:

$$q' = 0,04723 + \frac{0,15551}{Z_{n1}} + \frac{0,25791}{Z_{n2}} - 0,00635x_1 - \frac{0,11654x_1}{Z_{n1}} - 0,00193x_2 - \frac{0,24188x_2}{Z_{n2}} + 0,00529x_1^2 + 0,00182x_2^2 \quad (\text{H.32})$$

Com isto podemos calcular o valor médio da rigidez de malha por largura nominal unitária como:

$$c_{\gamma\alpha} = \frac{C_M C_R C_B \cos \beta}{q'} (0,75\varepsilon_\alpha + 0,25) \quad (\text{H.33})$$

Dado que C_M é o fator de correção e é dado constante igual a 0,8. C_R é o fator de rigidez do corpo da engrenagem e é dado pela figura H.4.

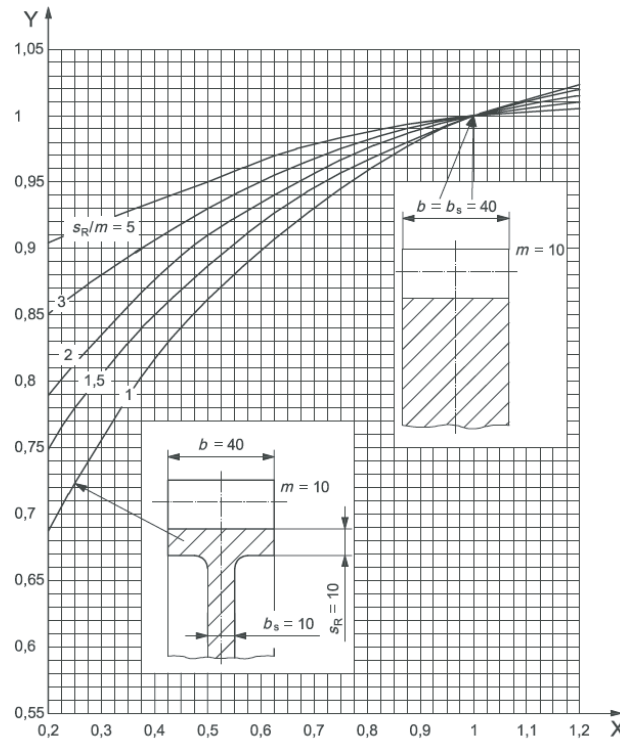


Figura H.4: Valores de referência para o fator de rigidez do corpo (C_R). Fonte [27]

Na figura H.4 o eixo X representa a relação b/b_s enquanto o eixo Y o valor de C_R .

O fator de suporte básico C_B considera os desvios da geometria do suporte do dente da engrenagem e é dado como:

$$C_B = [1,0 + 0,5(1,25 - h_{fP}/m_n)] [1,0 - 0,02(20^\circ - \alpha_{Pn})] \quad (\text{H.34})$$

Para h_{fP} a altura de dedendo dada pela figura H.3, na seção H.2 do anexo H. Já α_{Pn} é o ângulo de pressão normal em relação ao suporte do dente.

H.5 Cálculo do fator de carga na face $K_{f\beta}$

O fator de carga na face da engrenagem é considerado em função de alguns fatores de construção do par de engrenagens:

- a) a precisão na construção do dente da engrenagem;
- b) o alinhamento das árvores de rotação onde as engrenagens estão montadas;
- c) a deflexão elástica das engrenagens, árvores, rolamentos e outros elementos que estejam mecanicamente ligados ao par de engrenagens;
- d) as folgas nos mancais;
- e) a tensão de contato nos dentes e a deformação dos mesmos, incluindo efeitos de flexão;
- f) as deformações térmicas devidas à operação;
- g) as deflexões de inércia em função da velocidade de operação;
- h) geometria da engrenagem, etc...

nos seu cálculo, considera-se a altura do dente (h) e a sua largura (b). A norma 6336-1 recomenda que se utilize o menor valor entre as engrenagens 1 e 2, de tal forma que:

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F} \quad (\text{H.35})$$

Dado que:

$$N_F = \frac{1}{1 + h/b + (h/b)^2} \quad (\text{H.36})$$

E $K_{H\beta}$ é o fator de carga na face para carga de contato e deve ser avaliado a partir da simples relação:

$$K_{H\beta} = \frac{\text{máxima carga por unidade de largura}}{\text{carga média por unidade de largura}} \quad (\text{H.37})$$

A carga máxima não é algo trivial de se estimar e a recomendação é que se construa um modelo e avalie em teste este valor. No entanto a ISO 6336 recomenda um Método C para estimativa da carga máxima a partir do conceito de desalinhamento equivalente efetivo ($F_{\beta y}$) que representa o efeito das deformações elásticas em todo o conjunto. Assim,

Texto preliminar

Texto preliminar

Gráficos de fatores de concentração

I

São dados a seguir alguns gráficos de fatores de concentração, extraídos de Shigley [46]

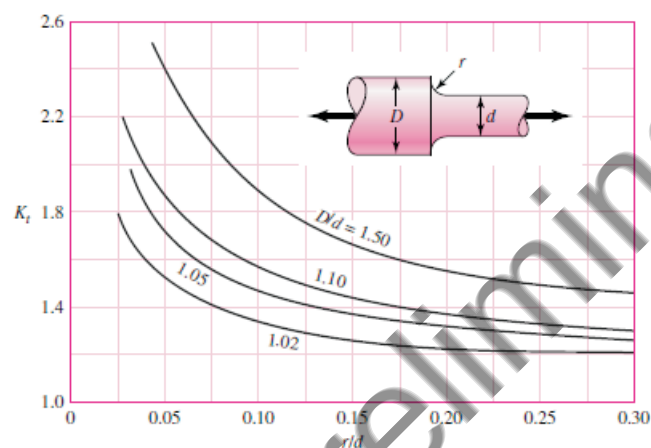


Figura I.1: Valor de k_t para carga axial em escalonamento. Fonte: [46]

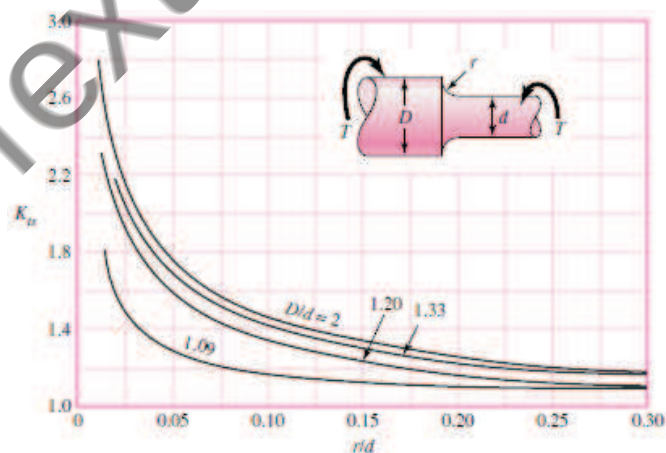


Figura I.2: Valor de k_{ts} para carga de torção em escalonamento. Fonte: [46]

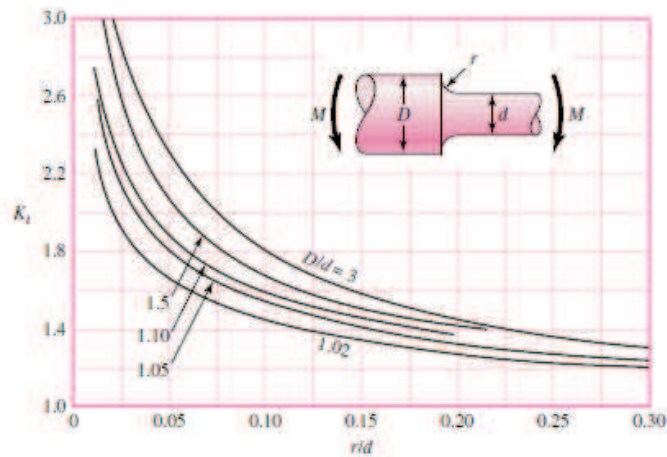


Figura I.3: Valor de k_t para carga de flexão em escalonamento. Fonte: [46]

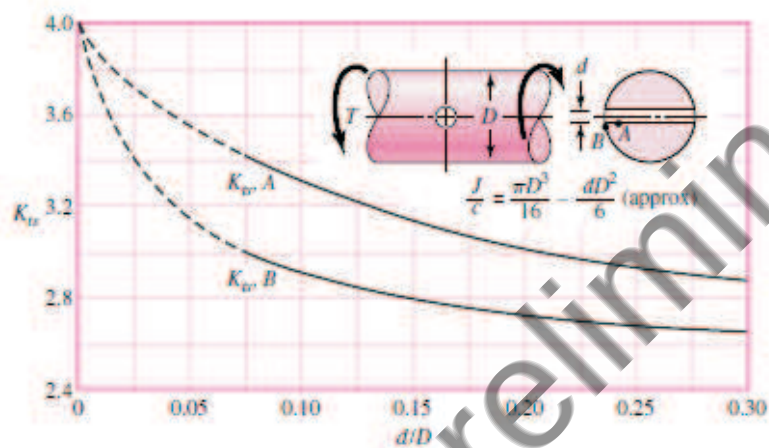


Figura I.4: Valor de k_{ts} para furo passante em árvore sob torção. Fonte: [46]

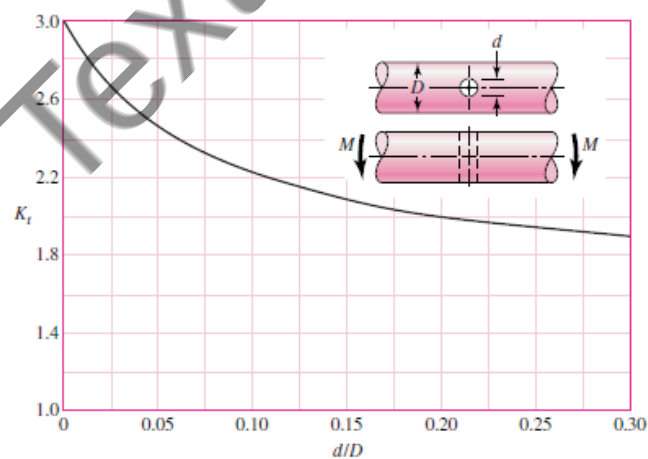


Figura I.5: Valor de k_t para furo passante em árvore ou eixo sob flexão. Fonte: [46]

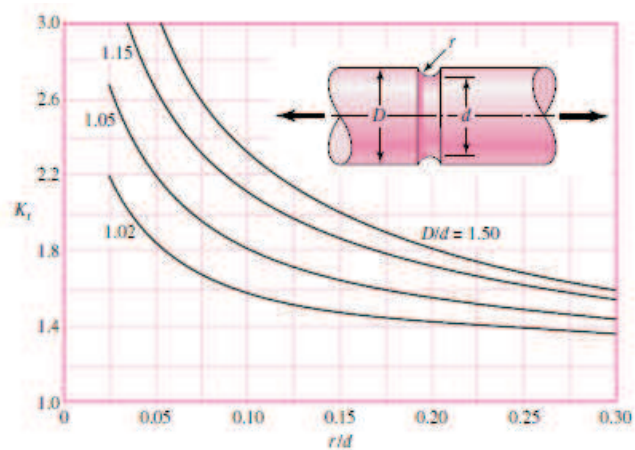


Figura I.6: Valor de k_t para eixo ou árvore com sulco sob tração. Fonte: [46]

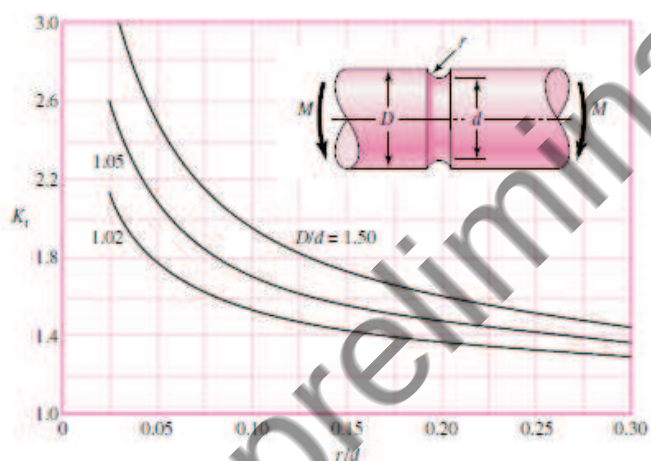


Figura I.7: Valor de k_t para eixo ou árvore com sulco sob flexão. Fonte: [46]

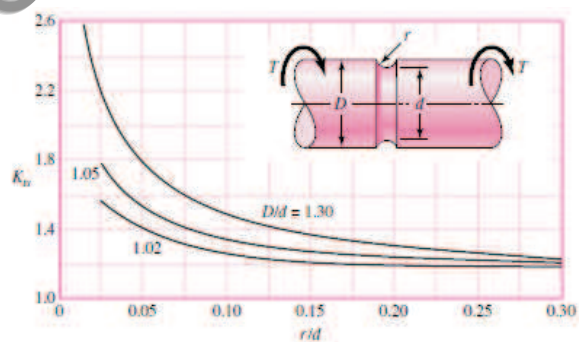


Figura I.8: Valor de k_{ts} para árvore com sulco sob torção. Fonte: [46]

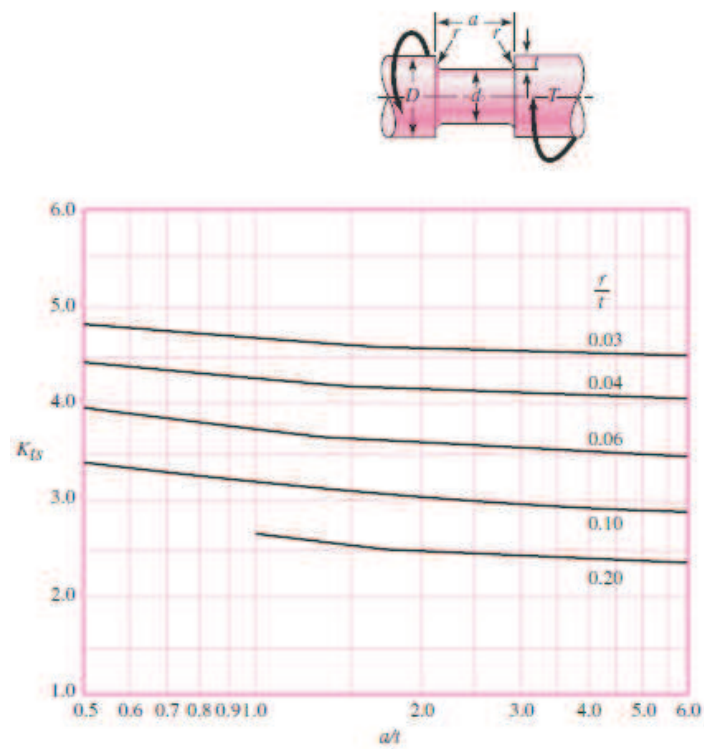


Figura I.9: Valor de k_{ts} para árvore com rebaiço sob torção. Fonte: [46]

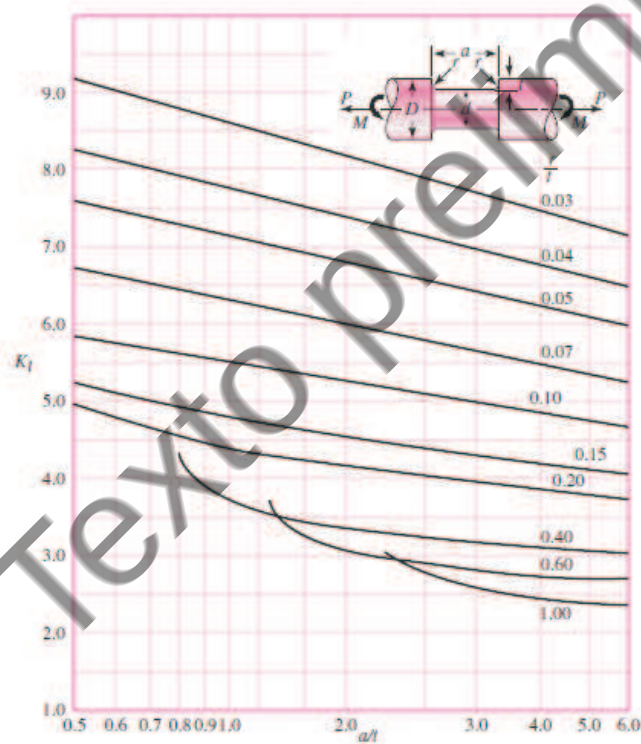


Figura I.10: Valor de k_t para árvore ou eixo com rebaiço sob flexão e/ou carga axial. Fonte: [46]

Gráficos de Raimondi e Boyd J

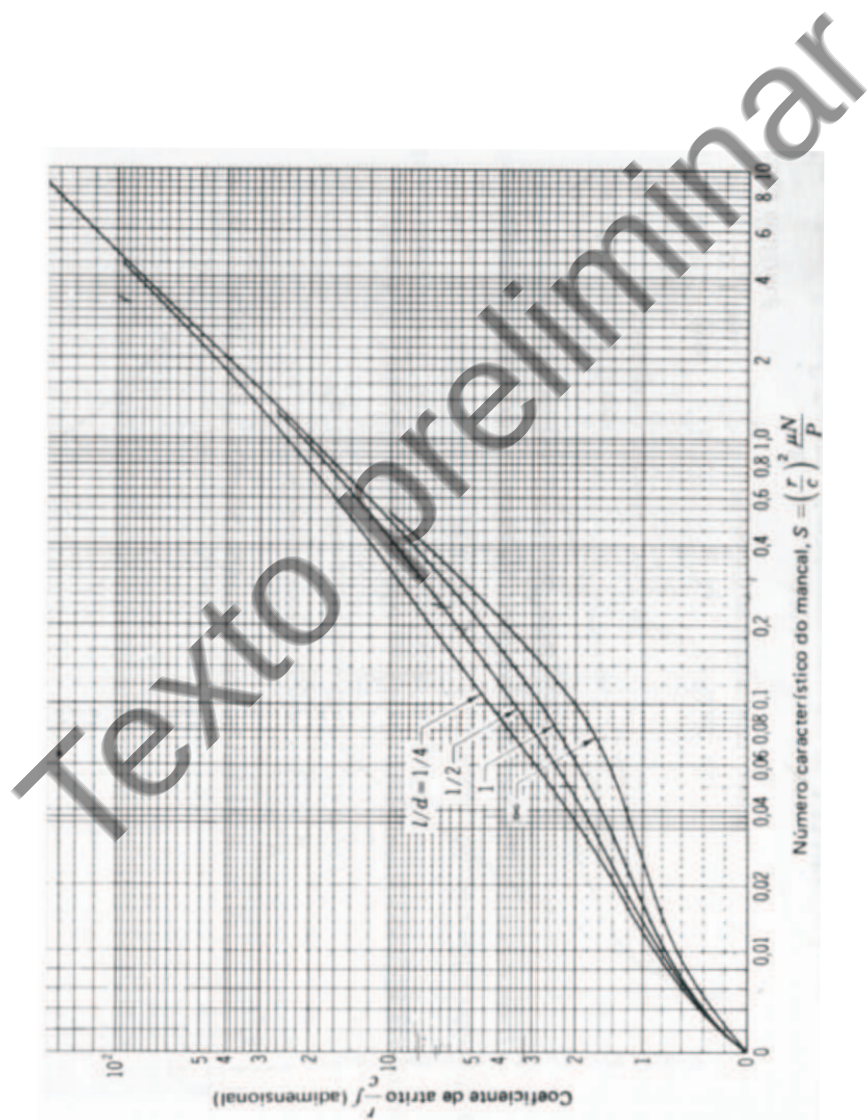


Figura J.1: Fator de atrito. Fonte: [46]

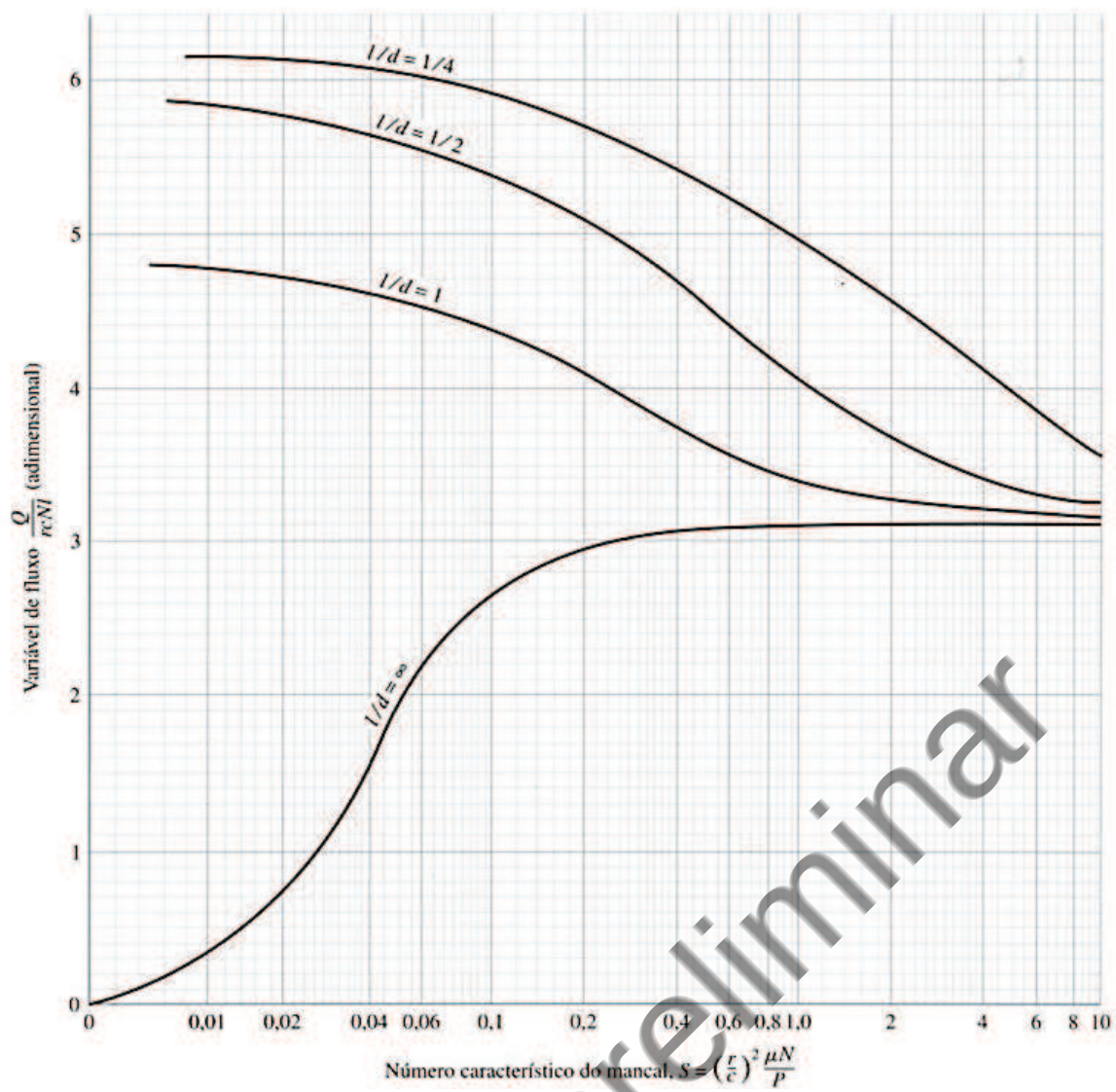


Figura J.2: Fator de fluxo. Fonte: [46]

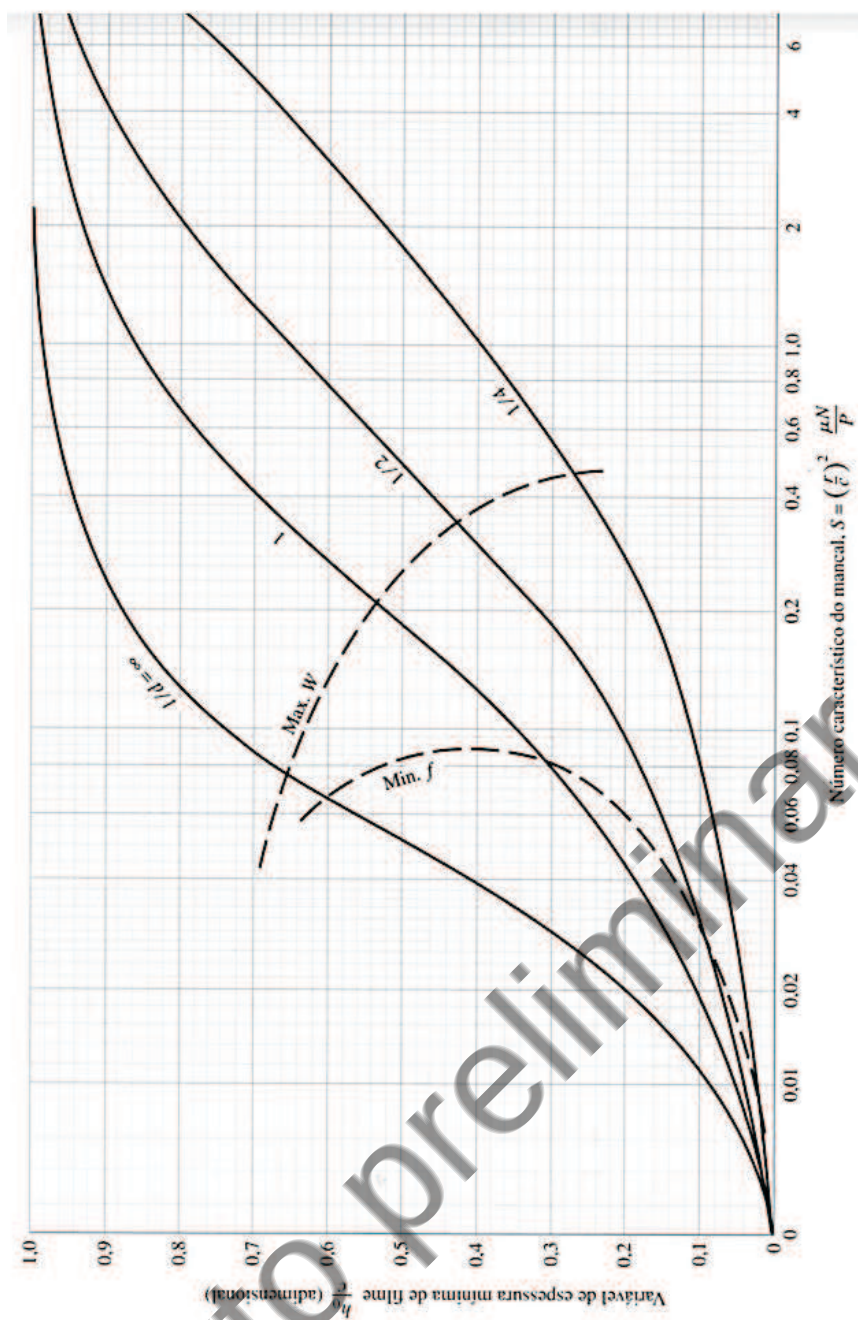


Figura J.3: Variável de espessura mínima. Fonte: [46]

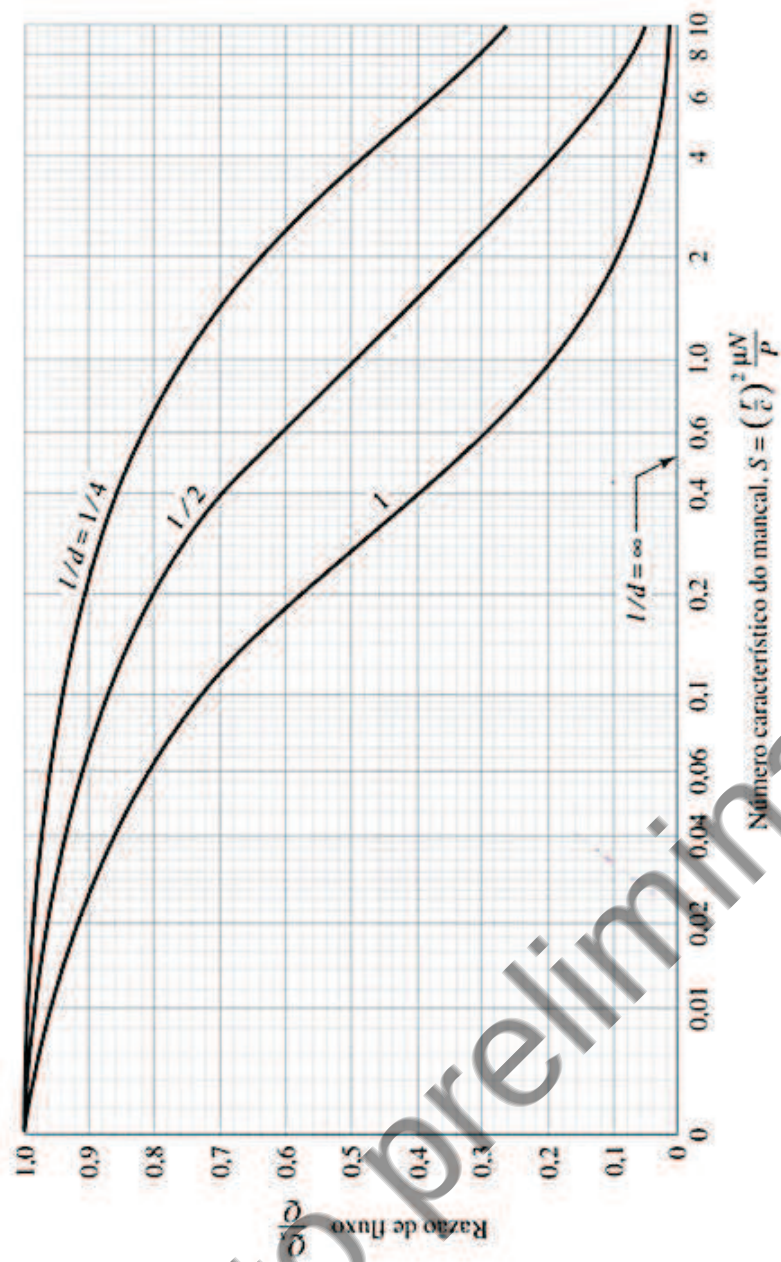


Figura J.4: Razão de fluxo lateral. Fonte: [46]

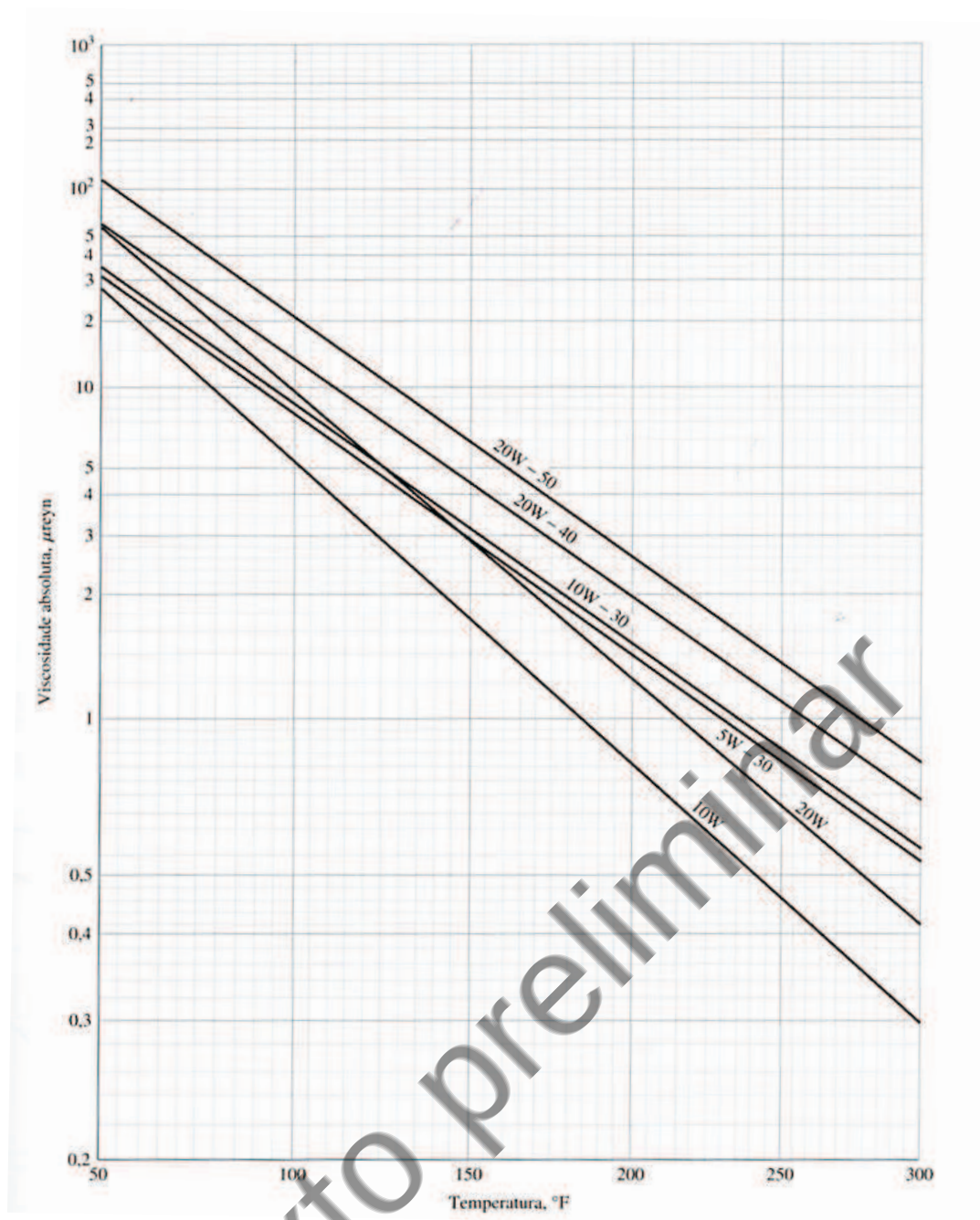


Figura J.5: Relação entre viscosidade e temperatura de alguns óleos minerais. Fonte: [46]

Texto preliminar

Resposta dos exercícios propostos

K

Capítulo 2

- 1.
2. Soderberg: 24,53 mm
ASME: 24,50 mm
3. 392,9 rpm
4. a) $d_a = 18,5 \text{ mm}$ e $d_b = 27 \text{ mm}$
b) No ponto A não muda, $d_b = 29,6 \text{ mm}$
5. Soderberg: $d_A = d_B = 5,9 \text{ mm}$, $d_C = 19,9 \text{ mm}$
 $d_C = 19,9 \text{ mm}$
Goodman: $d_A = d_B = 5,3 \text{ mm}$
 $d_C = 19,9 \text{ mm}$
6. $n = 24,7$
7. 8,7 mm
8. $d_B = 74,4 \text{ mm}$, $d_C = 60,9 \text{ mm}$, $d_D = 37,3 \text{ mm}$
9. $d_C = 17,5 \text{ mm}$, $d_D = 21,4 \text{ mm}$
- 10.
- 11.
- 12.

Capítulo 4

1. NU 2209 ET para uma $C = 74,6 \text{ kN}$
2. $L_R = L_E^{\frac{10}{9}}$
3. No ponto B: 6909 para $C = 14,1 \text{ kN}$
No ponto A: 51109 para $C = 3,7 \text{ kN}$
4. $O_N = 20$, $d = 45 \text{ mm}$, $l = 18 \text{ mm}$, $h_{min} = 11.38 \mu\text{m}$
5. No ponto A: $C = 27,5 \text{ kN}$
No ponto B: $C = 154 \text{ kN}$
- 6.
- 7.
8. No ponto A e B: 6204 para $C = 12 \text{ kN}$
9. $L_h = 33,34 \text{ horas}$
10. $C = 77,42 \text{ kN}$
11. $S = 0,1$, $h_{min} = 8 \mu\text{m}$, pode ser fabricado.
12. $C = 11,55 \text{ kN}$
13. $O_N = 0,401$ Muito baixo!

Capítulo 3

1. **20H6s5**
2. Não há mudança!
3. $I_{max} = 50 \mu\text{m}$ e $I_{min} = 9 \mu\text{m}$
4. $p_{max} = 85,9 \text{ MPa}$, $p_{min} = 15,5 \text{ MPa}$
5. 151,5 °C acima da temperatura de operação
6. $l \geq 23,2 \text{ mm}$.
7. a) $T = 1935 \text{ Nm}$, b) não é necessário modificar.
8. Falha por p_{max} . Novo ajuste **35H4n4**
9. 190,5 °C
10. 32,2 mm
11. 81,1 °C

Capítulo 7

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Capítulo 8

1. $d = 60 \text{ mm}$ (DIN 103)
2. $\mu = 0,05$, $T = 63,4 \text{ Nm}$
3. $T = 4,52 \text{ Nm}$
4. $F_i = 1,32 \text{ kN}$
5. $T = 2,642 \text{ Nm}$
6. $n = 4,98$ e $P_{crit} = 99,518 \text{ kN}$
7. $n = 1,717$
- 8.
9. $M_{4x0,7}$, $T = 2,395 \text{ Nm}$
- 10.
- 11.
12. $T = 9,525 \text{ Nm}$
13. $F = 53,66 \text{ kN}$
- 14.

Capítulo 10

1. $h_a = 8 \text{ mm}$, $h_f = 10 \text{ mm}$, $r = 84 \text{ mm}$, $p = 25,133 \text{ mm}$
2. $\varepsilon_{\alpha 20} = 1,678$, $\varepsilon_{\alpha 25} = 1,486$
3. $Z_4 = 64$, $d_1 = 125 \text{ mm}$, $d_2 = 370 \text{ mm}$, $d_3 = 225 \text{ mm}$,
 $d_4 = 320 \text{ mm}$, $\varepsilon_{\alpha 1} =$, $\varepsilon_{\alpha 2} =$
4. $r_{a1} = 68,5 \text{ mm}$, $r_{a2} = 191,5 \text{ mm}$, $r_{a3} = 119 \text{ mm}$,
 $r_{a4} = 161 \text{ mm}$, $r_{f1} = 57,25 \text{ mm}$, $r_{f2} = 180,25 \text{ mm}$,
 $r_{f3} = 107,75 \text{ mm}$, $r_{f4} = 149,75 \text{ mm}$
5. $x_{min} = 0,607$, $h_{a1} = 6,428 \text{ mm}$, $h_{a2} = 1,572 \text{ mm}$,
 $h_{f1} = 2,572 \text{ mm}$, $h_{f2} = 7,428 \text{ mm}$,
6. Para $x_1 = -0,25$ e $x_2 = -0,227$
 $\alpha' = 18,081^\circ$, $h_{a3} = 2,908 \text{ mm}$, $h_{a4} = 3 \text{ mm}$
7. a) Vê com $\alpha_t = 20,28^\circ$, $\alpha'_t = 23,674^\circ$
b) $x_1 = 0,665$, $x_{min} = 0,274$
c) $r_{a1} = 19,474 \text{ mm}$, $r_{a2} = 36,422 \text{ mm}$
 $\varepsilon_\alpha = 1,321$, $\varepsilon_\beta = 0,533$

Capítulo 9

1. $d = 5,4 \text{ mm}$; $D = 43,2 \text{ mm}$; $N_t = 28,5$;
 $l_f = 382,77 \text{ mm}$
2. $n = 1,7$. Ok.
3. $n = 1,565$ para $d = 6 \text{ mm}$
- 4.
5. $C = \frac{1}{2} \left[\frac{502,51 d^{1,8547}}{F} - 1 \right]$
6. $N_t = 34$; $d = 18 \text{ mm}$; $D = 144 \text{ mm}$;
 $l_f = 680 \text{ mm}$, estável ($C = 8$)
7. $N_t = 14$, $L_l = 89 \text{ mm}$, para $C = 6$
8. $C = 8$; $D = 32 \text{ mm}$; $L_b = 57 \text{ mm}$

Texto preliminar